УДК 519.81

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ ТОЧЕЧНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ЛПР

ПЕТРОВ Э.Г., ШИЛО Н.С.

Предлагается методика, позволяющая оценить адекватность результатов точечной идентификации предпочтений по различным критериям. Проводится анализ работоспособности методики на конкретном примере с использованием в качестве критериев точечной идентификации Чебышевской точки, методов максимизации силы предпочтений и функции правильности их выбора.

1. Постановка задачи

Важнейшей задачей многокритериального оценивания и многокритериальной оптимизации является параметрическая идентификация, т.е. определение численных значений предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР). Решить эту задачу можно с помощью метода компараторной идентификации [1]. Однако он приводит к задаче, некорректной по Адамару [2], так как ее решение является не единственным, а представляет собой некоторую область допустимых решений. Выбор единственного (точечного) решения из этой области требует регуляризации исходной задачи, т.е. введение некоторого дополнительного правила (критерия) выбора решения. Формирование такого критерия является субъективной процедурой и в настоящее время предложено несколько альтернативных моделей выбора точечного решения [1,3,4]. В этих условиях возникает необходимость оценки адекватности и точности различных моделей определения точечных значений предпочтений ЛПР. Сложность задачи заключается в том, что для выявления наиболее адекватного и эффективного критерия необходимо знать реальные предпочтения ЛПР, а они не известны. Более того, компараторная идентификация призвана объективно выявить эти предпочтения и разработана как альтернатива традиционным, интроспективным методам (экспертные оценки, анкетирование, опросы), имеющим много недостатков. В результате возникает "замкнутый круг", поскольку реальные предпочтения ЛПР невозможно выявить абсолютно точно ввиду того, что для других методов идентификации также необходима методика проверки адекватности результатов идентификации.

В данной статье предлагается методика оценки адекватности результатов точечной идентификации предпочтений ЛПР по различным критериям. Основная идея данной методики состоит в следующем: если нет возможности точно идентифицировать реальные предпочтения ЛПР, то можно задать эти предпочтения и рассматривать их как эталон. Тогда появляется возможность оценить результаты идентификации по различным критериям относительно этого эталона и, следовательно, определить наиболее точные и адекватные критерии точечной идентификации.

2. Описание методики

Методика оценки адекватности моделей точечной идентификации индивидуальных предпочтений ЛПР состоит в следующем:

1. Формируется ситуация идентификации предпочтений, т.е. задается набор альтернатив $X = \{x_i\}, i = \overline{1,n}$, предъявляемый для оценки и выбора ЛПР, набор частных критериев (характеристик) $K = \{k_j\}, j = \overline{1,m}$, с помощью которого эти альтернативы оцениваются, и значения частных характеристик для каждой альтернативы, приведенные к безразмерному виду с помощью функции полезности частных критериев [1]:

$$p_j[k_j(x)] = \left(\frac{k_j(x) - k_{jнл}}{k_{jнх} - k_{jнл}}\right)^{\alpha_j},$$

где $k_j(x)$ – фактическое значение частного критерия альтернативы x; $k_{jнх}$, $k_{jнл}$ – соответственно наихудшее и наилучшее значение частного критерия на всем множестве альтернатив, на котором производится выбор; α_j – параметр нелинейности, определяющий вид зависимости функции полезности частных критериев от значения критерия. В простейшем случае, когда $\alpha_j = 1$, получаем линейную зависимость.

Предполагается, что множество альтернатив $X = \{x_i\}, i = \overline{1,n}$ являются противоречивыми (не согласованными).

2. Каждая частная характеристика $k_j \in K, j = \overline{1,m}$ оценивается экспериментатором в балльных оценках по выбранной шкале (например, десятибалльной шкале). В реальной жизни эти оценки назначаются потребителем исходя из субъективной важности для них частных критериев, отражают их предпочтения и являются искомыми величинами.

