

Н. И. КРАВЧЕНКО, д-р техн. наук, Д. В. ЛЕНЧУК

### ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ МЕТЕОСИГНАЛА ПРИ РАБОТЕ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ОТРАЖЕНИЙ ОТ МЕСТНЫХ ПРЕДМЕТОВ

В доплеровских метеорологических РЛС, использующих сравнительно узкий луч в вертикальной плоскости, отражения от местных предметов особенно интенсивны при обзоре участков пространства, находящихся под малыми углами места. Причем, мощность указанных пассивных помех может превосходить мощность полезных сигналов. Очевидно, что многоканальный измеритель максимального правдоподобия функционировать не сможет, поскольку при этом выходной эффект нулевого фильтра будет максимален и при принятом алгоритме работы измерителя постоянно будет выдаваться оценка  $\hat{F} = 0$ .

Ниже исследуются обнаружитель-измеритель, синтезированный для случая воздействия на входе пачки аддитивной смеси когерентных сигналов, флуктуационных шумов и пассивной помехи, обнаружитель с обесцвечивающим фильтром, выполненным в виде схемы ЧПК или рекурсивного фильтра второго порядка и обнаружитель-измеритель без обесцвечивающего фильтра нулевого фильтра.

Количественная оценка точностных характеристик цифрового многоканального измерителя доплеровского смещения частоты при работе в условиях пассивных помех проводилась методом математического моделирования.

На основе сопоставления результатов экспериментальных исследований различных измерений делаются некоторые рекомендации.

Будем пока считать, что требуется обнаружить дискретизированный по времени сигнал с известными параметрами  $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T$  на фоне аддитивных нормально распределенных шумов  $n = (n_1, n_2, \dots, n_N)^T$  и коррелированных отражений от местных предметов  $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N)^T$ .

Флуктуационный шум представляется вектор-столбцом выборочных значений

$$n = \|n_i\| = (n_1, n_2, \dots, n_N)^T.$$

Среднее значение каждого элемента выборки  $\overline{n_i} = 0$ , дисперсия  $\overline{n_i^2} = \sigma_n^2$ , корреляционная функция

$$R_n(i, j) = \sigma_n^2 r_n(i, j).$$

Распределение для каждого элемента

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}}.$$

Для элементов выборки помехи  $\overline{\gamma_i} = 0$ ,  $\overline{\gamma_i^2} = \sigma_\gamma^2$ ,

$$P(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma} e^{-\frac{\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}},$$

$$R_\gamma(i, j) = \sigma_\gamma^2 r_\gamma(i, j).$$

Обозначим

$$n(i) + \gamma(i) = \xi(i).$$

Очевидно, что

$$\overline{\xi(i)} = 0,$$

$$\overline{\xi^2} = \sigma_\xi^2 = \sigma_n^2 + \sigma_\gamma^2,$$

$$R_\xi = \sigma_n^2 r_n(i, j) + \sigma_\gamma^2 r_\gamma(i, j) = (\sigma_n^2 + \sigma_\gamma^2) \left[ \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \sigma_\gamma^2} r_n(i, j) + \frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma_n^2 + \sigma_\gamma^2} r_\gamma(i, j) \right] = \\ = \sigma_\Sigma^2 [\alpha_n r_n(i, j) + \alpha_\gamma r_\gamma(i, j)] = \sigma_\Sigma^2 \rho_\xi(i, j).$$

Тогда матрица корреляционных моментов

$$\Phi = \|\xi_i \|\xi_i\|^T = \sigma_\Sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \dots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \rho_{N3} & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

Корреляционная матрица симметрична, из-за чего  $\rho_{ij} = \rho_{ji} = \rho(i-j) = \rho_k$ .

Если определитель корреляционной матрицы  $\det[\Phi]$  не равен нулю, то существует матрица  $\Phi^{-1}$ , обратная корреляционной. При этом  $\Phi\Phi^{-1} = \Phi^{-1}\Phi = I$ .

В матричном виде распределение вероятностей для выборки суммарной помехи

$$P(\xi) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} (\det \Phi)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} \xi^T \Phi^{-1} \xi},$$

а для обрабатываемой выборки  $Y = X + \xi$

$$P(Y|X) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} (\det \Phi)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} (Y-X)^T \Phi^{-1} (Y-X)}.$$

Как известно, оптимальный обнаружитель Неймана-Пирсона должен вычислять отношение правдоподобия  $\ell(Y) = \frac{P(Y|X)}{P(Y)}$  и сравнивать его с порогом  $\ell_0$ :

$$\ln \ell(Y) = Y^T \Phi^{-1} X - \frac{1}{2} X^T \Phi^{-1} X = Z - \frac{1}{2} Q^2 \underset{a_0}{\geq} \ln \ell_0.$$

Откуда

$$Z = Y^T \Phi^{-1} X \underset{a_0}{\geq} \ln \ell_0 + \frac{1}{2} Q^2 = Z_0.$$

Если ввести вектор весовых коэффициентов  $R = \Phi^{-1} X$ , то алгоритм обнаружения полезного сигнала с известными параметрами можно представить в виде  $Y^T R \underset{a_0}{\geq} Z_0$ . При

числе отсчетов входной выборки  $N = 3$  матрица корреляционных моментов

$$\Phi = \|X_1 X_2 X_3\|^T \|X_1 X_2 X_3\| = \sigma_\Sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{vmatrix} = \sigma_\Sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Элементы матрицы  $\Phi_y^{-1}$  определяются как алгебраическое дополнение элемента транспонированной матрицы  $\Phi$ , деленное на определитель исходной матрицы  $\Phi$ . Алгебраическое дополнение равно произведению  $(-1)^{i+j}$  на определитель транспонированной матрицы  $\Phi$  после вычеркивания  $j$ -й строки и  $i$ -го столбца. С учетом сказанного

$$\Phi^{-1} = \frac{1}{\det \Phi} \begin{vmatrix} 1 - \rho_1^2 & -(\rho_1 - \rho_1 \rho_2) & \rho_1^2 - \rho_2 \\ -(\rho_1 - \rho_1 \rho_2) & 1 - \rho_1^2 & -(\rho_1 - \rho_1 \rho_2) \\ \rho_1^2 - \rho_2 & -(\rho_1 - \rho_1 \rho_2) & 1 - \rho_1^2 \end{vmatrix}.$$

