

621.396 (06)

P15

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. М. К. ЯНГЕЛЯ

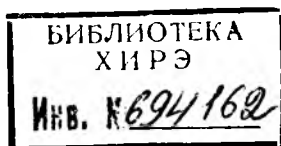
## РАДИОТЕХНИКА

---

Республиканский  
междуведомственный  
научно-технический  
сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 82



КС

Харьков  
Издательство при Харьковском  
государственном университете  
издательского объединения  
«Вища школа»  
1987

ХНУРЕ Radyotekhnika



694162

В сборнике изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований в области формирования, синтеза и анализа радиосигналов. Рассмотрены вопросы разработки и изучения радиотехнических схем и устройств. Представлены материалы по СВЧ-электронике, электродинамике и антенной технике.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1987 г.  
Для преподавателей, научных работников, специалистов.

*Редакционная коллегия:* д-р техн. наук проф. А. И. Терещенко (отв. ред.), канд. техн. наук доц. В. Д. Кукуш (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. Ж. Ф. Пашенко (отв. секр.), д-р техн. наук проф. Б. Л. Кашеев, д-р физ.-мат. наук доц. В. М. Кузьмичев, канд. техн. наук доц. Е. М. Кулешов, д-р техн. наук проф. А. С. Сердаков, д-р физ.-мат. наук проф. О. А. Третьяков, д-р техн. наук проф. В. А. Фролов, д-р физ.-мат. наук проф. Н. А. Хижняк, д-р техн. наук проф. А. Г. Шейн, акад. АН УССР В. П. Шестопалов, д-р техн. наук проф. Я. С. Шифрин

Ответственный за выпуск: д-р техн. наук проф. Б. Л. Кашеев

*Адрес редакционной коллегии:* 310141, Харьков-141, просп. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-94-84

Редакция научно-технической литературы  
Зав. редакцией Л. А. Гаврилова

С. Ф. СИМОВСКАЯ, канд. техн. наук, Е. Э. САХНОВСКИЙ

## ОРТОГОНАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ЛАГЕРРА С ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СХЕМОЙ ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ

Ортогональный фильтр Лагерра является линейной системой с одним входом и  $n$  выходами, откликающейся на типовое воздействие вида дельта-функции  $\delta(t)$  семейством ортогональных функций Лагерра [1; 2]. Ортогональные фильтры широко применяются в коррелометрах [3], спектроанализаторах, конструируемых на их базе. При использовании ортогонального фильтра в формирователе коэффициентов разложения, например в случае разложения корреляционной функции в ряд, выходные сигналы фильтра Лагерра определяются по формуле

$$y_k(t) = \int_0^t g_k(\tau) x(t - \tau) d\tau,$$

где  $x(t)$  — входной сигнал;  $g_k(t)$  — импульсная характеристика  $k$ -й ячейки, представляющая собой (с точностью до масштабного коэффициента)  $k$ -ю функцию Лагерра.

В частном случае на выходе ортогонального фильтра Лагерра, возбужденного  $\delta$ -функцией, получается семейство функций Лагерра  $L_k(x) = e^{-x/2} L_k(x)$ ,  $L_k(x)$  — полиномы Лагерра.

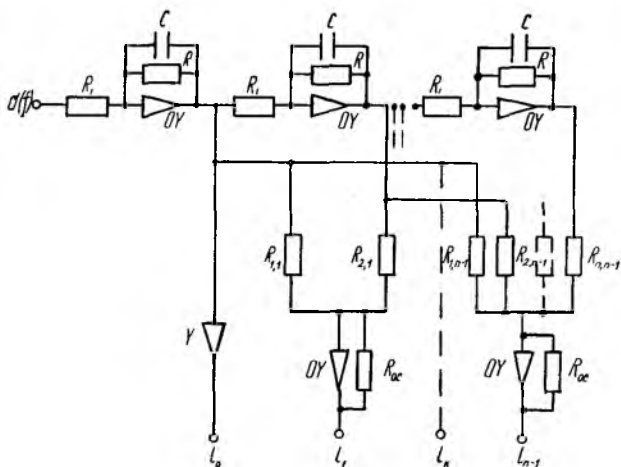
При синтезе канонической системы ортогонального фильтра Лагерра используется соотношение  $K_k(p) = \prod_{i=0}^k A_i(p)$ . Здесь  $K_k(p)$  — передаточная функция  $k$ -й ячейки фильтра;  $A_i(p)$  — передаточная функция  $i$ -го элементарного четырехполюсника,

$$A_0(p) = 1 / \left( 1 + \frac{2p}{\lambda} \right), A_1(p) = \dots = A_k(p) = \left( \frac{2p}{\lambda} - 1 \right) / \left( \frac{2p}{\lambda} + 1 \right).$$

Для реализации такой ортогональной системы используется последовательное соединение резистора и операционного усилителя с обратной связью [3]. Каждая ячейка, кроме последней, соединена разделительным конденсатором со входом операционного усилителя последующей ячейки и подключена через инвертор ко входному резистору упомянутой последующей ячейки.

Для повышения точности формирования откликов ортогонального фильтра Лагерра, содержащего  $n$  ячеек, можно использовать параллельно-последовательное построение его схемы (рисунок). В устройство фильтра Лагерра введена последовательность из  $n-1$  суммирующих усилителей, каждый из которых снабжен  $k+1$  входами и имеет коэффициент передачи  $a_{i,k}$ , по  $i$ -му его входу, равный величине  $a_{i,k} = 2^{i-1} C_k^{i-1}$ . Здесь  $k$  — порядковый номер суммирующего усилителя,  $1 \leq k \leq n-1$ ;  $C_k^{i+1}$  — число сочетаний из  $k$  по

$i-1$ . Сигнал с первой ячейки подается на выход фильтра через инвертор, а с остальных ячеек — через суммирующие усилители. Каждый суммирующий усилитель имеет входы, количество которых на единицу больше его порядкового номера в последовательности. Суммирующий усилитель состоит из операционного усили-



теля ОУ с резистором  $R_{oc}$  в цепи отрицательной обратной связи. Вход  $k$ -го операционного усилителя соединяется с каждым из  $k+1$  входов суммирующего усилителя через входные  $i$  резисторы в  $k$ -м сумматоре  $R_{i,k}$  (рисунок). Значения  $R_{i,k}$  связаны с величиной сопротивления  $R_{oc}$  резистора отрицательной обратной связи зависимостью  $R_{i,k} = R_{oc}/a_{i,k}$ , где  $a_{i,k}$  — коэффициент передачи  $k$ -го суммирующего усилителя по  $i$ -му входу.

Сигнал  $u_i(t)$ , сформированный в  $i$ -й ячейке фильтра, поступает на  $i$ -е входы всех суммирующих усилителей, а также на последующую  $(i+1)$ -ю ячейку фильтра, с выхода которой подается на  $(i+1)$ -е входы суммирующих усилителей. Усиленные сигналы в соответствии с коэффициентом передачи  $a_{i,k}$  по каждому  $i$ -му входу усилителя инвертируются и суммируются. Выходной сигнал каждого из  $k$ -х суммирующих усилителей

$$u_{\text{вых}_k}(t) = - \sum_{i=1}^{k+1} a_{i,k} u_i(t).$$

При конструктивном выполнении фильтра Лагерра переход от схемы с последовательно соединенными ячейками к схеме с параллельно-последовательным ее построением может привести к уменьшению сужения эквивалентной полосы пропускания фильтра, снижению искажения его импульсной характеристики и в результате — к повышению точности формирования выходных сигналов.

Для оценки точности формирования выходных сигналов разработали экспериментальный макет ортогонального фильтра Лагерра. Лабораторный макет состоял из пяти ячеек, каждая из которых содержала последовательно соединенные входные резистор и операционный усилитель, между зажимами которого подключена цепь отрицательной обратной связи, состоящая из параллельно соединенных резистора и конденсатора.

Точность фильтра Лагерра с последовательно-параллельной схемой проверялась в лабораторных условиях на макете фильтра. При опытной проверке оценивались ошибки приближения в равномерном смысле откликов ортогонального фильтра Лагерра на входной сигнал в виде  $\delta$ -импульса к рассчитанным теоретически функциям Лагерра соответствующего порядка. Результаты опытной проверки показали, что точность формирования выходных сигналов фильтром Лагерра с параллельно-последовательной схемой повышается не менее чем в 1,5 раза.

Рассматриваемый фильтр Лагерра про моделировали на аналоговой вычислительной машине (АВМ) МН-7М. При формировании ортогональных функций Лагерра, которыми являются импульсные характеристики ячеек ортогонального фильтра, для имитации типового воздействия типа  $\delta$ -функции на вход моделируемого фильтра Лагерра с постоянной времени, равной 1 с, подавались прямоугольные импульсы длительностью 20 мс, т. е. много меньшей его постоянной времени. Испытания проводились по следующей методике.

Прямоугольные импульсы с частотой следования 10 Гц с генератора импульсов Ф590 поступали на цифровой делитель частоты на 100, выходы всех разрядов которого подавались на две схемы совпадения. Выходной сигнал первой схемы совпадения вырабатывался в момент времени, соответствующий нулевому состоянию всех разрядов делителя частоты. На входы второй схемы совпадения могут подаваться любые комбинации разрядов делителя частоты. Поэтому выходной сигнал данной схемы совпадения появлялся в один из моментов времени наличия импульса от генератора. Этот импульс подключался ко входу «ЗАПУСК ВНЕШНИЙ» аналого-цифрового преобразователя (АЦП) Ф722/3. Выходной сигнал первой схемы совпадения через формирователь импульсов, вырабатывающий импульсы длительностью 20 мс, поступал на АВМ, на вход «СЧИТЫВАНИЕ» АЦП и на запуск развертки осциллографа С1-19Б. Сигналы с АВМ подавались на вход осциллографа и на АЦП, выход которого представлял выборки значений выходных сигналов фильтра Лагерра в дискретные моменты времени, определяемые работой генератора импульсов. Выходной сигнал АЦП в двоичном коде поступал в блок индикации, где считывался. Выходные сигналы ячеек фильтра Лагерра наблюдались на экране осциллографа.

