

ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА КРАТНОСТИ МАКРОЧАСТИЦ

Среди параметров, задаваемых при моделировании СВЧ-приборов со скрещенными полями методом крупных частиц, особое место занимает коэффициент кратности макрочастицы K_q . Он определяется как отношение заряда макрочастицы q_0 к заряду электрона e . Для модели с переменным зарядом макрочастиц [1] проблема задания величины K_q не возникает, поскольку расчет обычно начинается с единичного значения коэффициента кратности. Напротив, в модели с фиксированным зарядом макрочастиц неправильный выбор этого коэффициента приводит к слишком большому или слишком малому количеству частиц в приборе после достижения электронным потоком бриллюэновской плотности заряда. До настоящего времени определение правильного значения коэффициента кратности производилось путем подбора с помощью кратковременных пробных расчетов, что сопряжено с определенными трудностями не только для пользователя (конструктора), но и для самого разработчика программного обеспечения.

Очевидны преимущества, которые можно получить в результате автоматизации процесса нахождения коэффициента кратности в модели с фиксированным зарядом частиц и исключения тем самым его из списка исходных параметров. Такая методика может основываться на известном из теории приборов М-типа и подтвержденном многочисленными расчетами факте, что после образования спиц суммарный заряд в приборе лишь незначительно изменяется по сравнению с его значением в бриллюэновской втулке. Учитывая, что число макрочастиц в приборе не относится к особо критичным параметрам модели, точность аналитических приближений обычно оказывается приемлемой. Таким образом, задача определения коэффициента кратности для цилиндрического прибора с катодом в пространстве взаимодействия сводится к интегрированию аналитически найденной функции радиального распределения плотности объемного заряда $\rho(r)$ по объему втулки V_{hub} с последующим делением полученного значения на требуемое количество макрочастиц N_{tube} и заряд электрона:

$$K_q = \frac{1}{eN_{tube}} \int_{V_{hub}} \rho(r) dV. \quad (1)$$

Для приборов прямоугольной конструкции и лучевых задача еще проще, поскольку здесь плотность объемного заряда в пределах втулки или луча можно считать постоянной.

Требуемое количество частиц в большинстве случаев целесообразно определять исходя из того, что оптимальное число макрочастиц на длину замедленной волны при моделировании приборов М-типа составляет около 2...3 тысяч [2]. Если частиц меньше, возрастают модельные шумы (ошибки дискретизации). С увеличением числа частиц сверх оптимального точность расчетов возрастает незначительно, однако почти пропорционально увеличивается время моделирования. В то же время для некоторых специальных приложений, например, при исследовании шумов в СВЧ-приборах, оптимальное значение N_{tube} может достигать нескольких сот тысяч [3].

Конкретизируем методику оценки коэффициента K_q для типовых конструкций СВЧ-приборов.

Цилиндрическая геометрия с втулкой на внутреннем электроде

Согласно работе [4], уравнение, связывающее анодное напряжение U_a с радиусом границы втулки r_{hub} , имеет вид:

$$U_a = \frac{|\eta| B_m^2 r_{hub}^2}{8} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_{hub}^2} \right) \left[2 \left(1 + \frac{r_1^2}{r_{hub}^2} \right) \ln \frac{r_2}{r_{hub}} + \left(1 - \frac{r_1^2}{r_{hub}^2} \right) \right], \quad (2)$$

где η – отношение заряда электрона к его массе; r_1 и r_2 – радиусы соответственно внутреннего и внешнего электродов; B_m – индукция внешнего магнитного поля.

Уравнение (2) является трансцендентным относительно r_{hub} . Для его решения пригоден любой метод нахождения действительного нуля функции одной переменной, например, алгоритм ZEROIN из книги [5], сочетающий надежность бисекции с быстротой метода секущих.

Суммарный заряд во втулке Q_{hub} определяется как интеграл:

$$Q_{hub} = \Delta Z \Delta \Phi \int_{r_1}^{r_{hub}} \rho(r) r dr, \quad (3)$$

где ΔZ и $\Delta \Phi$ – соответственно ширина и длина пространства прибора (для приборов с замкнутым потоком $\Delta \Phi = 2\pi$). В предположении бриллоэновской втулки имеем [4]:

$$\rho(r) = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^2}{2} \left(1 + \frac{r_1^4}{r^4} \right), \quad (4)$$

(ε_0 – электростатическая постоянная). Подставляя (4) в (3) и интегрируя, окончательно получаем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^2 \Delta Z \Delta \Phi}{4eN_{tube}} \left(r_{hub}^2 - \frac{r_1^4}{r_{hub}^2} \right). \quad (5)$$

Для амплитрона QK-434 при $U_a = 40$ кВ, $B_m = 0,119$ Тл найденные по описанной методике значения r_{hub} и Q_{hub} равны соответственно 12,43 мм и 134 нКл. В численном эксперименте при количестве макрочастиц около 4 тысяч получается $r_{hub} \approx 12,6$ мм, $Q_{hub} \approx 150$ нКл.