3. Вычисляются безразмерные значения матрицы эталонных весовых коэффициентов $A^{эт} = \{a_j^{эт}\}, j = \overline{1,m}$. Для этого полученные балльные оценки нормируются:

$$a_j^{эт} = \frac{bal_j}{\sum_{j=1}^{m} bal_j}, \tag{1}$$

где bal_j – балльная оценка частной характеристики $k_j \in K, j = \overline{1,m}$.

4. На основе полученных эталонных весовых коэффициентов и значений функции полезности частных критериев для каждой альтернативы $x_i \in X, i = \overline{1,n}$ по аддитивной модели вычисляются значения эталонных обобщенных полезностей:

$$P^{эт}(x_i) = \sum_{j=1}^{m} a_j^{эт} p_j[k_j(x_i)], \qquad (2)$$

здесь $a_j^{эт}$ – эталонное значение весового коэффициента частной характеристики $k_j \in К, j = \overline{1,m}$; $p_j[k_j(x_i)]$ – значение функции полезности частной характеристики $k_j \in К, j = \overline{1,m}$ для альтернативы $x_i \in X, i = \overline{1,n}$.

Далее, с учетом значения эталонных полезностей альтернатив либо выбирается альтернатива, имеющая наибольшую полезность [1]

$$x_s > x_i \Leftrightarrow P^{эт}(x_s) > P^{эт}(x_i), x_s, x_i \in X, i = \overline{1,n-1}, \qquad (3)$$

либо устанавливается на множестве альтернатив отношение предпочтения (строгого, нестрогого, эквивалентного или частично линейного), например:

$$P^{эт}(x_1) > P^{эт}(x_2) > P^{эт}(x_3) > ... > P^{эт}(x_n), \qquad (4)$$

$$P^{эт}(x_1) \ge P^{эт}(x_2) \ge P^{эт}(x_3) \ge ... \ge P^{эт}(x_n), \qquad (5)$$

$$P^{эт}(x_1) = P^{эт}(x_2) = P^{эт}(x_3) = ... = P^{эт}(x_n), \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} &\{P^{эт}(x_1) = P^{эт}(x_2)\} > (\ge) \{P^{эт}(x_3) = P^{эт}(x_4) = \\ &= P^{эт}(x_5)\} > (\ge) .... > (\ge) \{P^{эт}(x_{n-1}) = P^{эт}(x_n)\}. \end{aligned} \qquad (7)$$

5. Формируется компараторная модель идентификации предпочтений ЛПР для выбранного случая и вычисляются значения весовых коэффициентов для различных критериев точечной идентификации.

Общая модель компараторной идентификации предпочтений представляет композицию неравенств и равенств [1]:

$$\begin{aligned} &b_{11}a_1 + b_{12}a_2 + ... + b_{1m}a_m < (\le) 0; \\ &......................................; \\ &b_{w1}a_1 + b_{w2}a_2 + ... + b_{w,m}a_m < (\le) 0; \\ &b_{w+1,1}a_1 + b_{w+1,2}a_2 + ... + b_{w+1,m}a_m = 0; \\ &......................................; \\ &b_{w+z,1}a_1 + b_{w+z,2}a_2 + ... + b_{w+z,m}a_m = 0; \\ &-1 \le b_{ij} \le 1, \quad i = \overline{1, w+z}, \quad j = \overline{1,m}; \\ &a_j + a_p - 1 \le 0, \quad j = \overline{1, m-1}, \quad \rho = \overline{j+1, m}; \\ &\sum_{j=1}^{m} a_j = 1; \; a_j \ge 0, \quad j = \overline{1,m}, \end{aligned} \qquad (8)$$

где $p_j[k_j(x_i)] - p_j[k_j(x_s)] = b_{ij}, i = \overline{1, w+z}, j = \overline{1,m}$; w – общее количество основных неравенств модели; z – общее количество основных равенств модели.

Математическая модель (8) определяет область допустимых значений $\Omega_Д$ матрицы весовых коэффициентов $A = \{a_j\}, j = \overline{1,m}$. Сама матрица А геометрически может быть интерпретирована как точка, лежащая в области $\Omega_Д$. Выбор конкретного решения из множества допустимых значений $\Omega_Д$ предполагает введение дополнительной целевой функции, оптимизация которой позволит определить численное значение матрицы А.