По полученным при моделировании на АВМ МН-7М фильтра Лагерра опытным данным рассчитана погрешность равномерного приближения

$$\Delta_k = |l_k(t_i) - y_k(t_i)|/l_k(t_i),$$

где  $l_k(t_i)$  — значение  $k$ -й функции Лагерра в точке  $t_i$ . Результаты моделирования показали, что точность приближения в равномерном смысле для исследуемых ячеек при построении фильтра Лагерра по параллельно-последовательной схеме повышается примерно в полтора раза.

**Список литературы:** 1. *Мирский Г. Я.* Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. — М.: Энергия, 1972. — 154 с. 2. *Куля В. И.* Ортогональные фильтры. — К.: Техніка, 1967. — 240 с. 3. *Горбачевич Е. Д.* Коррелометры с аппроксимацией. — М.: Энергия, 1971. — 96 с.

Поступила в редколлегию 27.12.85

УДК 621.396

*И. Н. ПРЕСНЯКОВ*, канд. техн. наук, *О. Г. РУДЕНКО*, канд. техн. наук,  
*О. В. СЫТНИК*, канд. техн. наук

### АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ПОМЕХ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

При исследовании различных радиотехнических систем обработки сигналов в условиях отсутствия достаточно полной априорной информации о корреляционных свойствах помех все более широкое распространение получают адаптивные методы. Весьма перспективно применение данных методов при анализе устройств обработки сигналов в антенных решетках (АР). Такой подход позволяет не только оценивать вектор весовых коэффициентов решетки в условиях априорной неопределенности, но и формировать диаграмму направленности антенны с заданными свойствами.

Однако в связи с тем, что при сканировании луча антенны и действии различного рода помех накладываются жесткие требования к быстродействию алгоритмов обработки сигналов в АР, возникает задача выбора алгоритма оценки, с одной стороны, достаточно простого в вычислительном отношении, а с другой — обеспечивающего получение приемлемой оценки вектора весовых коэффициентов решетки.

Ряд задач радио- и гидролокации характеризуется относительно высоким соотношением сигнал-шум и отсутствием априорного описания входных сигналов. В этих условиях алгоритм вычисления оценки вектора весовых коэффициентов, предложенный в работе [1], не удовлетворяет критерию оптимальности одновременно по двум параметрам — величине дисперсии оценки вектора весовых коэффициентов и показателю скорости адаптации. Кроме того, эффективность алгоритма, рассмотренного ранее [1], резко падает при наличии корреляции между сигналами источников по-

мех. Основное достоинство данного алгоритма, обеспечившее широкое применение его при решении подобных задач, — вычислительная простота, обусловленная минимумом используемой информации. Этот алгоритм относится к одношаговым, т. е. использующим при построении очередной оценки информацию только об одном последнем шаге.

Поэтому целесообразно рассмотреть одношаговые алгоритмы, обладающие более высокой скоростью сходимости по отношению к известному алгоритму Уидроу [1].

Пусть прием ведется на эквидистантную АР, содержащую  $N$  изотропных элементов. В зоне обзора решетки действует  $M$  узкополосных источников сигналов  $s_i(t)$ . ЭДС в элементах решетки, наведенную полем источников, можно представить вектором размера  $N$

$$\bar{X}(t) = \sum_{i=1}^M s_i(t) S_i + \xi^X(t) = X(t) + \xi^X(t),$$

где  $S_i^T = (1, e^{-i\omega_i \tau_i}, e^{-i\omega_i 2\tau_i}, \dots, e^{-i\omega_i (N-1)\tau_i})$ .

Выходной сигнал антенны в векторной форме имеет вид

$$\bar{y}(t) = \bar{X}^T(t) W^* + \xi^y(t) = y(t) + \xi^y(t).$$

Здесь  $W^{*T}$  — вектор весовых коэффициентов решетки,  $W^{*T} = (W_1^*, \dots, W_M^*)$ ;  $*$  — знак комплексного сопряжения;  $\xi^X(t)$ ,  $\xi^y(t)$  — помехи, относительно которых сделаем следующие предположения.

1.  $\xi^X(t)$  — реализация  $N$ -мерного случайного процесса с нулевым средним и ковариационной матрицей вида  $E\{\xi^X(t)\xi^{X^T}(t)\} = \sigma_1^2 I$ , где  $E\{\cdot\}$  — оператор усреднения,  $I$  — единичная матрица;  $\xi^y(t)$  — реализация скалярного случайного процесса с нулевым средним  $E\{\xi^y(t)\} = 0$  и дисперсией  $E\{(\xi^y(t))^2\} = \sigma_2^2$ .

2.  $\xi^X(t)$ ,  $\xi^y(t)$  некоррелированы с сигналами  $X(t)$ ,  $y(t)$ .

Задача подавления помех заключается в определении вектора  $W$ , минимизирующего среднюю мощность выходного сигнала

$$E\{y^2(t)\} = \bar{W}^T R W. \quad (1)$$

Здесь  $R$  — пространственная корреляционная матрица поля, подающего на решетку,  $R = E\{\bar{X}(t)\bar{X}^T(t)\}$ .

Представим  $R$  как  $R = FP\bar{F}^T + \sigma_1^2 I$ , где  $F$  —  $(N \times M)$ -матрица, столбцами которой являются векторы фазовых задержек сигналов, содержащие информацию об угле наклона фронта волны, падающей на решетку от соответствующего источника;  $P$  — матрица коэффициентов взаимной корреляции между сигналами источников,  $P = E\{s_i(t)s_i^T(t)\}$ . Если число источников в зоне обзора антен-

ны  $M \leq N-1$ , то согласно известной [2] теореме оптимальным весовым вектором решетки является собственный вектор  $V$  матрицы  $R$ , соответствующий наименьшему собственному числу, даже если сигналы источников коррелированы. При этом весовой вектор  $W$ , соответствующий  $V$ , может быть определен из рекуррентного соотношения, базирующегося на градиентном алгоритме Уидроу [1] при  $\|W\|^2=1$ , где  $\|\cdot\|^2$  — евклидова норма вектора

$$W_n = W_{n-1} - \gamma X_n X_n^T W_{n-1} = W_{n-1} - \gamma y_n X_n. \quad (2)$$

Здесь  $\gamma$  — некоторый параметр.

Очевидно, что и скорость сходимости, и состоятельность этого алгоритма в значительной степени зависят от значения параметра  $\gamma$ . Рекомендации по выбору  $\gamma$  [1] не удобны для практической реализации, поскольку задают только пределы, в которых обеспечивается сходимость алгоритма, описанного в работе [1]. Вычисление этих пределов — трудоемкая задача, которую невозможно решить по одному измерению.

Поскольку число источников, их мощность и положение в пространстве изменяются с течением времени, выбор оптимального значения  $\gamma$ , обеспечивающего максимальную скорость сходимости алгоритма в реальном масштабе времени, не представляется возможным.

Более простым, с нашей точки зрения, является подход, основанный на минимизации функционала, отличного от (1).

Если в качестве минимизируемого функционала выбрать величину  $(y_n - W^T X_n)^2$  (3), то градиентный алгоритм минимизации (3) будет иметь вид

$$W_n = W_{n-1} - \gamma_n (y_n - W_{n-1}^T X_n) X_n, \quad (4)$$

где  $\gamma_n$  — некоторый параметр.

Очевидно, что свойства алгоритма (4), как и (2), в значительной степени определяются выбором параметра  $\gamma$ . Вычислительная простота и универсальность градиентного метода, реализованного в алгоритме (4), обеспечили ему широкое применение при минимизации (3) в условиях недостаточной априорной информации о полезных сигналах и действующих в системе помехах. Сходимость процедур типа (4) доказывается при довольно широких предположениях относительно параметра  $\gamma_n$  (требуется лишь сходимость и расходимость соответствующих рядов). При практической реализации подобных алгоритмов важнейшим показателем их работоспособности является скорость сходимости. Поэтому параметр  $\gamma_n$  должен выбираться не только из условий сходимости (4), но и из условий его наиболее быстрой сходимости.

В качестве критерия сходимости используем евклидову норму параметра рассогласования  $\phi_n = \|\theta_n\|^2$  (5), где  $\theta_n = W_n - W^*$ ;

$$\|\theta_n\|^2 = \sum_{j=1}^N \theta_{nj}^2. \quad \text{Далее вычитаем оптимальное значение вектора}$$

весовых коэффициентов  $W^*$  из обеих частей соотношения (4). Полученное выражение умножим слева на  $\theta_n^T$ , подставим его в (5) и, дифференцируя (5) по  $\gamma$ , получим линейное относительно  $\gamma$  алгебраическое уравнение, решение которого имеет вид  $\gamma_n^{\text{opt}} = 1/\|X_n\|^2$  (6). Подставляя (6) в соотношение (4), получаем алгоритм Качмажа [3]

$$W_n = W_{n-1} + \frac{y_n - W_{n-1}^T X_n}{\|X_n\|^2} X_n. \quad (7)$$

Этот алгоритм, как и алгоритм (2), относится к наиболее простым, требует при своей реализации минимальных вычислительных затрат и среди подобных алгоритмов наиболее быстродействующий. Важной особенностью данного алгоритма является изменение параметра  $\gamma_n$  в соответствии с текущими измерениями, что постоянно обеспечивает максимальную скорость адаптации даже при движущихся источниках.