Цилиндрическая геометрия со втулкой на внешнем электроде

Формулу, связывающую анодное напряжение с радиусом границы втулки в обращенной конструкции прибора, получим, воспользовавшись методикой работы [4]. С учетом изменения начальных условий для траектории электрона и распределения потенциала на радиусах, меньших и больших r_{hub} , она принимает вид:

$$U_a = \frac{|\eta| B_m^2 r_{hub}^2}{8} \left(1 - \frac{r_2^2}{r_{hub}^2} \right) \left[2 \left(1 + \frac{r_2^2}{r_{hub}^2} \right) \ln \frac{r_1}{r_{hub}} + \left(1 - \frac{r_2^2}{r_{hub}^2} \right) \right]. \quad (6)$$

Суммарный заряд во втулке равен:

$$Q_{hub} = \Delta Z \Delta \Phi \int_{r_{hub}}^{r_2} \rho(r) r dr. \quad (7)$$

Радиальное распределение плотности объемного заряда теперь описывается формулой:

$$\rho(r) = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^2}{2} \left(1 + \frac{r_2^4}{r^4} \right). \quad (8)$$

После подстановки (8) в (7) имеем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^2 \Delta Z \Delta \Phi}{4eN_{tube}} \left(\frac{r_2^4}{r_{hub}^2} - r_{hub}^2 \right). \quad (9)$$

В обращенном аналоге амплитрона QK-434 при $U_a = 80$ кВ, $B_m = 0,119$ Тл аналитические значения r_{hub} и Q_{hub} равны соответственно 18,44 мм и 236 нКл. Численные расчеты показывают, что $r_{hub} \approx 18,2$ мм, $Q_{hub} \approx 290$ нКл.

Прямоугольная геометрия со втулкой

В прямоугольной геометрии уравнение, связывающее анодное напряжение обычного и обращенного прибора с толщиной втулки Δy_{hub} , решается аналитически относительно Δy_{hub} :

$$\Delta y_{hub} = \Delta Y - \sqrt{\Delta Y^2 - \frac{2U_a}{|\eta| B_m^2}}, \quad (10)$$

где ΔY – высота пространства прибора. Плотность объемного заряда во втулке считаем постоянной:

$$\rho = \varepsilon_0 \eta B_m^2. \quad (11)$$

В результате получаем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^2 \Delta X \Delta Z}{e N_{tube}} \left(\Delta Y - \sqrt{\Delta Y^2 - \frac{2U_a}{|\eta| B_m^2}} \right), \quad (12)$$

где ΔX и ΔZ – соответственно ширина и длина пространства прибора.

Цилиндрическая и прямоугольная геометрия с лучом

Для лучевого прибора оптимальное значение коэффициента кратности макрочастиц оценивается, исходя из объема невозмущенного луча V_{beam} и плотности объемного заряда, вычисляемой по формуле (11). Имеем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^2 V_{beam}}{e N_{tube}}. \quad (13)$$

Рассмотрим теперь вопросы надежности предлагаемой методики. В процессе счета фактическое количество макрочастиц в приборе может превысить (и обычно превышает) прогнозируемое значение N_{tube} . Причинами этого являются:

- отклонение состояния втулки от бриллоуэновского (разрыхление границы);
- кратковременные превышения суммарным зарядом в приборе его установившегося значения при переходных процессах;
- увеличение объема пространства, занятого электронами, в результате формирования спиц;
- варьирование в ходе расчета анодного напряжения или/и индукции внешнего магнитного поля;
- неточность в определении эффективной ширины прибора.

Под последней понимается та часть аксиальной (профильной) протяженности катода, над которой находится объемный заряд (с учетом сжатия последнего торцевыми экранами). Эффективная ширина определяется из геометрической ширины прибора путем умножения ее на корректирующий коэффициент объемного заряда.

Во избежание переполнения базового массива частиц, размер его N_{bar} должен выбираться с некоторым запасом по отношению к прогнозируемому количеству макрочастиц. Величина запаса описывается коэффициентом заполнения базового массива частиц $K_{fill} = N_{tube}/N_{bar}$. Практика применения данной методики показала, что в большинстве случаев достаточно значение $K_{fill} = 0,5$. Однако, если используется упрощенная модель катодной эмиссии, в которой вылет частиц из катода ограничивается только эмиссионной способностью катода и радиальной (поперечной) составляющей напряженности суммарного электрического поля, иногда наблюдается нефизичное накопление большого числа макрочастиц в прикатодном слое толщиной около половины размера ячейки сети дискретизации. Причина заключается в том, что метод FACR [6] игнорирует заряд в узлах, расположенных на непериодических границах моделируемой области. В этом случае описанная методика может оказаться неэффективной. Для повышения ее надежности рекомендуется применять более сложную модель эмиссии из распределенного катода, учитывающую текущий заряд в прикатодном слое [7].

Список литературы: 1. Грицунов А.В. Моделирование нестационарных режимов СВЧ-усилителей типа М с распределенной эмиссией // Радиотехника. 1984. Вып. 70. С. 90–100. 2. Пошаль А.С. Моделирование заряженных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1978. 224 с. 3. David P. Chernin. Computer Simulations of Low Noise States in a High-Power Crossed-Field Amplifier // IEEE Transactions on Electron Devices. 1996. Vol. 43, No. 11. P. 2004 – 2010. 4. Бычков С.И. Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. М.: Сов. радио, 1967. 216 с. 5. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с. 6. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987. 640 с. 7. MacGregor D.M. Computer Modeling of Crossed-Field Tubes // Applications of Surface Science. 1981. Vol. 8. P. 213 – 224.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 24.01.2001