Среди критериев точечной идентификации индивидуальных предпочтений ЛПР можно выделить:

– Чебышевскую точку [1,3]:

$$A^* = \arg \min_{A \in \Omega_Д} \max_i |\eta_i(A)|, \qquad (9)$$

где $\eta_i(A), i = \overline{1, w+y}$ – ограничения неравенства, входящие в математическую модель (8); y – число неравенств вида $a_j + a_p - 1 \le 0, \; j = \overline{1, m-1}, \; \rho = \overline{j+1, m}$, задаваемых по умолчанию.

– Модель максимизации силы предпочтений ЛПР [1]:

$$A^* = \arg \min_{A \in \Omega_Д} \sum_{i=1}^{p} |\eta_i(A)|, \qquad (10)$$

здесь $\eta_i(A), i = \overline{1, w}$ – ограничения неравенства, входящие в математическую модель (8).

Минимизация целевой функции (10) обусловлена тем, что все неравенства модели имеют неположительные правые части.

– Модель максимизации функции правильности выбора предпочтений (весовых коэффициентов):

$$A^* = \arg \max_{A \in \Omega_Д} \sum_{j=1}^{m} \omega(a_j),$$

$$\omega(a_j) = \begin{cases} a_j, & p_j[k_j(x_s) \ge 0.5 \\ 1 - a_j, & p_j[k_j(x_s)] < 0.5 \end{cases} \qquad (11)$$

где $\varpi(a_j)$ – функция правильности выбора предпочтений, которая отражает, насколько правильно выбран весовой коэффициент $a_j \in A, j = \overline{1,m}$ для характеристики $k_j \in К, j = \overline{1,m}$ при условии, что ЛПР выбрал альтернативу $x_s \in X$ из набора альтернатив.

6. Вычисляются разности значений весовых коэффициентов, полученных с помощью различных критериев точечной идентификации и эталонных весовых коэффициентов, и, далее, определяются показатели адекватности результатов точечной идентификации по различным критериям:

$$\sum_{j=1}^{m} \left| a_j^{эт} - a_j \right|, \qquad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{m} \left(a_j^{эт} - a_j \right)^2, \qquad (13)$$

где $a_j^{эт}$ – эталонное значение весового коэффициента частной характеристики $k_j \in К, j = \overline{1,m}$, вычисленное по формуле (1); a_j — модельное значение весового коэффициента частной характеристики $k_j \in K, j=\overline{1,m}$, полученное с помощью одного из критериев точечной идентификации (9)-(11).

Наиболее точными и адекватными реальным предпочтениям являются весовые коэффициенты, полученные по результатам точечной идентификации с использованием такого критерия, для которого показатели адекватности (12) и (13) будут иметь наименьшие значения.

7. На основе весовых коэффициентов, полученных в результате точечной идентификации по различным критериям, вычисляются полезности альтернатив $P(x_i)=\sum_{j=1}^{m} a_j p_j[k_j(x_i)]$, где a_j — модельное значение весового коэффициента частной характеристики $k_j \in K, j=\overline{1,m}$, полученное с помощью одного из критериев точечной идентификации (9)-(11); $p_j[k_j(x_i)]$ — значение функции полезности частной характеристики $k_j \in K, j=\overline{1,m}$ для альтернативы $x_i \in X, i=\overline{1,n}$.

В зависимости от рассматриваемого случая, полученные полезности альтернатив сравниваются с эталонными полезностями различными способами:

– если при формировании компараторной модели в соответствии с (3) выбиралась единственная альтернатива x_s, имеющая наибольшую полезность, то среди полученных полезностей альтернатив выбирается альтернатива x_i, имеющая наибольшую полезность $P(x_i)$, и производится сравнение номеров альтернатив эталонной **s** и полученной **i** – совпали эти номера, или нет, т.е. определяется идентичность выбора;

– если при формировании компараторной модели на множестве альтернатив было установлено одно из отношений предпочтения (4)-(7), то, используя полученные модельные полезности, устанавливаем на множестве альтернатив отношение предпочтения и сравниваем, совпадает ли полученное отношение предпочтения с эталонным.