Тогда вектор-столбец весовых коэффициентов

$$R = \Phi^{-1} X = \frac{1}{\det \Phi} \begin{vmatrix} (1 - \rho_1^2)X_1 & -\rho_1(1 - \rho_2)X_2 & (\rho_1^2 - \rho_2)X_3 \\ -\rho_1(1 - \rho_2)X_1 & (1 - \rho_1^2)X_2 & -\rho_1(1 - \rho_2)X_3 \\ (\rho_1^2 - \rho_2)X_1 & -\rho_1(1 - \rho_2)X_2 & (1 - \rho_1^2)X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{vmatrix}.$$

$$Y^T R = (Y_1 R_1 + Y_2 R_2 + Y_3 R_3).$$

Полагая, что отражения от местных предметов представляют собой простой марковский процесс, для которого  $r_y(kT) = r_y^k(T) = r_{\gamma_1}^k$ , а коэффициент корреляции флуктуационных шумов  $r_n(kT) \approx 0$  для  $k \geq 1$  и что интенсивность мешающих отражений превосходят интен-

сивность шумов  $\left( \frac{\sigma_y^2}{\sigma_n^2} > 1, \alpha_y = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_y^2 + \sigma_n^2} \approx 1 \right)$ , имеем

$$\rho_{\xi}(i, j) \approx r_y[(i - j)T] = r_y^k(kT) = r_{\gamma_1}^k.$$

При этом

$$R = \frac{1 - r_{\gamma_1}^2}{\det \Phi} \begin{vmatrix} X_1 & -r_{\gamma_1} X_2 & 0 \\ -r_{\gamma_1} X_1 & (1 + r_{\gamma_1}^2) X_2 & -r_{\gamma_1} X_3 \\ 0 & -r_{\gamma_1} X_2 & +X_3 \end{vmatrix},$$

а

$$Z = Y^T R = \frac{1 - r_{\gamma_1}^2}{\det \Phi} [Y_1 X_1 - Y_1 X_2 r_{\gamma_1} - Y_2 X_1 r_{\gamma_1} + Y_2 X_2 (1 + r_{\gamma_1}^2) - Y_2 X_3 r_{\gamma_1} - Y_3 X_2 r_{\gamma_1} + Y_3 X_3] =$$

$$= \frac{1 - r_{\gamma_1}^2}{\det \Phi} [(Y_1 - Y_2 r_{\gamma_1}) X_1 + (Y_2 - Y_1 r_{\gamma_1}) X_2 + r_{\gamma_1} (r_{\gamma_1} Y_2 - Y_3) X_2 + (Y_3 - r_{\gamma_1} Y_2) X_3].$$

Поскольку для мешающих отражений  $r_{\gamma_1} = 0,9 \dots 0,999$ , то последнее соотношение можно представить в виде

$$Z \equiv (Y_1 - Y_2)(X_1 - X_2) + (Y_2 - Y_3)(X_2 - X_3).$$

Для выборки объемом  $N$  аналогичным способом можно получить

$$Z \equiv (Y_1 - Y_2)(X_1 - X_2) + (Y_2 - Y_3)(X_2 - X_3) + \dots + (Y_{N-1} - Y_N)(X_{N-1} - X_N) = \sum_{i=1}^{N-1} (Y_i - Y_{i+1})(X_i - X_{i+1}).$$

Если  $X_i \sim e^{j\Omega T}$ , то

$$X_i - X_{i+1} \sim e^{j\Omega T} (1 - e^{j\Omega T}), \text{ а}$$

$$Z \sim \sum_{i=1}^{N-1} (Y_i - Y_{i+1}) e^{j\Omega T}.$$

Таким образом, обработка пачки когерентных сигналов с известной частотой  $\Omega$  на фоне мешающих отражений сводится к образованию разностей соседних отсчетов (эта операция осуществляется схемой череспериодной компенсации) и их накоплению с весами  $e^{j\Omega T}$  (рис. 1).

Если заранее частота  $\Omega_0$  принимаемых колебаний не известна, то обнаружитель должен быть многоканальным, каждый из каналов которого должен формировать отношение правдоподобия для сигналов определенной частоты  $\Omega_k$ .

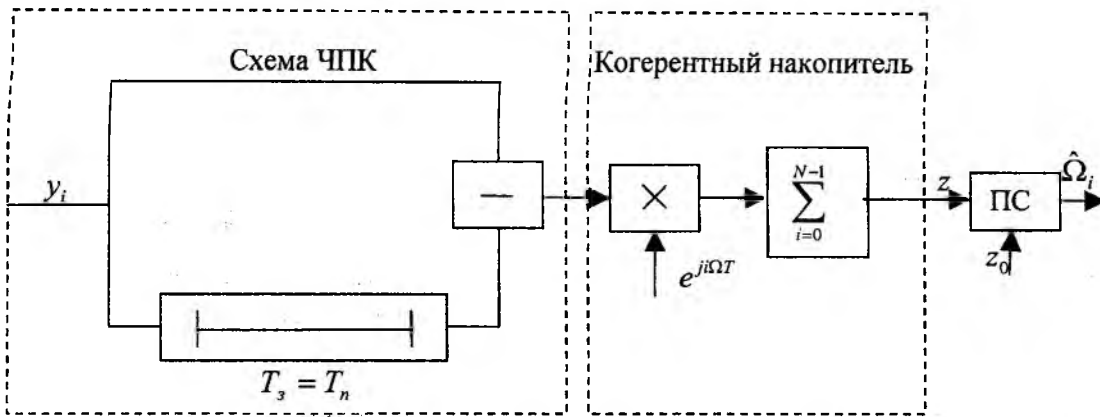


Рис. 1

Измеритель частоты кроме схемы ЧПК и набора когерентных накопителей сигналов с частотами  $\Omega_{00}, \Omega_{02}, \dots, \Omega_{0N-1}$  должен содержать схему выбора максимума (СВМ), которая (рис.2) в качестве оценки  $\hat{\Omega}_0$  выдает значение частоты настройки канала, выходной эффект которого достигает максимального значения.

