УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИИ ФАКТОРОВ В МЕТОДЕ ПРИОРИТЕТОВ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев

Харьков

В настоящее время наблюдается тенденция к поиску принципиально новых идей и методов при решении задач синтеза систем, оптимальных в определенном смысле [2, 4, 9].

Это вызвано тем, что формально строгий метод синтеза, основанный на прямом переборе [10], весьма трудоемок. Последнее связано с тем, что количество вариантов, необходимое при прямом переборе, равно

$$N = \prod_{j=1}^{k} r_j^{m_j}, \; k = 1, \ldots, m, \tag{1}$$

где $\sum_{j=1}^{k} m_j = m$ — размерность пространства поиска оптимальной реализации системы;

r_j — число существенных для функционала качества различных значений по j-фактору.

Эвристические методы оптимизации [10] позволяют избежать просмотра большого количества вариантов.

В работах [9—11] предложен и проанализирован так называемый «метод приоритетов». В работе [9] этот метод применяется в задаче оптимизации по оговариваемому там критерию разветвленного телемеханического канала связи. Результаты работы [2] подтвердили правильность данного метода.

В методе приоритетов [9], теории планирования экспериментов [4, 7], факторном анализе [1, 6, 13] есть нечто общее.

Ниже проводится расширение математической модели [9].

1. Предложенное в работе [9] навешивание в m-мерном пространстве приращений функционала качества по факторам на множество возможных реализаций меры $N(<\Delta Q>, \|\Delta^2\|)$ не всегда соответствует реальным поверхностям отклика. Здесь $N(<\Delta Q>, \|\Delta^2\|)$ — мерное нормальное распределение с диагональной матрицей ковариаций $\|\Delta^2\|$ и вектором средних приращений по факторам $<\Delta Q>$.

Обычно существуют группы факторов, которые в силу «однородного» влияния «связаны» через функционал качества. Это является следствием физических особенностей данной системы [10].

2. Корреляцию приращений по факторам можно учесть при использовании модельного распределения

$$N(<\Delta Q>,\ \|\Delta Q\|_{ij}),\ i, j = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

где $<\Delta Q>$ — вектор средних приращений;
$\|\Delta Q\|_{ij}$ — матрица корреляций через функционал качества по факторам [3].

Как и в работе [10], рассмотрим задачу

$$Q(x) \to \min_{x}, \tag{3}$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор факторов.

В отличие от работы [11] предполагается

$$\Delta Q \in N(<\Delta Q>,\ \|\Delta Q\|_{i,j}), \tag{4}$$

где $\|\Delta Q\|_{ij}$ — матрица корреляций приращения функционала качества при варьировании по i- у и j-у факторам.

В случае $m = 2$

$$\Delta Q = \begin{pmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Пусть n_1 и n_2 — число вариаций соответственно факторов x_1 и x_2 на этапе анализа.

Значения условных средних равны

$$\begin{aligned} <\frac{\Delta Q_1}{x_2^{(j)}}> &= \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}\Delta Q_{ij}; \\ <\frac{\Delta Q_2}{x_1^{(i)}}> &= \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2}\Delta Q_{ij}. \end{aligned} \tag{6}$$

Вычисляем условные дисперсии приращения функционала качества:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_2^2}{x_1^{(i)}} &= \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2}\left(\Delta Q_{ij} - <\frac{\Delta Q_2}{x_1^{(i)}}>\right)^2; \\ \frac{\Delta_1^2}{x_2^{(j)}} &= \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\Delta Q_{ij} - <\frac{\Delta Q_1}{x_2^{(j)}}>\right)^2. \end{aligned} \tag{7}$$

Ненормированные коэффициенты корреляции с учетом несмещенности [3] подсчитываем следующим образом:

$$r_{12}^{\cdot} = r_{21}^{\cdot} = \frac{1}{n_1 n_2 - 1}\sum_{i=1}^{n_1}\sum_{j=1}^{n_2}\left(\Delta Q_{ij} - <\frac{\Delta Q_2}{x_1^{(i)}}>\right)\left(\Delta Q_{ij} - <\frac{\Delta Q_1}{x_2^{(j)}}>\right). \tag{8}$$