Записав (7) относительно  $\theta_n$ , имеем

$$\theta_n = (I - X_n X_n^T / \|X_n\|^2) \theta_{n-1}.$$

Стоящая в круглых скобках матрица является проектирующей, т. е. (7) является одношаговым проекционным алгоритмом. Легко показать, что этот алгоритм сходится за  $N$  шагов. Однако все это справедливо при отсутствии помех  $\xi_n^x(t)$ ,  $\xi_n^y(t)$ . Наличие помех изменяет свойства алгоритма (7). Действие помех приводит к тому, что настройка вектора  $W$  осуществляется не по проекционному алгоритму (7), а по алгоритму

$$W_n = W_{n-1} + \frac{\tilde{y}_n - W_{n-1}^T \tilde{X}_n}{\|\tilde{X}_n\|^2} \tilde{X}_n, \quad (8)$$

т. е.

$$\theta_n = (I - \tilde{X}_n \tilde{X}_n^T / \|\tilde{X}_n\|^2) \theta_{n-1} + \frac{W_{n-1}^T \xi_n^x - \xi_n^y}{\|\tilde{X}_n\|^2} \tilde{X}_n. \quad (9)$$

Введя обозначение  $E\{\tilde{X} \tilde{X}^T / \|\tilde{X}\|^2\} = N^{-1}R$ , после усреднения и итерирования (9) с учетом предположений 1, 2, получаем

$$E\{\theta_n\} = (I - N^{-1}R)^n \theta_0 - \sum_{l=1}^n (I - N^{-1}R)^{n-l} E\left\{ \frac{W_{l-1}^T \xi_l^x - \xi_l^y}{\|\tilde{X}_l\|^2} \tilde{X}_l \right\}, \quad (10)$$

где  $\theta_0$  — начальное рассогласование.

При выполнении условия  $\|I - N^{-1}R\| < 1$  итеративная процедура (10) сходится и для  $n \rightarrow \infty$ . Используя приближенную формулу  $E\{f(X)\} \approx f(E\{X\})$ , можно записать  $\lim_{n \rightarrow \infty} E\{\theta_n\} \approx$

$$\approx -NR^{-1} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_x^2 + \sigma_1^2} W^*.$$

Следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \{ W_n \} = \left( I - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_X^2 + \sigma_1^2} R^{-1} \right) W^*, \quad (11)$$

где  $\sigma_X^2$  — средняя мощность процесса  $X$ .

Из соотношения (11) видно, что наличие помехи  $\xi_n^X$  приводит к смещению оценки  $W_n$ , причем величина смещения зависит от соотношения шум-сигнал.

При отсутствии помех для проекционного алгоритма (7) легко получить

$$E \{ \|\theta_n\|^2 \} = E \left\{ \theta_{n-1}^T \left( I - \frac{X_n X_n^T}{\|\tilde{X}_n\|^2} \right) \theta_{n-1} \right\}.$$

Тогда с ростом  $n$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \{ \|\theta_n\|^2 \} = 0, \quad \text{т. е.}$$

при отсутствии помех, оценка, находящаяся с помощью (7), является несмещенной и с минимальной дисперсией, равной нулю. Для определения математического ожидания  $E \{ \|\theta_n\|^2 \}$  оценки вектора  $W_n$ , реализованной по алгоритму (8), умножим обе части (9) слева на  $\theta_n^T$ . После усреднения и итерирования полученного выражения имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \{ \|\theta_n\|^2 \} = E \{ G' \} + E \{ G'' \}, \quad (12)$$

где 
$$E \{ G' \} = E \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_{i-1}^T \xi_i^X \xi_i^{X^T} W^*}{\|\tilde{X}_i\|^4} \tilde{X}_i^T (I - N^{-1}R)^{n-i} \tilde{X}_i \right\};$$

$$E \{ G'' \} = E \left\{ \frac{(\xi^y)^2}{\|\tilde{X}_n\|^4} \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i^T (I - N^{-1}R)^{n-i} \tilde{X}_i \right\}.$$

Таким образом, значение величины  $E \{ \|\theta_n\|^2 \}$  определяется статистическими свойствами полезных сигналов и помех. Уменьшить  $E \{ \|\theta_n\|^2 \}$  можно, модифицируя алгоритм (8) следующим образом:

$$W_n = W_{n-1} + p \frac{y_n - W_{n-1}^T \tilde{X}_n}{\|\tilde{X}_n\|^2} \tilde{X}_n, \quad (13)$$

где  $p$  — некоторый параметр.

Сходимость (13) наблюдается при  $0 < p < 2$ . После несложных преобразований получим для выражения (13)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \{ \|\theta_n\|^2 \} = E \{ G' \} + \frac{p}{2-p} E \{ G'' \}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что введение параметра  $p$ , не уменьшая составляющую  $E\{G'\}$ , обусловленную помехой  $\xi_n^X$ , позволяет уменьшить  $E\{G''\}$ , вызванную шумами  $\xi_n^y$ . Для этого необходимо взять  $p \rightarrow 0$ , например вида  $p = p_0 n^{-\alpha}$ , где  $0,5 < \alpha \leq 1$ .

Необходимо отметить, что уменьшить влияние помехи можно с использованием еще одной модификации (8):

$$W_n = W_{n-1} \frac{q \tilde{y}_n - W_{n-1}^T X_n}{\|\tilde{X}_n\|^2} \tilde{X}_n. \quad (15)$$

Здесь  $q$  — некоторый параметр,  $q < 1$ .

Однако такая модификация, позволяющая получить меньшее значение  $E\{\|\theta_n\|^2\}$ , вносит дополнительное смещение в  $E\{\theta_n\}$ .

Таким образом, устранить смещение, вызываемое наличием  $\xi_n^X$ , не удастся. Для компенсации влияния этой помехи необходимо полученную на  $n$ -й итерации оценку  $W_n$  скорректировать умножением на величину  $(\sigma_X^2 + \sigma_y^2)/\sigma_X^2$ .

Анализ полученных формул свидетельствует о том, что наличие помех не позволяет найти  $W^*$ , а алгоритм сходится в область, определяемую статистическими свойствами помех. Поэтому целесообразно найти такие значения параметра  $p$ , которые бы обеспечили наиболее быструю сходимость оценки вектора  $W_n$  в эту область.

Если в качестве критерия скорости сходимости использовать величину

$$\psi'_n = E\{\|\theta_n\|^2\} \rightarrow \min_p,$$

то параметр  $p$  будет переменным и приобретет следующий вид:

$$p_n^{\text{opt}} = (M_1/M_2) \leq 1 \quad (16),$$

где

$$M_1 = E \left\{ \frac{(\theta_{n-1}^T \tilde{X}_n) - (W^{*T} \xi_n^X)}{\|\tilde{X}_n\|^2} (\theta_{n-1}^T \tilde{X}_n) \right\};$$

$$M_2 = E \left\{ \frac{(\theta_{n-1}^T \tilde{X}_n)^2 + (W^{*T} \xi_n^X)^2 + (\xi_n^y)^2}{\|\tilde{X}_n\|^2} \right\}.$$

Следует отметить, что на практике воспользоваться значением  $p_n^{\text{opt}}$  вида (16) зачастую не представляется возможным, так как характеристики помех неизвестны. Однако при практическом использовании алгоритма (15) следует учесть, что  $p_n^{\text{opt}} < 1$ , если помехи присутствуют, и  $p_n^{\text{opt}} = 1$ , если их нет (последнее следует из соотношения (16)). Другой возможностью использова-

ния (16) является получение оценок характеристик помех в ходе эксперимента и подстановка этих оценок в соотношение (16).

Экспериментальное исследование алгоритма (15) было проведено на ЭВМ. Параллельно для сравнения моделировался алгоритм Уидроу [1]. В качестве приемной антенны использовалась восьмиэлементная эквидистантная антенная решетка. Источники сигналов представлялись двумя узкополосными случайными процессами с нулевым средним и дисперсиями 10 и 20, приходящих с направлений  $-15^\circ$  и  $50^\circ$  относительно направления главного максимума антенны. Тепловой шум в решетке моделировался в виде дискретных отсчетов стационарного случайного процесса с нулевым матожиданием. Исследование работоспособности алгоритма было проведено при различных соотношениях сигнал-шум. Дисперсия шума в эксперименте составляла 0,01; 0,1 и 10, что соответственно соотношениям сигнал-шум — 33, 23, 13 и 3 дБ.

В качестве оценки скорости сходимости алгоритмов принималось необходимое число итераций для формирования глубины провалов — 30 дБ в диаграмме направленности антенны. Оптимальные значения констант сходимости алгоритмов (15) и Уидроу [1], подобранные экспериментально, составляли 0,75; 0,0005. При этом скорость сходимости (15) для соотношения сигнал-шум, большего 20 дБ, составляла 50—60 итераций. При соотношении сигнал-шум, меньшем 10 дБ, скорость сходимости обоих алгоритмов была одинакова и составляла 170 и 300 итераций для соотношений сигнал-шум 10 и 3 дБ соответственно. Для соотношений сигнал-шум 13 дБ и 3 дБ оценки углового положения источников, полученные при помощи алгоритма (15), имели смещение  $6^\circ$  и  $10^\circ$ , в то время как алгоритм Уидроу [1] обеспечивал смещение  $3^\circ$  и  $8^\circ$ . Введенные в (15) константы сходимости вида  $p_n^{\text{opt}} n^{-1}$  уменьшили смещенность этих оценок до  $2^\circ$  и  $7^\circ$ .