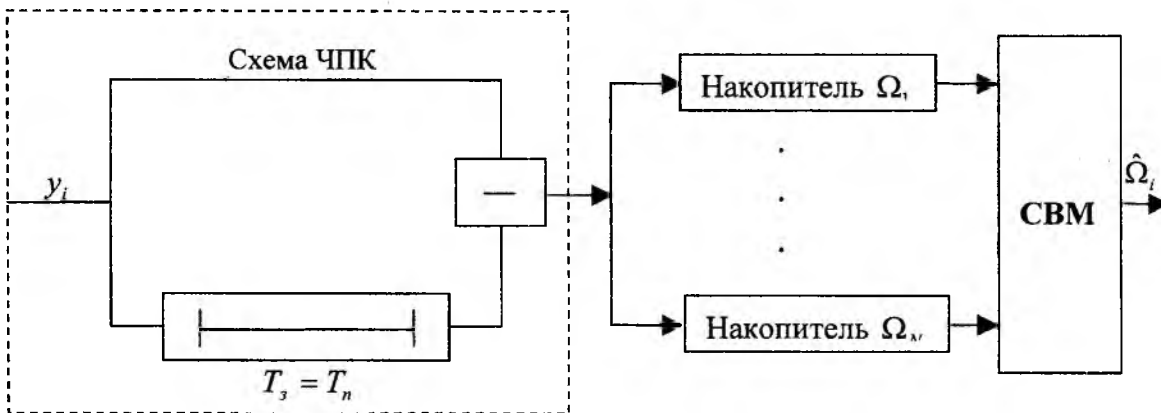


Рис. 2

В системах цифровой обработки операции обычно осуществляются над квадратурными составляющими комплексного выходного сигнала. Количество частотных каналов (количество частот спектра, амплитуды которых вычисляются при ДПФ) выбирается не меньшим числа отсчетов исходной выборки  $N$ , от которого зависит ширина спектра выборки ( $\Delta F = \frac{1}{NT} = \frac{F_n}{N}$ , где  $T$  – интервал временной дискретизации, который в рассматриваемом случае равен периоду повторения зондирующих импульсов  $T = \frac{1}{F_n}$ ).

Количественная оценка точностных характеристик цифрового многоканального измерителя частоты, выполненного в виде схемы вычитания, вычислителя ДПФ и схемы выбора максимума, производилась методом математического моделирования. При этом отсчеты мешающих отражений моделировались дискретным скалярным процессом авторегрессии первого порядка с коэффициентом междупериодной корреляции  $r_r(T) = 0,9 \dots 0,999$ ,

а отсчеты метеосигнала моделировались дискретным векторным процессом авторегрессии первого порядка с ненулевым доплеровским смещением частоты с математическим ожиданием  $\overline{x_c} = 0$ , дисперсией  $\overline{x_c^2} = \sigma_c^2$  и коэффициентом междупериодной корреляции  $r_c(T) = 0,9 \dots 0,999$ . Количество импульсов в пачке  $N$  выбиралось равным 8, 16. Используя метод дополнения исходной выборки нулями, число частотных каналов  $N_\phi$  при ДПФ иногда выбиралось равным  $N_\phi = 2N$ . Для получения достоверных результатов в каждой исследуемой точке количество усредняемых пачек равнялось 100, 1000.

Достоверность получаемых при эксперименте точностных характеристик цифрового измерителя обеспечивалась проведением для каждой точки при фиксированных параметрах  $\left( q_c^2 = \frac{P_c}{P_u} = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_u^2}, q_n^2 = \frac{P_n}{P_c} = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_c^2}, r_c(T), r_n(T), N, F_n \right)$  50, 100 или 1000 опытов. При переходе от опыта к опыту изменялись лишь реализации шума, помехи и случайного сигнала. Для каждого опыта находилась ошибка измерения частоты ( $\delta_i = \hat{F}_i - F$ , где  $\hat{F}_i$  – найденная оценка частоты сигнала при  $i$ -м опыте), которая использовалась при нахождении подходящего среднеквадратического отклонения

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} \delta_i^2}{N}}$$

Если ошибки  $\delta_i$  распределены по нормальному закону (как в нашем случае), то можно показать [1], что доверительная вероятность  $\alpha$  того, что относительная ошибка  $\left| \frac{\hat{\sigma} - \sigma}{\hat{\sigma}} \right|$  в среднеквадратическом отклонении не превосходит данной величины  $\theta = \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}}$  выражается следующим соотношением

$$\alpha = P(|\hat{\sigma} - \sigma| < \varepsilon) = P\left(\left|\frac{\hat{\sigma} - \sigma}{\hat{\sigma}}\right| < \theta\right) = L(N, \theta),$$

где  $L(N, \theta)$  – табулированная функция [1]. С помощью приведенной в [1] табл. 5 можно также определить доверительный интервал  $2\varepsilon = 2\theta\hat{\sigma}$ , задаваясь доверительной вероятностью  $\alpha$  и числом опытов.

Так, для  $N = 50$  (100; 1000) при  $\alpha = 0,9$  находим  $\theta = \left| \frac{\hat{\sigma} - \sigma}{\hat{\sigma}} \right| = 0,17$  (0,12; 0,04), если  $\alpha = 0,99$ , то  $\theta = 0,32$  (0,2; 0,06).

Зависимости ошибок оценок максимального правдоподобия и интерполяционных оценок [2] частоты  $\sigma$  от значения измеряемой частоты  $F_0$  при отсутствии пассивных помех и при их наличии изображены соответственно на рис. 3 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 8$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 10$ ) и рис. 4 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 8$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 10$ ,  $q_n^2 = 2$ ,  $r_r = 0,999$ ). Зависимости ошибок оценок максимального правдоподобия изображены здесь и далее сплошными линиями, а для интерполяционных оценок – пунктирными.