Формулы (6) — (8) легко обобщаются для $m > 2$ [3]. Таким образом, набор статистики на этапе анализа даст матрицу $\|\Delta Q\|_{ij}^{(1)}$ с элементами $|r_{ij}| \leqslant 1$, где r_{ij} — нормированные коэффициенты корреляции

$$\|\Delta Q\|_{ij}^{\cdot} = \|\Delta\|\,\|\Delta Q_{ij}\|^{(1)}\|\Delta\|^{\cdot}. \tag{9}$$

Здесь $\|\Delta\| = \mathrm{diog}\{\Delta_i\}$, $(i = \overline{1, m}$ — диагональная среднеквадратичных приращений по факторам.

В случае объема выборки $p = \prod_{i=1}^{m} n_i$ приведенные выборочные средние и корреляционная матрица совместно достаточные несмещенные [3] оценки.

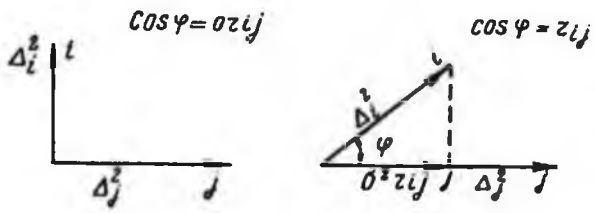
Из работы [10] известно, что очередность варьирования факторов назначается согласно приоритету

$$\Delta_1^2 \geqslant \Delta_2^2 \geqslant \ldots \geqslant \Delta_m^2 \tag{10}$$

в предположении, что

$$\Delta_1^2 = \max_j \{\Delta_j^2\}, \quad j = 1, \ldots, m.$$

Простейшая геометрическая иллюстрация корреляционной зависимости [12] между приращениями функционала качества по i- и j- факторам приводится на рисунке.



Интуитивно ясно, что дисперсия приращения функционала качества по i-фактору уменьшается как только проварьируем j-фактор.

Действительно при некорреляционности факторов квадрат модуля математического ожидания при последовательном варьировании j, а затем i-го факторов равен [3]

$$|M\Delta Q_{ij}|^2 = \Delta_i^2 + \Delta_j^2. \tag{11}$$

В случае коррелированности он должен быть меньше. Это следует из следующих рассуждений. После того как будет проварьирован первый фактор, математическое ожидание приращения функционала качества уменьшится, необходимо фактор варьировать дальше (i-й или j-й). Это определяется от соотношения

$$\Delta_i^2 \sqrt{1 - r_{ij}^2} > \Delta_j^2 \sqrt{1 - r_{ij}^2}. \tag{12}$$

В случае выполнения неравенства выбираем i-й фактор, но при этом учитываем выполнение основного неравенства [10]

$$\Delta_i^2 > \Delta_j^2. \tag{13}$$

Если выполняется неравенство

$$\frac{\Delta_i^2}{\Delta_j^2} > \sqrt{\frac{1 - r_{ij}^2}{1 - r_{ij}^2}}, \tag{13'}$$

необходимо варьировать i-й фактор.

Частные случаи (13').

1. $r_{ij} \uparrow 1$, тогда первое неравенство в (13') труднее выполнить. Следовательно, необходимо найти следующий по величине дисперсии фактор и проверить для него выполнение (13').

2. $r_{ij} \downarrow 0$, тогда первое неравенство выполняется и необходимо варьировать i-й фактор, если

$$\frac{\Delta_i^2}{\Delta_j^2} \geqslant \sqrt{1 - r_{ij}^2}.$$

Группировка корреляционных факторов в группы

Факторами, влияющими на оптимизируемую систему [9], могут быть:
x_1 — сопротивление нагрузки канала;
x_2 — длина линии;
x_3 — тип кабеля;
x_4 — волновое сопротивление кабеля;
x_5 — количество ответвлений;
x_6 — взаимное расположение разветвлений;
x_7 — длина каждого ответвления;
x_8 — концевые нагрузки ответвлений;
x_9 — вероятностные характеристики включения и отключения ответвлений;
x_{10} — характеристики сложных ответвлений и другие факторы.
Влияние всех этих факторов разнородно.