Таким образом, применение алгоритма (15) в АР для формирования диаграммы направленности с заданными свойствами позволяет получить выигрыш в быстродействии в сравнении с алгоритмом Уидроу примерно в 1,5—2 раза при отношениях сигнал-шум больше 20 дБ практически без увеличения аппаратных затрат. Это достигается путем адаптивной корректировки константы сходимости  $\gamma_n$  для каждого измерения. Введение коэффициента  $p_n^{\text{opt}} n^{-1}$  значительно улучшает характеристики алгоритма, так как при этом сочетаются свойства градиентного алгоритма и алгоритмов стохастической аппроксимации.

Список литературы: 1. Уидроу, Мантей, Гриффитс, Гуд. Адаптивные антенные системы // Тр. ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. — 1967. — 55, № 12. — С. 78—95. 2. Cantoni A., Godara L. C. Resolving the Directions of Sources in a Correlated Field Incident on an Array // IEEE T. Acoust. Soc. Amer. — 1980. — 67, N 4. — P. 1247—1255. 3. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1983. — 383 с.

Поступила в редколлегию 15.03.85

В. А. ПИСЬМЕНЕЦКИЙ, канд. техн. наук,  
И. С. САВЧЕНКО, канд. техн. наук, О. В. ЯШКОВ

### ПРОСТАЯ АППАРАТУРНАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛОВ СПЕКТРОАНАЛИЗАТОРА

Спектральный анализ широко применяется как эффективный способ получения информации при исследовании различных процессов и явлений на физических установках [1; 2].

Специфика физического эксперимента, сложность и многообразие протекающих явлений приводит к тому, что выпускаемые приборы спектрального анализа (СА) в большинстве случаев малоэффективны. Необходимо выполнять разработки указанных приборов в соответствии с определенной программой физических исследований. Отсутствие конкретной информации о структуре исследуемых процессов не позволяет четко определить технические требования на проектирование и разработку анализатора спектра (АС) для физических исследований. Известны методы оценки погрешностей измерений спектров, требующие нахождения функциональной зависимости погрешности от разрешающей способности АС, формы амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), структуры исследуемых сигналов и т. д. [2]. При этом крайне затруднительно определить с какой точностью можно осуществлять изменение спектральных характеристик процессов.

Следовательно, целесообразно иметь сравнительно несложную модель сигналов и спектров, позволяющую воспроизводить структуру реальных исследуемых процессов и оценивать необходимые требования к методологическим параметрам аппаратуры СА. Учитывая изложенное, назовем эту модель аппаратурной, поскольку ее область применения связана с проектированием и разработкой АС.

Приборы СА, работающие в реальном масштабе времени, обеспечивают формирование спектральной плотности  $S(\omega)$  в виде усеченного ряда Котельникова [3] или Фурье, что позволяет принципиально избавиться от недостатков, связанных с огибающей АЧХ фильтров, их расстановкой на оси частот, характерных для традиционных устройств одновременного СА.

Точное формирование  $S(\omega)$  АС параллельного типа возможно только в том случае, если огибающая АЧХ фильтров описывается функцией  $\sin x/x$  [3]. Подобную огибающую могут иметь ортогональные фильтры, размещенные на пьезоэлектрической подложке. При этом спектральную плотность определим по формуле

$$S(\omega) = \sum_n (2\pi/\Omega) A_n \frac{\sin(\omega - \omega_n)\pi/\Omega}{(\omega - \omega_n)\pi/\Omega}, \quad \Omega = 2\pi/T_c, \quad (1)$$

где  $T_c$  — длительность входного сигнала. Огибающая суммы (1) между отсчетными точками формируется посредством сложения большого числа боковых лепестков слагаемых

$$A_n \frac{\sin(\omega - \omega_n)\pi/\Omega}{(\omega - \omega_n)\pi/\Omega}$$

или практически  $A_n \sin(\omega - \omega_n)\pi/\Omega$ . Тогда на интервале  $\Omega$  огибающую  $S(\omega)$  представим как сумму гармонических колебаний. В результате при конечном числе слагаемых между отсчетами всегда будут остаточные гармонические осцилляции. Хотя во всей полосе частот огибающая  $S(\omega)$  достаточно сложная, на отрезке  $\Omega$  для ее описания ограничимся простой суммой гармонических колебаний. Следовательно, можно предположить, что для реальных импульсных радиосигналов фрагмент  $S(\omega)$  в полосе частот  $k\Omega$  ( $1 < k < 10$ ) описывается сравнительно несложной зависимостью. Действительно, в пределах частотного интервала всегда  $S(\omega)$  представляет монотонную зависимость, либо содержит осцилляции с периодом меньшим или равным, либо включает одновременно перечисленные случаи.

Таким образом, для описания фрагмента  $S(\omega)$  необходима функция, содержащая осцилляции с периодом  $2\Omega$  и медленно изменяющуюся составляющую с различным законом убывания. Обзор наиболее часто применяемых функций и их Фурье-спектров показывает, что для получения осциллирующей зависимости целесообразно применить спектр радиопульса  $A_1 e^{-at} \cos \omega_1 t$ . Медленно изменяющуюся составляющую можно ввести в виде спектра временной функции

$$A_2 e^{-t^2/2a^2} \cos \omega_2 t,$$

который выражается так:

$$S_2(\omega) = (A_2/2) \sqrt{2\pi} a e^{-\frac{(\omega - \omega_2)^2 a^2}{2}}. \quad (2)$$

Определим скорость изменения  $S_2(\omega)$  на оси частот

$$\frac{dS_2(\omega)}{d\omega} = (A_2/2) \sqrt{2\pi} a^3 e^{-\frac{(\omega - \omega_2)^2 a^2}{2}} (\omega - \omega_2).$$

Обозначим  $(A_2/2) \sqrt{2\pi} a^3 = B$ ,  $a(\omega - \omega_2) = y$ ,  $B/a = C$ .

Тогда 
$$\frac{dS_2(\omega)}{d(\omega)} = Cy e^{-y^2/2}.$$

Исследуем поведение производной в зависимости от значений  $y$ . Для этого представим  $e^{-y^2/2}$  степенным рядом

$$e^{-y^2/2} = 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{4 \cdot 2!} - \frac{y^6}{8 \cdot 3!} + \frac{y^8}{16 \cdot 4!} + \dots + \left(\frac{y^2}{2}\right)^n \frac{1}{n!} + \dots$$

Учитывая, что остаток знакопередающегося ряда по абсолютной величине меньше первого отброшенного члена и ограничиваясь погрешностью не более 5 %, получаем

$$e^{-y^2/2} = \begin{cases} 1, & 0 < y < 0,3; \\ 1 - \frac{y^2}{2}, & y \leq 0,5; \\ 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{4 \cdot 2!}, & y < 1. \end{cases} \quad (3)$$

Как видно из равенства (3), огибающая вида (2) содержит участки, крутизна которых существенно отличается, что позволяет воспроизводить практически любой закон убывания  $S(\omega)$ . Следовательно, для синтеза монотонно убывающей компоненты  $S(\omega)$  целесообразно применять Фурье-преобразование (2).

Таким образом, для аппроксимации огибающей спектральной плотности реальных процессов в области частот можно воспользоваться соотношением

$$|S(\omega)| = \sqrt{[|S_1(\omega)| \cos \varphi_1(\omega) + S_2(\omega)]^2 + [S_1(\omega) \sin \varphi_1(\omega)]^2}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} |S_1(\omega)| &= |F[A_1 e^{-at} \cos \omega_1 t]| = \\ &= \frac{A_1}{2} \sqrt{\frac{1 + e^{-2aT_c} - 2e^{-aT_c} \cos(\omega - \omega_1)T_c}{a^2 + (\omega - \omega_1)^2}}; \\ \varphi_1(\omega) &= \operatorname{arctg} \frac{\omega - \omega_1}{a} + \operatorname{arctg} \frac{e^{-aT_c} \sin(\omega - \omega_1)T_c}{1 - e^{-aT_c} \cos(\omega - \omega_1)T_c}; \\ S_2(\omega) = |S_2(\omega)| &= \frac{A_2}{2} \sqrt{2\pi a} e^{-\frac{(\omega - \omega_2)^2}{2} a^2}; \quad \varphi_2(\omega) = 0; \end{aligned}$$

$F$  — символ преобразования Фурье.

Зададим в качестве параметров уровни убывания исходных временных функций

$$e^{-aT_c} = h; \quad e^{-\frac{T_c^2}{2a^2}} = g.$$

Тогда

$$a = \frac{1}{T_c} \ln \frac{1}{h}; \quad a = \frac{T_c}{2\sqrt{2 \ln 1/g}}.$$

Аппроксимирующая функция (4) может изменять свою структуру с помощью параметров  $A_1, A_2, \omega_1, \omega_2, h, g$ . Высокая скорость убывания слагаемого  $S_2(\omega)$  позволяет практически независимо формировать огибающую фрагмента  $S_2(\omega)$  вариацией любого из параметров. В частности, изменять положение и амплитудные значения максимумов с помощью параметров  $A_1, A_2, \omega_1, \omega_2$ , глубину осцилляций — с помощью  $h$ . Выбор необходимого по крутизне участка

слагаемого  $S_2(\omega)$  может выполняться изменением параметров  $\omega_2, g$ .