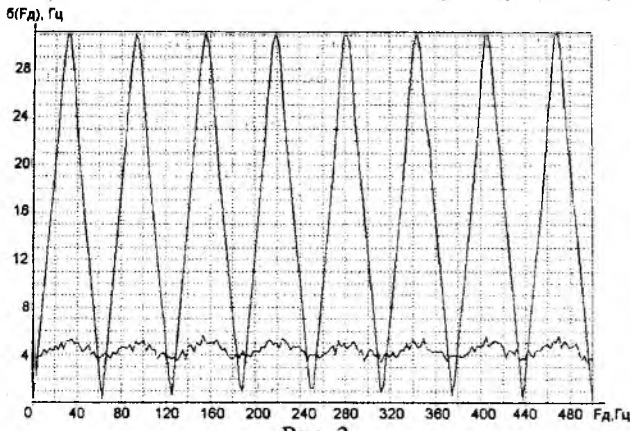


Рис. 3

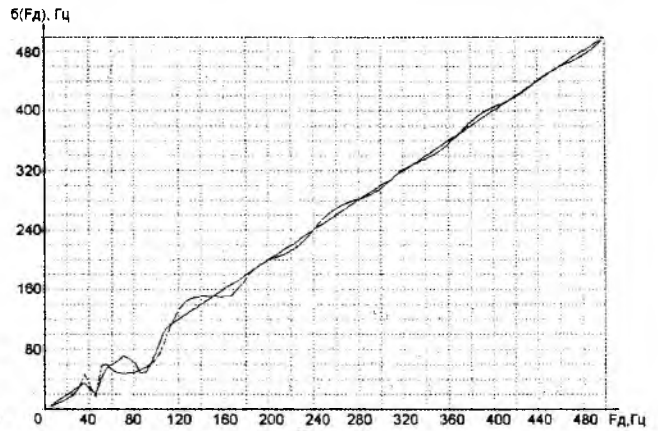


Рис. 4

Из рис. 4 видно, что даже при сравнительно слабой пассивной помехе (когда мощность пассивной помехи  $P_n$  превосходит мощность полезного сигнала  $P_c$  всего в два раза  $\frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma_c^2} = q_n^2 = 2$ ) измеритель максимального правдоподобия из-за больших погрешностей измерения неработоспособен (при этом измеритель постоянно выдает оценку  $\hat{F} = 0$  Гц, а ошибка  $\delta F = \hat{F} - F_\delta = -F_\delta$ ). Отсюда следует необходимость применения средства защиты от пассивных помех. Зависимости  $\sigma = \sigma(F_\delta)$  при наличии узкополосных пассивных помех и использовании однократной схемы ЧПК представлены на рис. 5 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 8$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000$  Гц,  $q_c^2 = 20$ ,  $q_n^2 = 10$ ,  $r_\gamma = 0,999$ ).

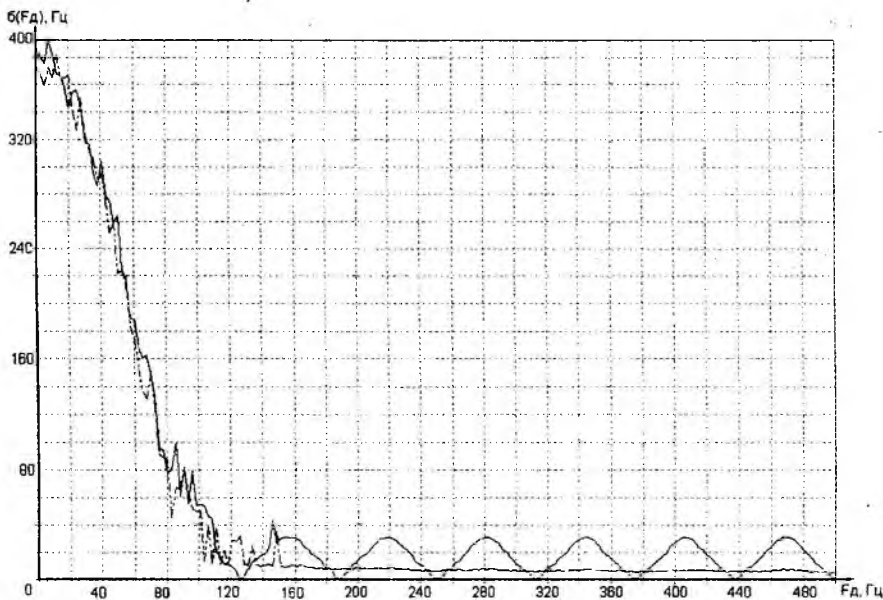


Рис. 5

Из них видно, что измеритель работоспособен, если измеряемая частота  $F_\delta \geq \frac{F_n}{2N}$ , где  $F_n$  – частота повторения, а  $N$  – число отсчетов в пакете. При  $0 < F_\delta < \frac{F_n}{2N}$  ошибки измерения частоты достигают сотни герц. Это объясняется тем, что при этом из-за малого значения коэффициента прохождения полезного сигнала через схему ЧПК

$$K_c = 4 \sin^2 \pi F_0 T$$

мощность полезного сигнала на ее выходе становится соизмеримой с мощностью шумов. Вследствие этого шумы с равной вероятностью вызывают появление максимального выходного эффекта в любом из  $N$  фильтров (при этом среднеквадратическая ошибка

$$\sigma = \frac{F_n}{\sqrt{12}} \Big|_{F_n=1000} \approx 290 \Gamma\text{ц}).$$

Действительно, если, например,  $F_0 = \frac{F_n}{2N}$ , то мощность полезного сигнала на выходе схемы однократной ЧПК

$$P_{c_{\text{вых}}} = K_c^2 P_c = K_c^2 \sigma_c^2 = K_c^2 q_c^2 \sigma_n^2 = q_c^2 \sigma_n^2 4 \sin^2 \pi F_0 T \Big|_{F_0 = \frac{F_n}{2N}} = 4 q_c^2 \sigma_n^2 \sin^2 \frac{\pi}{2N} \approx 4 q_c^2 \sigma_n^2 \frac{\pi^2}{4N^2} \Big|_{\substack{q_c^2=20 \\ N=16}} \approx 0,8 \sigma_n^2$$

Мощность шумов на выходе схемы ЧПК:

$$\sigma_{n_{\text{вых}}}^2 = 2 \sigma_n^2 [1 - r_n(T)] = 2 \sigma_n^2 > P_{c_{\text{вых}}}.$$

При  $F_0 < \frac{F_n}{2N}$  величина  $P_{c_{\text{вых}}}$  будет еще меньшей, из-за чего измерение частоты в указанной области становится невозможным.