Исходя из физических соображений приближенно группе факторов $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $\{x_5, x_6, x_7\}$ и $\{x_8, x_9, x_{10}\}$ между собой в первом приближении некоррелированы. Это позволяет применить метод экстремальной группировки факторов по степени корреляции [6, 13].

В случае, если заранее невозможно предсказать группы факторов, между которыми корреляция весьма мала, нужно использовать итерациональный алгоритм, определяющий группы факторов $A_1, A_2, \ldots, A_m$ $(m_j \leqslant m)$ и эквивалентные факторы $f_1, \ldots, f_k$ [6].

В нашем случае $A_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и т. д.

Предположим, что нам известны группы $A_1, \ldots A_{m_j} (m_j \leqslant m)$ тогда матрица $\| Q_{ij} \|^*$ будет иметь вид «ячеек». Это позволит сократить количество вычислений коэффициентов корреляции, так как нужно будет знать не m^2, а $\sum_{j=1}^{k} [\dim A_{m_j}]^2$, где $\dim A_{m_j}$ — размерность группы.

Известны [6, 13] три наиболее интересных метода разбиения корреляционных факторов на группу обобщенных факторов.

Поскольку для нас важным является знание «обобщенной характеристики группы» типа «дисперсии обобщенного фактора»]9], приведем известный [13] эвристический алгоритм, который, как показали эксперименты, обладает хорошей «работоспособностью» и требует меньше машинного времени, чем другие алгоритмы из [6].

1. Начальной матрицей считаем матрицу корреляций $\| \Delta Q_{ij} \|^*$ из (9); обозначим ее как и в [13] через

$$k(x_i, x_j) = \{\| \Delta Q_{ij} \|\}_{ij} = r^*_{ij}. \qquad (14)$$

2. Считаем, что необходимо построить k групп (обобщенных факторов). Допустим, имеем три группы. Значения меры близости, по которым будет строиться корреляционная матрица приращений по обобщенным факторам, между двумя группами параметров A_p и A_q вычисляется по формуле

$$k(A_p, A_q) = \frac{1}{m_{A_p} m_{A_q}} \sum_{x_i \in A_p} \sum_{x_j \in A_q} k(x_i, x_j), \qquad (15)$$

где m_{A_p}, m_{A_q} — число параметров, входящих соответственно в группы A_p и A_q.

Если нам неизвестно какие факторы к каким группам относятся, [6]. то считаем, что имеется m групп:

$A_1 = x_1, A_2 = x_2, \ldots, A_m = x_m, m_1 = m_2 = \ldots = m_m = 1$ и $K(A_i, A_j) = r^*_{ij}$.

Пусть, далее, к n-у шагу построены $(m-n+1)$ групп $A_1, A_2, \ldots A_{m-n+1}$ и имеется матрица связи $\| k(A_l, A_j) \|$ порядка $(m-n+1)$. Тогда на n-м шаге

а) объединяются две группы A_p, A_q, для которых

$$k(A_p, A_q) = \max_{l,t} (A_l, A_t), \quad l = t = 1, 2, \ldots, m-n+1, \tag{16}$$

б) с помощью (15) строится новая матрица связи $\| k(A_l, A_j)$ порядка $(m-n)$. Очевидно, по сравнению с матрицей связи, построенной на предыдущем шаге, изменятся элементы, связанные с группами A_p, A_q. Если обозначить новую группу через $(A_p + A_q)$, то значения меры ее связи с остальными группами могут быть получены рекуррентно:

$$k(A_p + A_q, A_t) = \frac{1}{(m_p + m_q)\, m_t} \sum_{i \in A_p,\, A_q} \sum_{j \in A_t} r_{ij} =$$

$$= \frac{m_p k(A_p, A_t) + m_q k(A_q, A_t)}{m_p + m_q}, \quad t \neq p, q. \tag{17}$$

Данную процедуру продолжаем до получения заданного числа групп.

3. Матрицу связи между группами получаем автоматически из (15) и (17).

4. Обозначим результирующую матрицу связи размерности через $\| \Delta Q_{ij} \|^{(s)}$. Тогда на диагонали матрицы находятся дисперсии обобщенных факторов. Алгоритм метода приоритетов состоит в выборе очередности варьирования факторов в соответствии с (13)—(13).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проанализированы условия применимости метода приоритетов [9], когда существует корреляция приращений по факторам.