8. Вычисляются разности значений полученных эталонных полезностей и альтернатив, и определяются показатели адекватности полезностей альтернатив, полученных на основе результатов точечной идентификации различными критериями:

$$\sum_{i=1}^{n}\left|P^{эт}(x_i)-P(x_i)\right|, \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(P^{эт}(x_i)-P(x_i)\right)^2, \quad (15)$$

где $P^{эт}(x_s)$ – эталонное значение полезности альтернативы x_i, вычисленное по формуле (2); $P(x_i)$ – модельное значение полезности альтернативы x_i.

Аналогично, как и для показателей адекватности весовых коэффициентов, наиболее точными и адекватными реальным полезностям альтернатив являются полезности, полученные на основе результатов точечной идентификации с использованием такого критерия, для которого показатели адекватности (14) и (15) будут иметь наименьшие значения.

Тогда наиболее адекватной, точной и эффективной можно считать идентификацию, результаты которой позволяют получить:

– наименьшие значения показателей адекватности весовых коэффициентов (12) и (13);

– совпадение с выбором потребителя наиболее полезной альтернативы, или совпадение с установленным потребителем отношением предпочтения;

– наименьшие значения показателей адекватности полезностей альтернатив (14) и (15).

3. Анализ работоспособности методики на примере

Рассмотрим методику оценки адекватности результатов точечной идентификации предпочтений ЛПР по критериям (9)-(11) на примере выбора потребителем модели кондиционера. Исходные данные примера представлены в табл. 1.

Таблица 1

Альтернативы		Характеристики*						
		Охлаждение БТЕ/ч k1	Нагревание БТЕ/ч k2	Мощность, кВТ k3	Потр. мощн. при охлажд, Вт k4	Потр. мощн. при нагрев., Вт k5	Уровень шума, дБ k6	Цена, $ k7
ST-07HR	x1	7000	9000	2059	760	680	34	299
ST-12HR	x2	12000	13000	3529	1310	1350	39	349
ST-18HR	x3	18000	19000	5294	1850	1900	42	565
ST-24HR	x4	24000	26000	7059	2440	2570	50	790

* Данные примера взяты из реального прайса одной из фирм в г. Харькове летом 2002г.

Выбранный пример позволяет сформировать компараторную модель идентификации предпочтений ЛПР с совместной системой ограничений, при этом существует непустая область допустимых значений весовых коэффициентов.

Произведем оценку в баллах по десятибалльной шкале всех семи используемых характеристик. Для наглядности и всесторонности анализа подберем такие баллы для характеристик, чтобы в дальнейшем наиболее предпочтительными оказались все, по очереди, альтернативы. В результате, согласно (2), получим эталонные полезности частных характеристик (табл. 2).

Таблица 2

x_s	Эталонные весовые коэффициенты характеристик						
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x1	0.113	0.094	0.113	0.151	0.17	0.17	0.189
x2	0.19	0.133	0.152	0.114	0.093	0.135	0.183
x3	0.213	0.128	0.149	0.128	0.085	0.149	0.149
x4	0.222	0.222	0.2	0.111	0.133	0.067	0.044

Значения эталонных полезностей, полученные согласно (3), а также альтернативы, имеющие наибольшую полезность и отношение предпочтения, установленное на множестве альтернатив, представлены в табл. 3.

Таблица 3

Эталонные полезности альтернатив				x_s	Отношение предпочтения
P(x1)	P(x2)	P(x3)	P(x4)		
0.679	0.586	0.487	0.321	x1	P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4)
0.525	**0.526**	0.524	0.475	x2	P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4)
0.511	0.513	**0.527**	0.489	x3	P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)
0.356	0.423	0.544	**0.644**	x4	P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)

После этого для исходных данных была сформирована компараторная модель идентификации предпочтений ЛПР и найдены весовые коэффициенты частных критериев с помощью различных критериев точечной идентификации индивидуальных предпочтений ЛПР. Результаты точечной идентификации для выбора единственной наиболее полезной альтернативы и установления отношения предпочтения на множестве альтернатив, а также параметры адекватности (12) и (13) для результатов точечной идентификации представлены в табл. 4.