Мощность пассивной помехи на выходе схемы ЧПК

$$P_{n_{\text{вых}}} = 2 \sigma_\gamma^2 [1 - r_\gamma(T)] = 2 q_n^2 \sigma_c^2 [1 - r_\gamma(T)] = 2 q_n^2 q_c^2 \sigma_n^2 [1 - r_\gamma(T)].$$

Если  $r_n(T) = 0,999$ , что характерно для отражений от местных предметов, то

$$P_{n_{\text{вых}}} = 0,002 \sigma_n^2 \Big|_{\substack{q_n^2=20 \\ q_c^2=20}} = 0,8 \sigma_n^2 < P_{ш_{\text{вых}}}.$$

Таким образом, при работе со схемой ЧПК в интервале частот  $(0, F_{0\text{min}})$ , когда  $q_c^2 \sin^2 \pi F_{0\text{min}} T < 1$ , измеритель неработоспособен. Величина  $\frac{F_{0\text{min}}}{F_n}$  может составлять значительную долю. Выясним, можно ли избавиться от недостатка, обусловленного ослаблением схемой ЧПК полезного сигнала в области низких частот  $(0 < f < \frac{F_n}{2N})$ , путем отказа от применения схемы ЧПК и нулевого фильтра в спектроанализаторе.

Рассмотрим работу измерителя в этом случае. Будем пока полагать, что  $N_\phi = N$ . Как видно из рис. 6 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 16$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 10$ ,  $q_n^2 = 20$ ,  $r_\gamma = 0,99$ ), при

$f > \frac{F_n}{2N}$  зависимости  $\sigma = \sigma(f)$  по форме такие же, как и при работе с ЧПК и нулевым

фильтром. Когда же  $0 < f < \frac{F_n}{2N}$ , максимум сигнала наблюдался бы в нулевом фильтре, а в остальных фильтрах выходной эффект обусловлен шумами. Так как нулевого фильтра нет,

то максимум может наблюдаться в любом из фильтров и СКО  $\sigma = \frac{F_n}{\sqrt{12}} \Big|_{F_n=1000} \approx 290 \Gamma\text{ц}$ .

Очевидно, от такой ошибки можно избавиться, если запретить с помощью пороговой схемы съем оценки частоты, когда амплитуда выходного эффекта канала с наибольшим значением меньше порогового значения  $Z_{\text{п}}$ . Из рис. 7 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 16$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,

$q_c^2 = 10, q_n^2 = 20, r_n = 0,999, Z_{II} = 40\sigma_u$ ) и рис. 8 ( $r_c = 0,999, N = 16, N_\phi = 16, F_n = 1000\Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 10, q_n^2 = 20, r_n = 0,99, Z_{II} = 40\sigma_u$ ) видно, что при  $0 < f < \frac{F_n}{2N}$  ошибки меньше  $\frac{F_n}{N}$ .

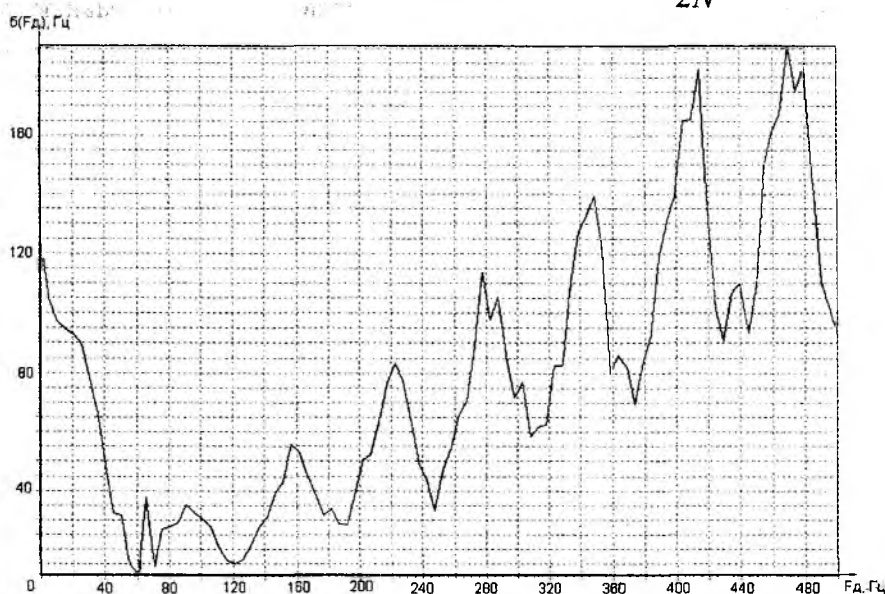


Рис. 6

Из сравнения кривых, представленных на рис. 7 и рис. 8 видно, что в последнем случае ошибки измерения возрастают с ростом измеряемой частоты.

Это можно объяснить тем, что при сравнительно большой ширине спектра низкочастотных флуктуаций помеха по боковым лепесткам может вызвать сравнительно большой эффект в первых фильтрах. При рассматриваемом методе измерения минимально выдаваемая оценка частоты равна  $\frac{F_n}{N_\phi}$ .