2. Предложена более общая модель метода приоритетов с учетом корреляции приращений функционала по факторам.

3. Обсужден алгоритм [6, 13] для построения обобщенных факторов на ЭЦВМ.

4. На основании указанного алгоритма получены обобщенные дисперсии и коэффициенты корреляционной близости, по которым строятся процедуры метода приоритетов (13)—(13).

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Лоули, А. Максвелл. Факторный анализ как статистический метод. Изд-во «Мир», 1967.

2. А. Н. Колмогоров. К логическим основам теории информации и теории вероятностей. «Проблемы передачи информации», 1969, № 1.

3. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, т. II, 1968, т. I, 1969.

4. Н. П. Клепиков, С. Н. Соколов. Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия. Главы I—III. Изд-во «Наука», 1964.

5. Ю. В. Линник. Статистические задачи с мешающими параметрами, главы II, III, IV, XI. Изд-во «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1966.

6. Э. М. Браверман. Методы экстремальной группировки параметров и задача выделения существенных факторов. «Автоматика и телемеханика», 1970, № 1.

7. Д. И. Голенко. Применение статистического моделирования в некоторых сложных случайных системах. Автореф. докт. дисс., Рига, 1965.

8. А. С. Каушанский. Синтез двухполюсников с минимальным числом элементов. II Республиканская конференция по методам расчета электрических цепей. Тезисы докладов, Львов, 1969.

9. И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев. Структурная оптимизация электрических и электронных систем с помощью выработки приоритетов. «Приборы и системы автоматики», вып. 18. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970.
10. И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев. Эффективность оптимизации электронных и электрических систем с использованием приоритетов. «Приборы и системы автоматики», вып. 18. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970.
11. И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев. Методы адаптивной оптимизации при синтезе сложных систем. «Приборы и системы автоматики», вып. 19. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970.
12. А. А. Харкевич. Борьба с помехами. Изд-во «Советское радио». 1967.
13. В. Я. Лумельский. Группировка параметров на основе квадратной матрицы связи. «Автоматика и телемеханика», 1970, № 1.

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РОСПУСКА СОСТАВОВ С ГОРКИ

Н. Е. Гончаров
Киев

При разработке системы автоматизации планирования поездообразования на одной из сортировочных станций Юго-Западной железной дороги необходимо было установить аналитические выражения зависимостей продолжительности роспуска составов с горки от различных факторов.

Поскольку разработка и внедрение системы автоматизации поездообразования на этой станции намечалось в условиях работы станции без существенного изменения действующей технологии — до внедрения устройств автоматизации роспуска составов (АРС), без автомашиниста, автосцепщика вагонов, автоматического определения высот осей автосцепок и др.,— на первом этапе предлагается исследовать зависимость продолжительности роспуска составов от различных факторов, имеющих место в реальных условиях.

С этой целью было прохронометрировано расформирование с горки около 400 составов грузовых поездов. При этом фиксировались такие элементы, как количество вагонов в составе (физических и учетных), количество отцепов, длина составов и отцепов, начало и окончание надвига и роспуска, их продолжительность, количество остановок за этот период, средняя скорость роспуска.

Предварительный анализ показал, что для различных составов средняя скорость и время роспуска переменны, а величина их зависит от многих факторов и прежде всего от длины составов и числа отцепов. С увеличением длины составов время роспуска, как правило, увеличивается, но очень часто, даже при одинаковой длине составов, затраты времени на роспуск оказываются различными. Причем, время роспуска увеличивается с ростом числа отцепов в составе, так как появляется необходимость снижения скорости роспуска.

Анализ данных хронометражных наблюдений, показал, что наиболее четко проявляется определенная зависимость затраты времени, приходящейся на один отцеп, от числа вагонов в каждом отцепе. Это подтверждают точки на рис. 1 — затраты времени на отцеп ($t_{от}$) при соответствующем числе вагонов в отцепе ($m_{от}$), полученные в результате хронометражных наблюдений.

Анализируя размещения точек, видим, что они группируются крайне неравномерно. Наибольшее их число приходится от одного до семи