Для оценки применимости полученных результатов с помощью соотношения (4) при ориентировочном выборе указанных параметров моделировались огибающие спектров различных процессов в физических установках. Результаты вычислений показаны на

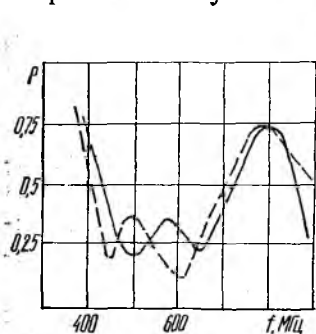


Рис. 1

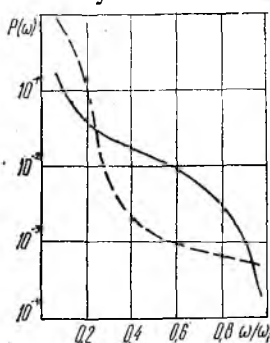


Рис. 2

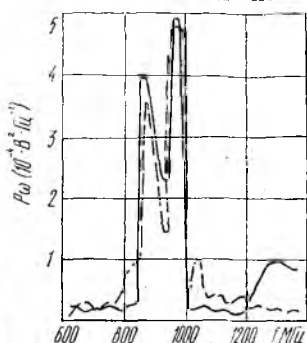


Рис. 3

рис. 1 пунктирной линией, а реальные спектры — сплошной. В частности, на рис. 1 представлены огибающие спектров турбулентных шумов в линейном водородном разряде «НРП-2» [4] для плотности плазмы  $1,6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . При этом были выбраны следующие параметры модели:  $A_1 = A_2 = 1$ ;  $\omega_1 = 80(2\pi/T_c)$ ;  $\omega_2 = 84(2\pi/T_c)$ ;  $h = 0,2$ ;  $g = 0,001$ . На рис. 2 показан участок турбулентного спектра, зарегистрированного двойным электрическим зондом в водородной плазме стелларатора «Твист» и его модель с параметрами  $A_1 = 0,4$ ;  $A_2 = 1$ ;  $\omega_1 = 87(2\pi/T_c)$ ;  $\omega_2 = 86(2\pi/T_c)$ ;  $h = 0,5$ ;  $g = 0,001$ .

Результаты моделирования спектра Кадомцева [5], описывающего распределение плотности мощности флуктуаций в режиме ионно-звуковой турбулентности, представлены на рис. 3. Параметры модели  $\omega_1 = \omega_2 = 80(2\pi/T_c)$ ;  $A_1 = 0,3$ ;  $A_2 = 1$ ;  $h = 0,1$ ;  $g = 0,001$ .

Из графиков следует, что моделирующая функция (4) позволяет воспроизводить фрагменты спектров различных процессов и, следовательно, пригодна для оценки погрешности частотного анализа с применением различных методов СА и частотно-избирательных элементов. Следовательно, представляется возможным решать задачу поиска оптимальной структуры АС в зависимости от требуемых метрологических параметров или типа решаемой задачи. Так находятся амплитудные значения и частоты, соответствующие максимумам  $S(\omega)$ ; определяется скорость убывания огибающей  $S(\omega)$ ; производится слежение за изменением положения максимумов и т. д.

Предложенная модель может быть также полезной при организации банков данных о спектрах различных процессов в целях их автоматизированной идентификации с помощью ЭВМ непосредственно при выполнении физического эксперимента.

**Список литературы:** 1. *Анализатор спектра частот одиночного радиоимпульса*/И. С. Савченко, В. А. Хорунжий, В. А. Письменецкий и др.//Приборы и техника эксперимента. — 1971. — № 6. — С. 103—105. 2. *Grisson J. T., Kochler D. R. Introduction to resolution distortion*//Amer. J. Phys. — 1967. — 35, N 8. — S. 168—173. 3. *Письменецкий В. А., Хорунжий В. А., Яшков О. В.* Анализатор спектра с управляемыми параметрами//Тр. Таганрог. радиотехн. ин-та. — 1974. — Вып. 1. — С. 62—70. 4. *Рассеяние электромагнитных волн на турбулентных пульсациях плазмы*/Ю. Г. Калинин, Д. Н. Лин, В. Д. Рютов и др.//Журн. эксперимент. и теорет. физики. — 1968. — 55. — Вып. 1. — С. 115—121. 5. *Кадомцев Б. В., Левашвили В.* Слабая турбулентная плазма в магнитом поле//Журн. эксперимент. и теорет. физики. — 1962. — 43. — Вып. 6. — С. 2234—2244.

Поступила в редколлегию 23.08.85

УДК 621.396

Б. Г. ТЕРЯЕВ, канд. техн. наук

### ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ-ПОМЕХА НА ВЫХОДЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ УСТРОЙСТВ СИНХРОНИЗАЦИИ КВАЗИКОГЕРЕНТНЫХ ДЕМОДУЛЯТОРОВ ФМ-СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ МЕЖСИМВОЛЬНЫХ ПОМЕХ В КАНАЛЕ

В работе [1] изложена методика определения энергетического спектра (ЭС) помехи на выходе нелинейных преобразователей (НП) различных типов устройств синхронизации квазикогерентных демодуляторов ФМ-сигналов — УФОК и УВТИ [2]. Там же приведены результаты по исследованию отношения сигнал-помеха на выходе УФОК и УВТИ при наличии только аддитивного шума в канале.

Известно определение ЭС сложной помехи на выходе частотно-ограниченного канала, позволяющее учесть дополнительные искажения сигнала межсимвольной помехой — МСП [3]. Это дает возможность, используя методику, изложенную в работе [1], найти ЭС на выходе НП тех же устройств синхронизации, но при дополнительном появлении межсимвольных искажений в канале. Комплексный коэффициент передачи канала полагаем произвольным, когда импульсная реакция канала на радиосигнал удовлетворяет или не удовлетворяет условию Найквиста. Рассмотрим результаты исследования некоторых типов УФОК и УВТИ квазикогерентных демодуляторов сигналов ФМ-2 и ФМ-4 и отношения сигнал-помеха на их выходе при учете аддитивного шума и МСП. Нормированный комплексный коэффициент передачи представляем в виде

$$k(j\omega) = e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\beta^2}} e^{j\tau_0(\omega - \omega_0)},$$

где  $\tau_0 = \pi/2\Delta_c$ ;  $\Delta_c$  — эквивалентная энергетическая полоса пропускания канала,  $\Delta_c = \beta/\sqrt{\pi}$ , т. е. рассматривается канал с гауссовой частотной и линейной фазовой характеристикой. Полученные

при этом результаты практически справедливы и при других типах частотных характеристик каналов, например с прямоугольной частотной характеристикой, если только эквивалентные энергетические полосы пропускания каналов  $\Delta_c$  окажутся одинаковыми.

*УФОК Пистолькорса.* Определим ЭС на выходе НП УФОК демодулятора сигналов ФМ-2. УФОК такого типа состоит из удвоителя частоты (НП), узкополосного фильтра, настроенного на удвоенную частоту сигнала фильтрующего элемента (ФЭ), и безынерционного делителя частоты. Запишем вначале ЭС сложной помехи, равной сумме аддитивного шума, и МСП [3]. Энергетический спектр шума при гауссовой частотной характеристике тракта

$$S_n \omega = N_0^+ |k(j\omega)|^2 = N_0^+ e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}}.$$

Здесь  $N_0^+$  — спектральная интенсивность белого шума;  $\delta^2$  — мощность этой помехи,

$$\delta^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S_n(\omega) d\omega = \frac{\Delta_c}{2\pi} N_0^+.$$

Следовательно,

$$S_n(\omega) = \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}}. \quad (1)$$

Энергетический спектр сигнала ФМ-2  $S(t)$ :

$$S_s(\omega) = \frac{U_0^2}{2} T_0 \left( \frac{\sin \frac{\omega - \omega_0}{2} T_0}{\frac{\omega - \omega_0}{2} T_0} \right), \quad (2)$$

где  $U_0$ ,  $\omega_0$ ,  $T_0$  — амплитуда, центральная частота и длительность элементарного сигнала. Тогда ЭС сложной помехи

$$\tilde{S}_n(\omega) = S_s(\omega) \left\{ 1 + e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}} - 2e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\beta^2}} \cos \tau_0(\omega - \omega_0) \right\} + s_n(\omega). \quad (3)$$

Сигнал на выходе квадратора умножителя частоты запишем в виде

$$[S(t) + \tilde{n}(t)]^2 = S(t)^2 + 2S(t)\tilde{n}(t) + n(t)^2. \quad (4)$$

Здесь  $S(t)$  — неискаженный ФМ-сигнал  $U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi_M(t)]$ ;  $\tilde{n}(t)$  — сложная помеха,  $\tilde{n}(t) = n(t) + S_{\text{МСП}}(t)$ .

Мощность сигнала  $S(t)$  на удвоенной частоте  $2\omega_0$ :

$$P_{c_{y\lambda}} = (U_0^2/2)^2/2 = U_0^4/8. \quad (5)$$

ЭС сложной помехи после преобразования в квадраторе определяется вторым и третьим членами выражения (4). Полагая статистическую независимость между  $S(t)$  и  $\tilde{n}(t)$ , что допустимо при заметном уровне аддитивного шума, запишем ЭС, обусловленный вторым членом соотношения (4):

$$S_{2s \times \tilde{n}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{S}_n(\omega - \nu) S_{2s}(\nu) d\nu, \quad (6)$$

где  $S_{2s}(\nu)$  — ЭС сигнала  $2S(t)$ , определяемый из (2).

Вычисление (6) дает выражение ЭС, справедливое в окрестности частоты  $2\omega_0$ :

$$S_{2s \times \tilde{n}}(\omega) = A\tau_0^2(\omega - 2\omega_0)^2 + B e^{-\frac{(\omega - 2\omega_0)^2}{\beta^2}}.$$

Здесь  $A = \frac{1}{2\pi} \frac{U_0^2}{2} T_0 \frac{(2U_0)^2}{2} \frac{1}{2}$ ;  $B = \frac{1}{2\pi} \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c} \frac{(2U_0)^2}{2} \frac{1}{2}$ ,  $\omega \approx 2\omega_0$ .