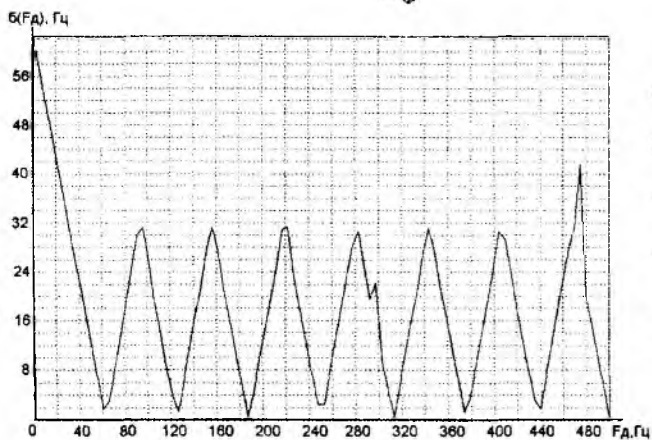


Рис. 7

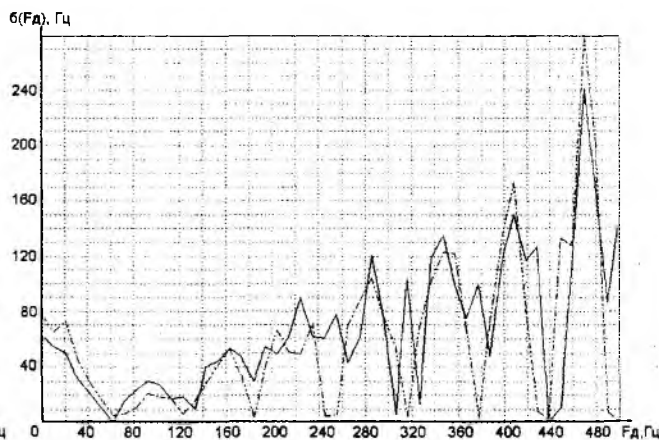


Рис. 8

Если измеряемая частота находится в области  $0 < f < \frac{F_n}{N}$ , то при рассматриваемом методе измерения минимально выдаваемая оценка  $\hat{F} = \frac{F_n}{N}$ , а оценка  $F = 0$  никогда не выдается, что приводит к некоторому росту среднеквадратической ошибки  $\sigma$ . Поэтому возникает задача уменьшения ошибок при нахождении частоты  $f$  в интервале  $\left(0, \frac{F_n}{N}\right)$ .

Поскольку отражения от местных предметов сравнительно узкополосны, если, например, отражения представляются процессом авторегрессии первого порядка, когда

$$r_\gamma(\tau) = e^{-\beta|\tau|},$$

$$N_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_\gamma(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{2\beta}{\beta^2 + \omega^2},$$

$$\frac{N_n(f)}{N_0(f)} = \frac{\beta^2}{\beta^2 + \omega^2} = g_n(\omega) = g_n(2\pi f), \text{ а}$$

$$g_n\left(2\pi \cdot \frac{\Delta F}{2}\right) = \frac{1}{2},$$

откуда ширина спектра низкочастотных флуктуаций помехи

$$\Delta F_n = \frac{\beta}{\pi} = -\frac{\ln r_\gamma(T)}{\pi T} \approx \frac{F_n}{\pi} \left[1 - r_\gamma(T)\right] \Big|_{\substack{r_\gamma(T)=0,99 \\ F_n=1000 \text{ Гц}}} \approx 3 \text{ Гц},$$

то целесообразно в качестве обесцвечивающего фильтра использовать фильтр высокой частоты с АЧХ, изображенной на рис. 9.

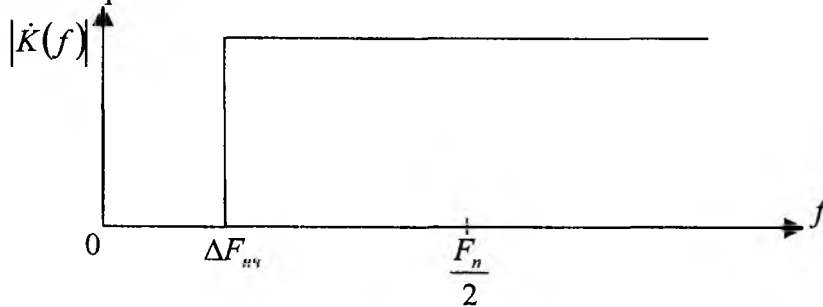


Рис. 9

Зона непрозрачности такого фильтра должна быть равна  $\Delta F_n$ , а в остальной области частот  $|K(f)| \approx 1$ .

Примерно такую АЧХ имеет рекурсивный фильтр второго порядка, структурная схема которого изображена на рис. 10.

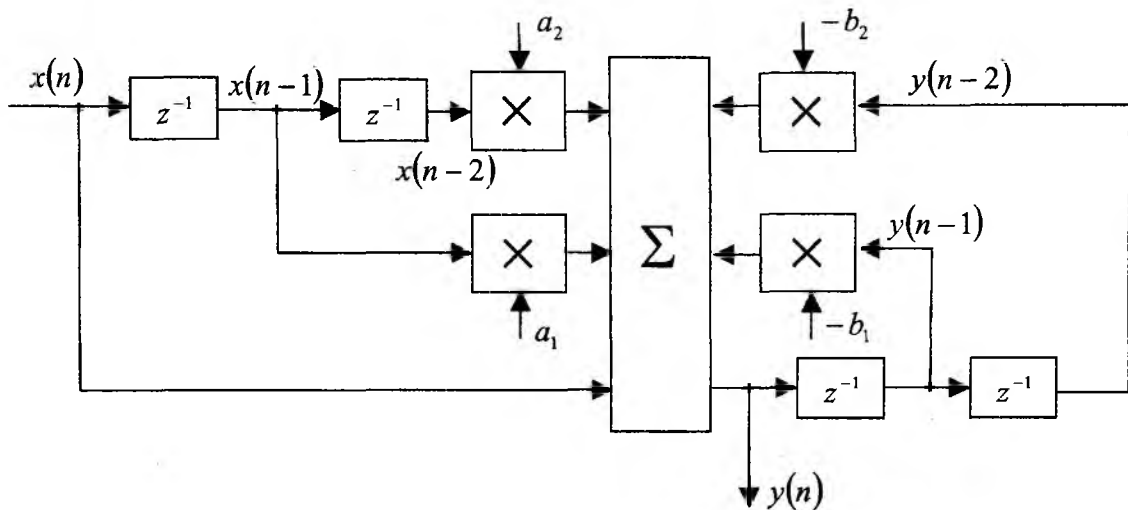


Рис. 10

Частотная характеристика эллиптического фильтра второго порядка, параметры которого, рассчитанные по методике, изложенной в работе [3], оказались равными:  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = -2$ ,  $a_2 = 1$ ,  $b_1 = 1,561$ ,  $b_2 = -0,641$ , представлена на рис. 11.