Как видно из этих результатов, в случае выбора единственной наиболее полезной альтернативы, при выборе первой и третьей альтернативы наиболее адекватными результатами являются весовые коэффициенты, полученные с использованием в качестве критерия точечной идентификации модели максимизации функции правильности выбора предпочтений, а при выборе второй и четвертой альтернативы - Чебышевская точка, поскольку именно для этих альтернатив указанные критерии имеют наименьшее значение показателей адекватности (12) и (13).

Для всех установленных отношений строгого предпочтения

$$P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4),$$
$$P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4),$$
$$P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4),$$
$$P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)$$

наиболее адекватными результатами являются весовые коэффициенты, полученные с использованием в качестве критерия точечной идентификации модели максимизации функции правильности выбора предпочтений, поскольку именно для этих отношений предпочтений указанный критерий имеет наименьшее значение показателей адекватности (12) и (13). Следует отметить, что для отношения строгого предпочтения

$$P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)$$

наименьшие значения показателя адекватности (12) достигаются для двух критериев: модели максимизации функции правильности выбора предпочтений и Чебышевской точки. Однако наименьшее значение показателя адекватности (13) для отношения строгого предпочтения

$$P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)$$

достигается только на результатах идентификации по модели максимизации функции правильности выбора предпочтений. Поскольку показатель адекватности (13) более чувствительный и точный, то в случае неоднозначности выбора критерия точечной идентификации (показатели адекватности (12) и (13) достигают наименьших значений на различных критериях точечной идентификации) выбирается критерий, который имеет наименьшее значение показателя адекватности (13).

Таким образом, анализ полученных весовых коэффициентов показывает, что предложенная методика оценки адекватности моделей точечной идентификации предпочтений ЛПР, как при выборе единственной наиболее полезной альтернативы, так и при установлении отношения предпочтения на множестве альтернатив, позволяет подобрать критерии точечной идентификации, наиболее адекватно идентифицирующие предпочтения ЛПР.

Найденные с помощью различных критериев точечной идентификации значения весовых коэффициентов частных характеристик далее были использованы для определения модельных полезностей альтернатив и показателей адекватности полезностей альтернатив (14) и (15). Результаты вычислений представлены в табл. 5.

Исходя из полученных результатов, можно отметить, что в случае выбора единственной наиболее полезной альтернативы для первой и четвертой номера наиболее полезных модельных и эталонных альтернатив совпадают для всех весовых коэффициентов, полученных с помощью критериев точечной идентификации (9)-(11). При выборе второй альтернативы и решении задачи точечной идентификации с помощью различных критериев только Чебышевская точка позволила однозначно определить альтернативу с наибольшей полезностью, причем ее номер совпадает с номером эталонной полезности. Весовые коэффициенты, полученные по результатам идентификации с использованием критериев точечной идентификации: методов максимизации силы предпочтений и функции правильности выбора предпочтений, позволяют получить эквивалентные полезности первой и второй альтернатив для обоих критериев. Следовательно, эти критерии не позволяют (для данного примера и рассматриваемого случая, а именно – выбор второй альтернативы) получить по результатам идентификации единственную наиболее полезную эталонную альтернативу. При этом во всех трех случаях – для первой, второй и четвертой альтернатив наилучшие показатели адекватности (14) и (15) у полезностей, определенных на основе результатов идентификации по Чебышевской точке. Поэтому, несмотря на то, что для второй альтернативы критерии (10) и (11) не позволяют точно