Поскольку ФЭ УФОК обычно узкополосный, достаточно знать ЭС в окрестности частоты  $2\omega_0$ .

Выражение ЭС помехи, вызванное третьим членом (4), выполним в предположении, что статистика сложной помехи гауссова. Воспользовавшись при этом выражением корреляционной функции квадрата нормального случайного процесса, приведенным в [4], получим ЭС помехи, вызванный третьим членом (4), также справедливым в окрестности частоты  $2\omega_0$ :

$$F(2\omega_0) = 4 \left\{ \sigma^4 \frac{\pi}{\sqrt{2}\Delta_c} + 2U_0^2 \sigma^2 (\tau_0/T_0) + 4U_0^4 (\tau_0/T_0)^4 T_0/3 \right\}. \quad (7)$$

Используя (5), (6), (7), составим отношение сигнал-помеха на выходе ФЭ удвоителя частоты

$$P_{c_{yx}} = P_{c_{y\lambda}} / (P_{n1} + P_{n2}),$$

где

$$P_{n1} = B\Delta\Phi + A\tau_0^2 \frac{1}{2\pi} \int_{2\omega_0 - \frac{\Delta\Phi}{2}}^{2\omega_0 + \frac{\Delta\Phi}{2}} d\omega (\omega - 2\omega_0)^2 = \frac{U_0^2}{2\pi} \sigma^2 n_{оп} + \frac{U_0^4}{192} n_{оп}^2 m;$$

$n_{оп}$  — отношение полосы пропускания ФЭ удвоителя частоты к полосе приемопередающего тракта  $\Delta_c$ ,  $n_{оп} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta_c/2\pi}$ ;  $m$  — обобщенная полоса пропускания,  $m = \frac{\Delta_c}{2\pi} T_0$ ;

$$P_{n2} = F(2\omega_0) \Delta\Phi = 4 \left[ \frac{\sigma^4}{2\sqrt{2}} + \frac{U_0^2 \sigma^2}{8m} + \frac{U_0^4}{3 \cdot 4^3 m^3} \right] n_{оп}.$$

Тогда

$$P_{c_{уд}}/P_{\pi} = \frac{1}{n_{оп} \left[ \frac{2\sqrt{2}}{N^4} + \frac{2}{N^2} \left( \frac{1}{\pi} + \frac{1}{m} \right) + \left( \frac{n_{оп}^2}{2^4} + \frac{1}{6m^3} \right) \right]}, \quad (8)$$

где  $N$  — отношение сигнал-помеха на выходе тракта при отсутствии МСП,  $N = U_0/\sqrt{2}\sigma$ . Ввиду принятых ограничений на выражения ЭС сложной помехи (6), (7) последнее соотношение справедливо при малых  $n_{оп} \lesssim 0,1$  и  $m \lesssim 2$ . При безынерционном делении частоты сигнала на выходе ФЭ отношение сигнал-помеха не меняется, поэтому выражение (8) определяет отношение сигнал-помеха на выходе УФОК Пистолькорса.

Выражения отношений сигнал-помеха на выходе УФОК Пистолькорса, Сифорова и Костаса (ПСК) одинаковы [1]. Поэтому (8) справедливо для УФОК ПСК.

Таблица 1

$m$	$N$						
	0	1	2	3	5	10	$\infty$
1,0	0	1,775	9,970	20,10	36,07	51,66	60,0
1,5	0	2,063	13,92	33,04	75,61	145,0	204,0
$\infty$	0	2,500	18,00	42,00	82,50	250,0	$\infty$

В табл. 1 представлены значения отношения  $P_c/P_{\pi}$  при различных значениях  $m$  в функции при  $n_{оп}=0,1$ . Последняя строка таблицы взята из работы [5].

Уменьшение обобщенной полосы  $m$  и, следовательно, увеличение МСП, может привести к заметному снижению отношения сигнал-помеха на выходе УФОК (табл. 1).

*УФОК Стратоновича.* УФОК данного типа в демодуляторах сигналов ФМ-2 содержит фазовый деманипулятор (ФДМ), фазовый детектор (ФД), узкополосный фильтрующий элемент (ФЭ). Непрерывный ЭС помехи на выходе ФДМ такой же как и на его входе [1]. Поэтому непрерывный ЭС сложной помехи на выходе ФДМ определяется выражением (3). Аппроксимация этого выражения в окрестности частоты  $\omega_0$ :

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{U_0^2}{2} T_0 \tau_0^2 (\omega - \omega_0)^2 + \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c}$$

Тогда мощность помехи на выходе ФЭ УФОК Стратоновича

$$P_{\pi} = \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c} \Delta\Phi + \frac{U_0^2}{2} T_0 \tau_0^2 \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - 2\pi \frac{\Delta\Phi}{2}}^{\omega_0 + 2\pi \frac{\Delta\Phi}{2}} d\omega (\omega - \omega_0)^2 = \sigma^2 n_{оп} + \frac{\pi^2}{96} U_0^2 m n_{оп}^3,$$

(9)

где  $\Delta\Phi$  — полоса пропускания ФЭ;  $n_{\text{оп}} = (\Delta\Phi/\Delta_c) 2\pi$ ;  $P_c$  — мощность сигнала,  $P_c = U_0^2/2$ . Тогда отношение мощности сигнала к мощности помехи на выходе УФОК запишем так:

$$P_c/P_n = \frac{1}{n_{\text{оп}}(1/N^2 + 2,05 \cdot 10^{-1} m n_{\text{оп}}^2)}. \quad (10)$$

Выражение (10) также справедливо при малых  $n_{\text{оп}}$ ,  $m \leq 2$ . Используя (10), приведем значения  $P_c/P_n$  в функции  $N$  при  $n_{\text{оп}} = 0,1$ , т. е. при тех же значениях, что и для УФОК ПСК. Результаты

Таблица 2

$m$	$N$						
	0	1	2	3	5	10	$\infty$
1,0	0	9,97	39,67	88,36	273,80	829,8	4878
1,5	0	9,96	39,51	87,58	232,18	765,1	3257
$\infty$	0	10	40,00	90,00	250,00	1000	$\infty$

расчетов сведены в табл. 2. В последней строке этой таблицы приведены значения отношения  $P_c/P_n$  при различных значениях  $m$  в случае отсутствия МСП.

Сравнивая данные табл. 1, 2, приходим к заключению, что искомое отношение сигнал-помеха на выходе УФОК Стратоновича, а следовательно, УФОК Травина, Агеева, оказывается существенно выше, чем на выходе УФОК ПСК. Выражения отношений сигнал-помеха на выходе УФОК Стратоновича демодулятора сигналов ФМ-4 и ФМ-2 совпадают [1]. Следовательно, при наличии МСП можно использовать (10) и при УФОК с реманипуляцией демодуляторов четырехпозиционных ФМ-сигналов. Исследование УФОК ПСК демодуляторов ФМ-4 проведено не было ввиду появления весьма громоздких вычислений при определении ЭС сложной помехи на выходе учетверителя частоты.

Исследование УВТИ демодуляторов ФМ-сигналов проводили при наличии МСП и аддитивного шума. Ввиду появления громоздких выражений при определении ЭС сложной помехи на выходе НП далее приводятся только окончательные результаты. Так, для УВТИ с дифференцирующей цепью и двухполупериодным преобразователем отношение сигнал-помеха на выходе его ФЭ записывается следующим образом:

$$P_c/P_n = \frac{1}{2n_{\text{ти}} [1 + 1/\gamma^2 (16/\tilde{N}^2 + 1/128\tilde{N}^4)]},$$

$$\tilde{N}^2 = \frac{q}{m \left[ 1 + \frac{1 - e^{-2m}}{2m^2} \right]}, \quad (11)$$

где

$$q = \frac{U_0^2 T_0}{2 N_0^+} = P_c T_0 / N_0^+ = \frac{P_c}{P_{па}} m = N^2 m, \quad N = U_0 / \sqrt{2\sigma};$$

$\gamma = T_0 / \tau_g$ ,  $\tau_g$  — постоянная дифференцирующей цепи УВТИ [2];

$n_{ти} = (\Delta\Phi_{УВТИ}) / \left(\frac{\Delta_c}{2}\right) 2\pi$ ,  $\Delta\Phi_{УВТИ}$  — полоса ФЭ УВТИ. Причем это

выражение справедливо для демодуляторов сигналов ФМ-2 и ФМ-4 и также при малых  $n_{оп}$ . В табл. 3 представлены значения отноше-

Таблица 3

$m$	$N$						
	0	1	2	3	5	10	$\infty$
1,5	0	5,35	6,42	6,49	6,505	6,508	6,51
$\infty$	0	7,01	9,07	9,57	9,84	9,96	10,0

ния  $P_c/P_{п}$  при различных значениях  $m$  в функции  $N$  при значениях параметров  $n_{ти}=0,1$ ;  $\gamma=10$ . Аналогично было определено отношение сигнал-помеха на выходе УВТИ с множителем и линией задержки. Для демодуляторов сигналов ФМ-2 оно имеет вид

$$P_c/P_{п} = \frac{1}{n_{ти}(4 + 1,52/\tilde{N}^2 + 156/\tilde{N}^4)}, \quad (12)$$

для демодуляторов сигналов ФМ-4

$$P_c/P_{п} = \frac{1}{n_{ти}(4 + 3,9/\tilde{N}^2 + 0,38/\tilde{N}^4)}. \quad (13)$$

Выражения (12), (13) также справедливы при малых  $n_{ти}$ . В табл. 4 приведены значения отношения  $P_c/P_{п}$  при различных значениях  $m$  в функции  $N$  при значениях параметров  $n_{ти}=0,1$ .