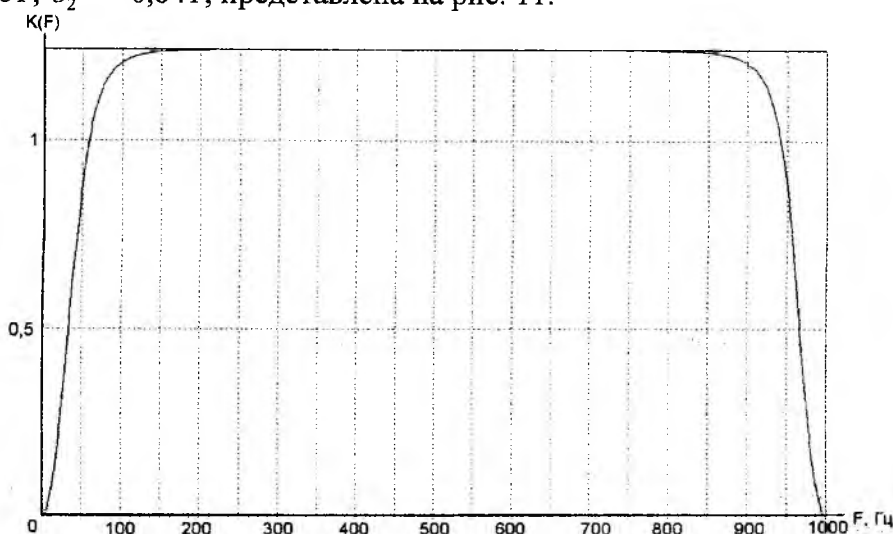


Рис. 11

Зависимости среднеквадратических ошибок измерения частоты  $\sigma$  от частоты Доплера при использовании цифрового эллиптического фильтра с указанными параметрами для различных значений числа импульсов в пакете  $N = 8, 16$ , числа фильтров  $N_\phi = N, 2N$ ,

отношения мощности полезного сигнала к мощности шумов  $\frac{P_c}{P_{ш}} = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_{ш}^2} = q_c^2 = 10, 20, 30$ ,

отношения мощности пассивной помехи  $P_n$  к мощности полезного сигнала

$P_c \frac{P_n}{P_c} = \frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma_c^2} = q_n^2 = 10, 20, 30$ , коэффициентов междупериодной корреляции полезного

сигнала  $r_c(T)$  и помехи  $r_\gamma(T)$  изображены на рис. 12 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 8$ ,  $N_\phi = 16$ ,

$F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 30$ ,  $q_n^2 = 20$ ,  $r_\gamma = 0,999$ ) и рис. 13 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 16$ ,  $N_\phi = 16$ ,

$F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 20$ ,  $q_n^2 = 10$ ,  $r_\gamma = 0,99$ ). Как видно из кривых, диапазон измеряемых частот

из-за того, что полезный сигнал подавляется лишь в небольшой зоне непрозрачности  $\Delta f_{ш} = \Delta F_n$ , начинается практически с  $f \approx 0 \Gamma\text{ц}$ . В этом состоит основное достоинство

измерителя с эллиптическим фильтром высоких частот по сравнению с другими выше рассмотренными измерителями. Применение пороговой схемы и в данном измерителе

эффективно, рис. 14 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 16$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 10$ ,  $q_n^2 = 20$ ,  $r_\gamma = 0,999$ ,

$Z_{п} = 40\sigma_{ш}$ ), рис. 15 ( $r_c = 0,999$ ,  $N = 16$ ,  $N_\phi = 16$ ,  $F_n = 1000 \Gamma\text{ц}$ ,  $q_c^2 = 10$ ,  $q_n^2 = 20$ ,  $r_\gamma = 0,99$ ,

$Z_{п} = 50\sigma_{ш}$ ).

Из приведенных графиков видно, что при  $r_\gamma(T) = 0,99$  и  $q_n^2 = 20$  ошибки измерения частоты с ее ростом возрастают. Это объясняется тем, что с уменьшением коэффициента корреляции помехи,  $n$ -ый отсчет которой представляется процессом авторегрессии первого порядка

$$X(n) = \Phi_1 X(n-1) + a(n) = r_\gamma(T) X(n-1) + a(n),$$

дисперсия случайной составляющей

$$\sigma_a^2 = \overline{a^2(n)} = (1 - \Phi_1^2) \sigma_x^2 = (1 - r_\gamma^2(T)) \sigma_x^2$$

увеличивается (при фиксированном значении  $\sigma_x^2$ ).