Таблица 4

Критерии точечной идентификации			Полученные весовые коэффициенты							Показатели адекватности	
			a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	$\sum\|a_i\|$	$\sum(a_i)^2$
Выбрана единственная альтернатива	x1	Чебышев. точка	0	0	0	0.332	0.337	0.332	0	1.019	0.157
		Макс. силы предп.	0	0	0	0	1	0	0	1.662	0.811
		Макс.функц. пр.выб	0	0	0	0.25	0.25	0.25	0.25	**0.642**	**0.061**
	x2	Чебышев. точка	0.377	0	0.079	0	0	0	0.544	**1.098**	**0.229**
		Макс. силы предп.	0.257	0	0	0	0	0	0.743	1.255	0.399
		Макс.функц. пр.выб	0.257	0	0	0	0	0	0.743	1.255	0.399
	x3	Чебышев. точка	0.426	0	0.074	0	0	0.5	0	1.131	0.237
		Макс. силы предп.	0.586	0	0	0	0	0.414	0	1.277	0.294
		Макс.функц. пр.выб	0.443	0.056	0	0.33	0.135	0	0.035	**0.966**	**0.159**
	x4	Чебышев. точка	0.324	0.324	0.324	0.028	0	0	0	**0.655**	**0.067**
		Макс. силы предп.	0	1	0	0	0	0	0	1.556	0.731
		Макс.функц. пр.выб	0.024	0.952	0.024	0	0	0	0	1.459	0.639
Установление отношения предпочтения	P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4)	Чебышев. точка	0	0	0	0.158	0.538	0.146	0.158	0.75	0.172
		Макс. силы предп.	0	0	0	0	1	0	0	1.662	0.811
		Макс.функц. пр.выб	0	0	0	0.25	0.25	0.25	0.25	**0.642**	**0.061**
	P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4)	Чебышев. точка	0.347	0	0.059	0	0	0	0.594	1.137	0.26
		Макс. силы предп.	0.257	0	0	0	0	0	0.743	1.255	0.399
		Макс.функц. пр.выб	0.248	0.252	0	0.307	0.047	0	0.145	**0.74**	**0.1**
	P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)	Чебышев. точка	0.487	0	0	0	0	0.312	0.2	0.979	0.167
		Макс. силы предп.	0.5	0	0	0	0	0.456	0.044	1.189	0.25
		Макс.функц. пр.выб	0.5	0	0	0.094	0.118	0.2	0.088	**0.742**	**0.129**
	P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)	Чебышев. точка	0.445	0.278	0.278	0	0	0	0	**0.711**	0.095
		Макс. силы предп.	0	1	0	0	0	0	0	1.556	0.731
		Макс.функц. пр.выб	0.347	0.358	0.295	0	0	0	0	**0.711**	**0.08**

определить наиболее полезную альтернативу, это не имеет существенного значения, так как Чебышевская точка (для данного примера и рассматриваемого случая – выбор второй альтернативы) является оптимальным критерием точечной идентификации. Для третьей альтернативы ситуация более противоречива. Чебышевская точка позволяет однозначно определить альтернативу с наибольшей полезностью, причем ее номер совпадает с номером эталонной полезности. Весовые коэффициенты, полученные с помощью модели максимизации силы предпочтений, позволяют вычислить полезности альтернатив, для которых полезности третьей и четвертой альтернативы совпадают, а весовые коэффициенты, полученные с помощью модели максимизации функции правильности выбора предпочтений, позволяют вычислить полезности альтернатив, для которых полезности