Таблица 4

$m$	$N$					
	1	2	3	5	10	$\infty$
ФМ-2						
1,5	1,659	4,48	5,07	5,29	5,35	6,66
1,7	1,66	4,28	4,62	4,83	4,93	5,88
$\infty$	3,7	4,01	4,90	5,53	6,90	8,20
1,5	1,55	2,71	2,84	2,87	2,88	3,13
ФМ-4						
1,7	1,34	2,42	2,55	2,57	2,58	2,76
$\infty$	2,8	3,02	3,60	4,20	4,70	5,0

Сравнение данных табл. 3, 4 показывает, что учет МСП приводит к заметному уменьшению отношения сигнал-помеха на выходе УВТИ, так что для получения качественной работы демодулятора необходимо сужать полосу пропускания ФЭ, уменьшая  $n_{\text{тн}}$ . Заметно также «насыщение» функции, когда, начиная с  $N \geq 3$ , отношение сигнал-помеха на выходе УВТИ практически не меняется или меняется незначительно. Полученные в работе выражения отношения сигнал-помеха на выходе различных типов УФОК и УВТИ далее используются при расчете помехоустойчивости демодуляторов ФМ-сигналов с учетом работы их устройств синхронизации и наличия искажений сигнала аддитивным шумом и МСП.

**Список литературы:** 1. Теряев Б. Г. Сравнительный анализ устройств синхронизации и их влияние на помехоустойчивость сигналов однократной и двукратной фазовой манипуляции//Докл. на VIII науч.-техн. конф., посвященной Дню радио. М., 1982. — С. 20—25. 2. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь: Пер. с англ. — М.: Связь, 1979. — 400 с. 3. Теряев Б. Г. Представление сигнала на выходе частотно-ограниченного линейного тракта//Радиотехника. — 1987. — Вып. 81. — С. 32—36. 4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1973. — Т. 1. 286 с. 5. Теряев Б. Г., Мамаев Н. С. Отношение с/п на выходе удвоителя частоты//Электросвязь. — 1965. — Вып. 9. — С. 38—42.

*Поступила в редколлегию 18.11.85*

УДК 621.391

*О. П. МАЛОФЕЙ*, канд. техн. наук, *В. Н. ТУПКАЛО*, канд. техн. наук,  
*А. В. КАМЫШ*

### **О ПОВЫШЕНИИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИЕМА В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ**

Обширные экспериментальные исследования эффективности корректирующих кодов в реальных радиоканалах показали, что в режиме исправления ошибок при  $n \leq 511$  коды повышают достоверность не более, чем на один порядок, а потери вследствие избыточности кода при этом достигают 50—80 %. Расчеты свидетельствуют, что с увеличением длины комбинации до 64—128 единичных символов потери в скорости уменьшаются до 6—10 %, а коэффициент повышения верности увеличивается на два порядка [1].

В системах передачи данных в целях достижения максимального выигрыша в верности приема могут использоваться одновременно несколько кодовых и несколько косвенных способов обнаружения ошибок [2]. Комбинированным является такой принцип обнаружения ошибок, при котором особое значение приобретает согласование способов обнаружения ошибок.

Рассмотрим вероятностное пространство ошибок при приеме. Ошибки имеют различный характер:  $0 \rightarrow 1$  или  $1 \rightarrow 0$ , разную кратность и случайный характер распределения в пределах принимаемой кодовой комбинации. Пусть  $P$  — вероятность ошибочного приема единичных символов. Применение того или иного способа

обнаружения ошибок обеспечивает выявление какой-то их части. Обозначим пространство элементарных событий — ошибок через  $\Omega$ , а его элементы — через  $\omega_1, \omega_2, \dots$ . Следовательно,  $\Omega = \{\omega_i, i = 1, 2, 3, \dots, N\}$ , где  $N$  — число элементов в  $\Omega$ . Пусть ошибки, обнаруживаемые первым способом, составляют число  $A_1$ , которое является подмножеством  $\Omega$ , т. е.  $A_1 \in \Omega$ . Тогда  $P(A_1) = \sum_{\omega_i \in A_1} P(\omega_i)$ ,

а вероятность необнаруживаемых ошибок  $P_{\text{но}} = P - P(A_1)$ .

Если использовать комбинированно два способа обнаружения ошибок (косвенный и кодовый), вероятность совместного обнаружения ошибок определится суммой событий  $A_1$  и  $A_2$ , т. е. объединением подмножеств  $A_1 \cup A_2$  и пересечением  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ , где

$$P(A_1 \cup A_2) = \sum_{\omega_i \in A_1 \cup A_2} P(\omega_i) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2).$$

При одновременном использовании нескольких способов (косвенных и кодовых) вероятность обнаружения ошибок

$$P(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < r} P(A_i A_j A_r) - \dots + (-1)^{n-1} P(\bigcap_{i=1}^n A_i).$$

Тогда вероятность необнаруживаемых ошибок  $P_{\text{но}} = P - P(\bigcup_{i=1}^n A_i)$ .

При таком комбинированном контроле ошибок способы обнаружения должны меньше дублировать и больше дополнять друг друга, т. е. вероятности пересечений множества  $A_i$  должны стремиться к нулю.

Вводя в систему ПДИ детектор качества, наряду с кодовыми методами защиты информации можно удешевить АПД. Кроме того, учет параметров пакетирования искажений позволяет, например, с помощью детектора качества сигналов с оптимальными зонами стираний, уменьшить вероятность необнаруженной ошибки на два-три порядка, уменьшить величину потерь скорости передачи в системах с переспросом, снизить избыточность кода [3].

Исправление стираний в кодах с повторением позволяет значительно повысить помехоустойчивость достаточно простыми средствами [3], реализовав следующий метод.

Осуществляется  $N$ -кратное повторение сообщений, закодированных  $(n, k)$  кодом, где  $\{m-1 < N < 2m-1, m=3, 4, \dots\}$ . Если имеет место двукратное повторение сообщения, при обнаружении ошибки в первом повторении ( $\bar{Y}_1$ ) его целесообразно запомнить. При приеме второго повторения ( $\bar{Y}_2$ ) фиксируются соответствующие ему стирания ( $\bar{\theta}$ ), и определяется результат сложения по модулю два одноименных символов  $\bar{Y}_1$  и  $\bar{Y}_2$ ,  $\bar{\psi} = \bar{Y}_1 \oplus \bar{Y}_2$ . Результат логического перемножения  $\bar{\theta}$  и  $\bar{\psi}$   $\bar{E} = \bar{\theta} \bar{\psi}$  с большой вероятностью указы-

вает на искаженные символы второго повторения, которые инвертируются в соответствии с  $\bar{E}$ . Скорректированная комбинация  $\bar{X} = \bar{Y}_2 \oplus \bar{E}$  подвергается кодовой проверке и при отсутствии ошибок выдается для дальнейшей обработки, а так же совместно с первой  $\bar{Y}_1$  формируется код числа единиц в одноименных символах двух повторений

$$R = \sum_{i=1}^2 Y_i.$$

Неверная коррекция элементов во втором повторении происходит в тех случаях, когда одноименным несовпадающим символам соответствует ложное стирание. Если суммарное количество таких коррекций совместно с искажениями на нестертых позициях второго повторения превысит обнаруживающую способность кода ( $\sigma = d - 1$ ), то будет иметь место необнаруживаемая ошибка. Вероятность необнаруженных ошибок определится соотношением

$$P_{но}(s, n) \cong \frac{1}{2^{n-n_s}} \left[ \sum_{i=d}^n C_n^i P_0^i (1 - P_0)^{n-i} + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d-1}^n C_n^i P_0^i q_s^j (1 - P_0)^{n-i} C_{n-i}^j P^j (1 - P)^{n-(i+j)} \right].$$

Если выделить слагаемые, имеющие наибольший вес, то

$$P_{но}(s, n) \approx \frac{1}{2^{n-n_s}} [C_n^d P_0^d + C_{n-1}^{d-1} n P_0 q_s P^{d-1}].$$

Вероятность обнаружения ошибок, характеризующую потери информации при приеме второго повторения, найдем по формуле

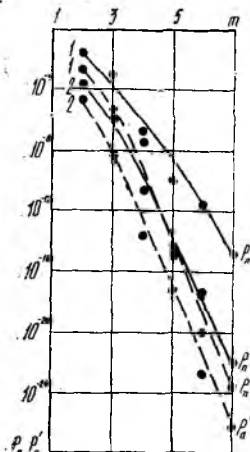
$$P_{оо}(s, n) \cong \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=0}^{d-1-i} C_n^i C_{n-i}^j P_0^i q_s^j (1 - P_0)^{n-i} (1 - P)^{n-(i+j)}$$

или приближенно  $P_{оо}(s, n) \approx n P_0 q_s$  где  $j$  — число стираемых символов;  $i$  — число ошибок на нестертых позициях;  $P_0$  — вероятность искажения единичного символа;  $P$  — вероятность трансформации символа при отсутствии стираний;  $q_s$  — вероятность ложного стирания;  $n$  — число символов в принятой комбинации;  $d$  — кодовое расстояние.