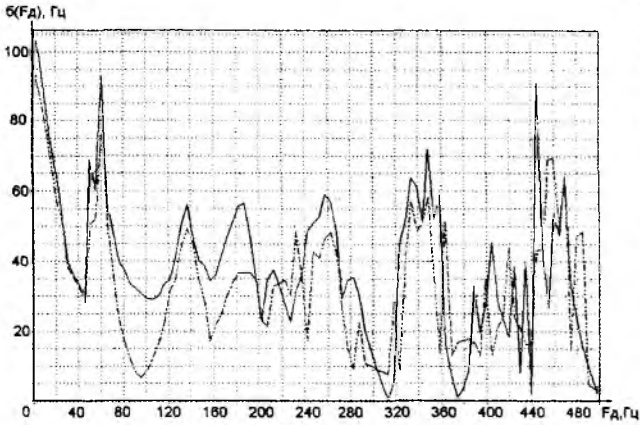


Рис. 12

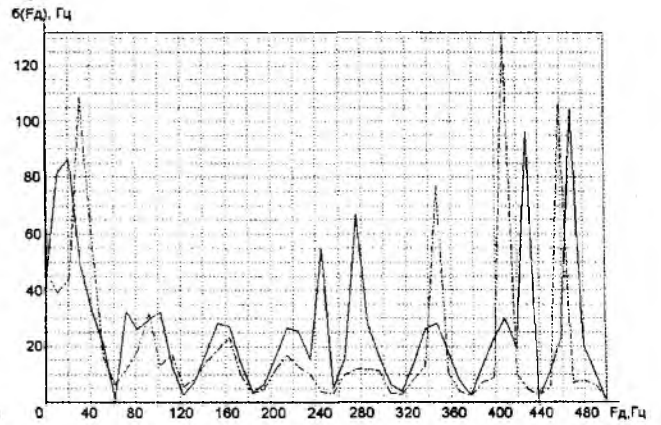


Рис. 13

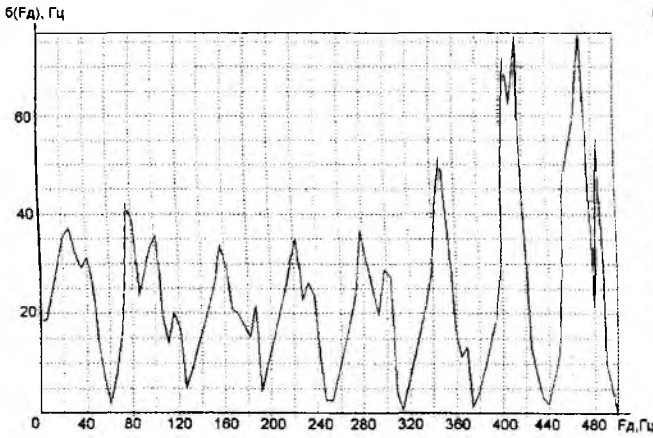


Рис. 14

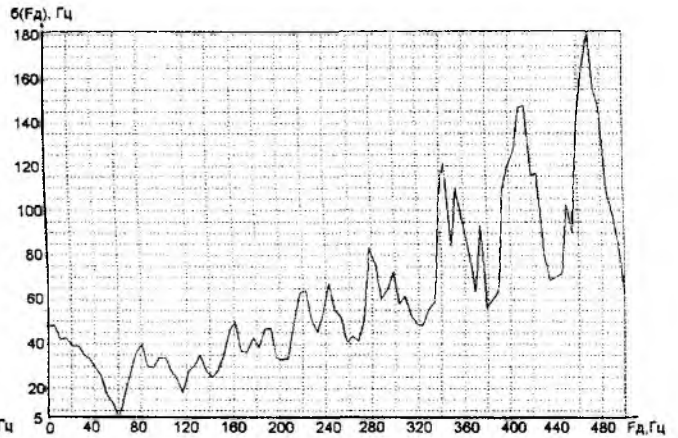


Рис. 15

Случайная составляющая помехи обеляющим фильтром не ослабляется (при использовании схемы ЧПК даже возрастает вдвое). Поэтому при суммировании  $N$  отсчетов в частотных каналах измерителя дисперсия флуктуационной части суммарного сигнала возрастает и составляет величину

$$\sigma_{сл.н.с}^2 = N \sigma_a^2 = N(1 - r_\gamma^2(T)) \sigma_x^2.$$

Полагая, что, проходя через обеляющий эллиптический фильтр полезный сигнал не ослабляется, мощность полезного сигнала в настроенном частотном канале

$$\sigma_{с\sigma}^2 = N^2 \sigma_a^2, \text{ при } F_\delta = k \frac{F_n}{N}.$$

Когда

$$F_\delta = k \frac{F_n}{N} \pm \frac{F_n}{2N} = \frac{F_n}{2N} (2k \pm 1), \text{ то}$$

$$\sigma_{с\sigma}^2 = \sigma_c^2 \left( \frac{2N}{\pi} \right)^2.$$

В этом случае

$$Q = \frac{\sigma_{н\sigma}^2}{\sigma_{с\sigma}^2} = \frac{[1 - r_\gamma^2(T)]^2 q_n^2}{4N} \pi^2.$$

При

$$q_n^2 = \frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma_c^2} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_c^2} = 20, \quad N = 8, \quad r_\gamma(T) = 0,99,$$

$$Q \approx 0,125.$$

Это означает, что при выбранных параметрах накопленные помехи соизмеримы с накопленным полезным сигналом.

Если учесть, что регулярная составляющая помехи эллиптическим фильтром подавляется не полностью, то в нулевом фильтре кроме случайной составляющей будет накапливаться и регулярная составляющая, мощность которой будет равна  $\frac{\sigma_x^2}{K_\Pi} \cdot N^2$ . Тогда

$$\sigma_{сл\ n\ \Sigma}^2 + \frac{\sigma_x^2}{K_\Pi} \cdot N^2 = \sigma_x^2 \left[ N\sqrt{1-r_\gamma^2(T)} + \frac{N^2}{K_\Pi} \right] = N\sigma_x^2 \left[ \sqrt{1-r_\gamma^2(T)} + \frac{N}{K_\Pi} \right],$$

где  $K_\Pi$  – коэффициент подавления обесцвечивающего фильтра

$$K_\Pi = \frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma_{ОФ}^2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_\gamma(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} G_\gamma(f) |K_{об}(f)|^2 df},$$

$$G_\gamma(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_\gamma^2 r_\gamma(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau,$$

где  $G_\gamma(f)$  – энергетический спектр мешающих отражений на входе обесцвечивающего фильтра,  $r_\gamma(\tau)$  – коэффициент корреляции помехи,

$$K_{об}(f) = \frac{a_0 + a_1 e^{-j2\pi f\tau} + a_2 e^{-j4\pi f\tau}}{1 - b_1 e^{-j2\pi f\tau} - b_2 e^{-j4\pi f\tau}},$$

где  $K_{об}(f)$  – частотная характеристика обесцвечивающего фильтра выполненного в виде рекурсивного фильтра второго порядка,  $\sigma_\gamma^2$ ,  $\sigma_{ОФ}^2$  – дисперсия мешающих отражений на входе и выходе обесцвечивающего фильтра. При  $K_\Pi = 10^3$ ,  $N = 8$ ,  $r_n(T) = 0,99$  величина  $\frac{N}{K_\Pi}$  соизмерима с  $\sqrt{1-r_\gamma^2(T)}$ . Отсюда следует, что помеха в нулевом фильтре больше, чем в других, что и приводит к росту ошибки с увеличением доплеровской частоты.

Проведенные исследования показывают, что, применяя в качестве обесцвечивающего фильтра рекурсивный фильтр второго порядка с соответствующими параметрами, удастся обеспечить измерение доплеровского смещения частоты метeosигнала с близкими к требуемым точностным характеристикам и при работе в условиях наличия отражений от местных предметов.

**Список литературы:** 1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Изд. физ.-мат. лит., 1958. 464 с. 2. *Кравченко Н.И., Ленчук Д.В.* Погрешности цифрового измерителя частоты метeosигнала, полученные методом математического моделирования // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.- техн. сб. 2001. Вып. 122. С. 116-126. 3. *Лихарев В.А.* Цифровые методы и устройства в радиолокации. М.: Сов. радио, 1973. 456 с.