Таблица 5

Критерии точечной оценки			Полученные полезности альтернатив				Параметры адекватности	
			P(x1)	P(x2)	P(x3)	P(x4)	$\sum\|P(x_i)\|$	$\sum(P(x_i))^2$
Выбрана единственная альтернатива	x1	Чебышев. точка	**1**	0.668	0.402	0	**0.809**	**0.22**
		Макс. силы предп.	**1**	0.646	0.354	0	0.833	0.227
		Макс.функц. пр.выб.	**1**	0.726	0.416	0	0.852	0.23
	x2	Чебышев. точка	0.544	**0.623**	0.544	0.456	**0.157**	**0.011**
		Макс. силы предп.	0.743	**0.743**	0.507	0.257	0.671	0.143
		Макс.функц. пр.выб.	0.743	**0.743**	0.507	0.257	0.671	0.143
	x3	Чебышев. точка	0.5	0.491	**0.574**	0.5	0.091	2.914E-3
		Макс. силы предп.	0.414	0.457	**0.586**	0.586	0.31	0.025
		Макс.функц. пр.выб.	0.5	0.484	**0.5**	0.5	**0.077**	**1.794E-3**
	x4	Чебышев. точка	0.028	0.286	0.62	**0.972**	**0.868**	**0.239**
		Макс. силы предп.	0	0.235	0.588	**1**	0.943	0.29
		Макс.функц. пр.выб.	0	0.238	0.591	**1**	0.943	0.289
Установление отношения предпочтения	P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4)	Чебышев. точка	**1**	0.696	0.392	0	0.846	**0.227**
		Макс. силы предп.	**1**	0.646	0.354	0	**0.833**	**0.227**
		Макс.функц. пр.выб.	**1**	0.726	0.416	0	0.852	0.23
	P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4)	Чебышев. точка	0.594	**0.653**	0.535	0.406	0.277	0.026
		Макс. силы предп.	0.743	**0.743**	0.507	0.257	0.671	0.143
		Макс.функц. пр.выб.	0.5	**0.5**	0.5	0.5	**0.099**	**2.445E-3**
	P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)	Чебышев. точка	0.513	0.538	**0.563**	0.487	0.065	1.943E-3
		Макс. силы предп.	0.5	0.5	**0.572**	0.5	0.08	2.417E-3
		Макс.функц. пр.выб.	0.5	0.503	**0.539**	0.5	**0.043**	**4.727E-4**
	P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)	Чебышев. точка	0	0.278	0.631	**1**	**0.943**	**0.281**
		Макс. силы предп.	0	0.235	0.588	**1**	**0.943**	0.29
		Макс.функц. пр.выб.	0	0.235	0.588	**1**	**0.943**	0.29

первой, третьей и четвертой альтернативы совпадают. Ситуация осложняется тем, что наилучшие значения показателей адекватности (14) и (15) получает не Чебышевская точка, позволяющая однозначно определить наиболее полезную альтернативу, а модель максимизации функции правильности выбора предпочтений, которая, как было показано раньше, не обеспечивает однозначный выбор наиболее полезной альтернативы, совпадающий с эталонным. Таким образом, для третьей альтернативы, с точки зрения методики оценки адекватности критериев точечной идентификации предпочтений ЛПР, однозначно нельзя сказать, какой критерий следует использовать для точечной идентификации предпочтений.

В случае установления отношения предпочтения на множестве альтернатив полученные полезности (табл. 5) сохраняют заданную (эталонную) структуру строгого предпочтения

$$P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4) \text{ и}$$
$$P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)$$

для всех критериев точечной идентификации. Однако при этом для отношения строгого предпочтения P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4) наилучший результат показателя адекватности (14) получает модель максимизации силы предпочтений, а по показателю адекватности (15) и модель максимизации силы предпочтений, и Чебышевская точка достигают равных значений. Поскольку показатель адекватности (15) более чувствителен и точен, чем (14), то в качестве критерия точечной идентификации можно использовать как Чебышевскую точку, так и модель максимизации силы предпочтений.

Похожая ситуация и с отношением строгого предпочтения P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1): по показателю адекватности (14) все критерии получают равные значения, в то время как по показателю адекватности (15) наилучшее значение получает Чебышевская точка. Следовательно, в качестве критерия точечной идентификации лучше использовать Чебышевскую точку.

Для отношений строгого предпочтения

$$P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4) \text{ и}$$
$$P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)$$

эталонная структура строгого предпочтения сохраняется только для полезностей, полученных с использованием весовых коэффициентов, найденных по критерию Чебышевской точки. Для остальных критериев структура строгого предпочтения

$$P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4) \text{ и}$$
$$P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)$$

нарушается. Так, для отношения строгого предпочтения P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4) полезности, полученные по модели максимизации силы предпочтений, формируют следующую частично линейную структуру предпочтений:

$$\{P(x2)=P(x1)\}>P(x3)>P(x4),$$

а полезности, полученные по модели максимизации функции правильности выбора предпочтений, – отношение эквивалентности

$$P(x2)=P(x1)=P(x3)=P(x4).$$

Для отношения строгого предпочтения P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4) полезности, полученные по модели максимизации силы предпочтений, формируют следующую частично-линейную структуру предпочтений: $P(x3)>\{P(x2)=P(x1)=P(x4)\}$, а полезности, полученные по модели максимизации функции правильности выбора предпочтений, - также отношение частично-линейного предпочтения, но уже вида $P(x3)>P(x2)>\{P(x1)=P(x4)\}$. Наилучшие значения показателей адекватности (15) и (16), как для отношения строгого предпочтения $P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4)$, так и для $P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)$ получает модель максимизации функции правильности выбора предпочтений. Таким образом, для отношений строгого предпочтения $P(x2)>P(x1)>P(x3)>P(x4)$ и $P(x3)>P(x2)>P(x1)>P(x4)$ с точки зрения методики оценки адекватности критериев точечной идентификации предпочтений ЛПР, однозначно нельзя сказать, какой критерий следует использовать для точечной идентификации предпочтений.

Заканчивая анализ методики оценки адекватности критериев точечной идентификации предпочтений ЛПР, следует также отметить неоднозначность выбора критерия точечной идентификации в случае, когда наилучшие значения показателей адекватности весовых коэффициентов (12), (13) и показателей адекватности полезностей альтернатив (14), (15) достигаются попарно для результатов идентификации по разным критериям. Такая ситуация возникает в случае выбора в качестве единственной первой альтернативы: наилучшим критерием точечной идентификации по показателям адекватности весовых коэффициентов (12), (13) является модель максимизации функции правильности выбора предпочтений, а по показателям адекватности полезностей альтернатив (14), (15) – Чебышевская точка. Аналогично, при установлении отношений строгого предпочтения

$$P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4) \text{ и } P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)$$

наилучшим критерием точечной идентификации по показателю адекватности весовых коэффициентов (13) в обоих случаях является модель максимизации функции правильности выбора предпочтений, а по показателям адекватности полезностей альтернатив (15) – Чебышевская точка или модель максимизации силы предпочтений для отношения строгого предпочтения $P(x1)>P(x2)>P(x3)>P(x4)$, и Чебышевская точка – для отношения строгого предпочтения $P(x4)>P(x3)>P(x2)>P(x1)$.

4. Заключение

В результате анализа методики оценки адекватности критериев точечной идентификации предпочтений ЛПР можно сделать вывод, что предложенная методика является перспективным средством оценки адекватности и точности критериев точечной идентификации. Она содержит ряд проблем в области однозначного определения критерия точечной идентификации для различных случаев задачи предпочтения, поэтому требует дополнительных исследований. Возможным решением существующих проблем является использование в качестве результатов идентификации предпочтений ЛПР усредненных результатов идентификации, полученных по разным критериям точечной идентификации (Чебышевская точка, модель максимизации функции правильности выбора предпочтений). Кроме того, исходя из значений всех полученных показателей адекватности (12), (13), (14) и (15), можно сделать вывод, что Чебышевская точка и модель максимизации функции правильности выбора предпочтений являются более удачными критериями точечной идентификации, чем модель максимизации силы предпочтений.

Литература: **1.** *Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э.* Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. К.: Наук. думка, 2002. 164 с. **2.** *Петров Е.Г., Новожилова М.В., Гребенник І.В.* Методи і засоби прийняття рішень у соціально-економічних системах. Х.: ХДТУБА, 2002. 284с. **3.** *Шило Н.С.* Анализ метода компараторной идентификации предпочтений потребителей на примере выбора модели компьютера // Вестник ХГТУ. 2002. №1(14). С. 394-397.

Поступила в редколлегию 03.03.2003

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Левыкин В.М.

Петров Эдуард Георгиевич, д-р техн. наук, профессор, декан факультета КН ХНУРЭ, зав. кафедрой системотехники ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, принятие решений. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-50.

Шило Наталья Сергеевна, аспирантка кафедры системотехники ХНУРЭ. Научные интересы: идентификация поведения потребителей. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-10-06