Когда второе повторение не удовлетворяет условию верности, происходит прием последующих  $N-2$  повторений с коррекцией ненадежных элементов, местоположение которых определяет сигнал стирания  $\theta$ , если код числа единиц в одноименных символах предшествующей группы повторений имеет максимальное или минимальное значение

$$R_{N-1} = \max \left( \sum_{i=1}^{N-1} \bar{Y}_i \right) \cup \min \left( \sum_{i=1}^{N-1} \bar{Y}_i \right).$$

При ограниченном числе элементов памяти  $\rho$ , каждый из которых имеет  $n$  ячеек, максимальный код числа единиц в одноименных символах ограничен числом повторений  $R_N = 2^\rho - 1$  и определяет возможности исправления стираний. Следовательно, при дальнейшем приеме очередного повторения эффект исправления не имеет места. Но при этом ограничении возможна мажоритарная обработка принимаемых повторений сообщения с формированием результата голосования по большинству, определяемого правилом



$$\beta_{m(2m-1)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{i=1}^{2m-1} \bar{Y}_i \geq m; \\ 0, & \text{если } \sum_{i=1}^{2m-1} \bar{Y}_i < m, \text{ где } m = 2^\rho - 1. \end{cases}$$

Использование сигнала, учитывающего качество канала связи  $\theta$  для коррекции однократных ошибок в одноименных символах второго и всех последующих до  $2^\rho - 1$  включительно повторений сообщения, позволяет увеличить помехоустойчивость. Это можно показать на примере определения вероятности потерь информации, сравнивая рассмотренный метод и метод адаптивного мажоритарного декодирования [3].

Вероятность искажения единичного символа в итоговой кодовой комбинации, полученной в результате мажоритарной обработки  $2m - 1$  повторений определяется выражением  $P_s(m) \cong C_{2m-1}^m P_0^m$ , а в комбинированном методе, объединяющем процедуру демодуляции и декодирования,  $P'_s(m) \cong C_{2(m-1)}^{m-1} P_0 P^{m-1}$ . Следовательно, потери информации для каждого из сравниваемых методов можно найти при помощи выражений

$$P_n = n C_{2m-1}^m P_0^m; \quad P'_n = n C_{2(m-1)}^{m-1} P_0 P^{m-1}.$$

Отношение этих величин позволит определить степень снижения потерь информации

$$\eta = P_n / P'_n = [(C_{2m-1}^m) / (C_{2(m-1)}^{m-1})] P_0^{m-1} P^{1-m}.$$

Если взять конкретные значения  $P_0 = 10^{-2}$ ,  $P = 10^{-3}$ ,  $m = 2$ , что соответствует наличию семи повторений  $N = 7$ ,  $\rho = 3$ , то  $\eta = 1,75 \cdot 10^3$ .

Характер изменения вероятности потерь от параметра числа повторов для двух рассмотренных алгоритмов (рисунок) показывает, что новый алгоритм имеет улучшенные вероятностно-временные характеристики и может быть использован в системах радиосвязи с каналами связи плохого качества.

**Список литературы:** 1. *Элементы теории передачи дискретной информации*/Под ред. Л. П. Пуртова. — М.: Связь, 1972. — 232 с. 2. *Арипов М. Н. Передача дискретной информации по низкоскоростным каналам связи.* — М.: Связь, 1980. — 128 с. 3. *Ключко В. И. Методы и средства защиты информации от ошибок в АСУ.* — М.: Б. и., 1980. — 256 с.

*Поступила в редколлегию 27.03.86*

УДК 621.317

*В. В. БАВЫКИНА, Ю. А. КОВАЛЬ, канд. техн. наук,  
Б. Л. КАЩЕЕВ, д-р техн. наук, Б. С. ДУДНИК, канд. техн. наук*

### **ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ФИКСАЦИИ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ К УРОВНЮ ДОПУСТИМЫХ ВНЕПОЛОСНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ**

Для многих информационно-измерительных систем важнейшим показателем является потенциальная точность измерения временного сдвига сигнала [1]. Так, от погрешности фиксации временного положения радиоимпульса, переданного по каналу с постоянным и известным временем распространения, зависит потенциальная точность, с которой можно осуществить сверку вторичных эталонов времени по метеорному каналу [2].

Кроме того, при разработке и проектировании информационно-измерительных систем приходится учитывать требования электромагнитной совместимости, в частности, более экономно использовать полосу частот, отводимую для излучения.

Необходимость повышения эффективности использования частотного спектра радиосигнала накладывает ограничение на уровень внеполосных излучений. Численное значение допустимого уровня излучения с каждой стороны спектра за пределами занимаемой полосы для передатчиков большинства классов излучений, в том числе и для передатчиков средств радиоопределения с импульсной модуляцией несущей, принято считать равным 0,5 % всей средней мощности [3]. Хотя существуют и другие нормы, ограничивающие уровень внеполосных излучений, при анализе точностных свойств радиосигналов будем ориентироваться на указанный энергетический критерий, в соответствии с которым 99 % излучаемой энергии должно быть сосредоточено в занимаемой полосе.

Потенциальная точность определения временного положения сигнала обычно оценивалась без учета этих ограничений [1] либо упрощенно [2]. Ранее исследовалось влияние ограниченности полосы частот на точность фиксации временного сдвига сигнала, но практически игнорировалось внеполосное излучение [2]. Его уровень мог достигать 23 %.

Найдем потенциальную точность определения временного положения радиоимпульсов, отличающихся формой огибающей и имеющих немодулированное заполнение, при условии, что уровень

внеполосных излучений составит не более 1 % полной энергии сигнала за пределами полосы частот, занимаемой излучением передатчика.

Предположим, что в приемном устройстве проводится оптимальная обработка сигнала в ограниченной полосе частот [2], ширина которой равна занимаемой полосе. Для оценки предельной среднеквадратической погрешности фиксации временного положения огибающей радиосигнала с неизвестной начальной фазой используем выражение  $\sigma_{\tau} = 1/q\omega_{\text{эф}}$  (1), являющееся при слабых гауссовых помехах оценкой максимума апостериорной вероятности [1]. Здесь  $q$  — отношение сигнал-помеха по напряжению,  $q = \sqrt{\mathcal{E}/W_0}$  (2), где  $\mathcal{E}$  — энергия сигнала;  $W_0$  — спектральная плотность мощности белого шума;  $\omega_{\text{эф}}$  — эффективная (среднеквадратическая) ширина спектра радиосигнала, определяемая по спектральным и временным характеристикам комплексной огибающей радиосигнала.

Эффективную ширину спектра радиосигнала можно определить по формуле [1]

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \frac{4\pi^2}{\mathcal{E}} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{dS(t)}{dt} \right|^2 dt. \quad (3)$$

Коэффициент использования энергии в ограниченной полосе [4]

$$\eta = \mathcal{E}_n \left| \mathcal{E} = \frac{2}{\mathcal{E}} \int_0^{\Delta f_n} |S(f)|^2 df. \quad (4)$$

Здесь  $S(f)$  — спектр комплексной огибающей;  $S(t)$  — ее временное представление,  $\mathcal{E}_n$  — энергия в заданной полосе частот  $2\Delta f_n$ .

Введем безразмерную переменную  $x = f\tau_n$ , где  $\tau_n$  — длительность импульса на уровне половины высоты импульса. Такое определение позволит реализовать единообразный подход к различным радиосигналам и сделает возможным их дальнейший сравнительный анализ по точностным характеристикам.

Пронормируем спектральную плотность огибающей к ее значению на нулевой частоте  $S(0)$ . В дальнейшем под  $S(x)$  будем понимать нормированное значение модуля спектральной плотности огибающей радиосигнала. Временные и спектральные характеристики огибающих анализируемых радиоимпульсов приведены в табл. 1. Для симметричной трапеции аналитические записи огибающей и ее спектра, а также параметр  $a$  выбраны так, чтобы при  $a=1$  получить треугольник и его временные и спектральные характеристики, а при  $a=0$  — радиоимпульс с прямоугольной огибающей. Параметр  $a$  равен отношению длительности фронта  $\tau_f$  к длительности импульса  $\tau_n$ , уменьшение значения  $a = \tau_f/\tau_n$  позволяет проследить за влиянием увеличения крутизны фронта на рассматриваемые характеристики.

Форма радиоимпульса	Огибающая	Нормированная спектральная плотность огибающей
Прямоугольник	$E \operatorname{rect} \left( \frac{t}{\tau_n} \right)$ при $ t  \leq \tau_n$	$\operatorname{sinc} \pi x$ , где $x = f\tau_n$ , $S(0) = E\tau_n$
Трапеция	$E$ при $ t  < \frac{\tau_n}{2} (1-a)$ $\frac{E}{a} \left( \frac{1+a}{2} - \frac{ t }{\tau_n} \right)$ при $1-a \leq \frac{2 t }{\tau_n} \leq 1+a$	$\operatorname{sinc} \pi x \cdot \operatorname{sinc} \pi a x$ , где $a = \tau_f / \tau_n$ ; $x = f\tau_n$ , $S(0) = E\tau_n$
Треугольник	$E \left( 1 - \frac{ t }{\tau_n} \right)$ при $ t  \leq \tau_n$	$\operatorname{sinc}^2 \pi x$ , где $x = f\tau_n$ , $S(0) = E\tau_n$
Колокол	$E \exp \left( -\frac{t^2}{2\beta^2} \right)$	$\exp(-2\pi^2 x^2)$ , где $x = f\beta$ , $S(0) = E\sqrt{2\pi}\beta$
Косинусоида	$E \cos \frac{\pi}{T} t$ при $ t  = \frac{T}{2}$ $\tau_n = \frac{2}{3} T$	$\frac{\cos \pi x}{1-4x^2}$ , где $x = fT$ ; $S(0) = E\sqrt{\frac{2}{\pi}} T$

В целях удобства и единообразия расчетов по выражениям (3), (4) для различных радиосигналов введем безразмерные коэффициенты формы:  $\xi$  — спектральный,  $\xi = S(0)/E\tau_n$ ,  $\epsilon$  — энергетический,  $\epsilon = \mathcal{E}/E^2\tau_n$ , где  $E$  — высота импульса;  $\tau_n$  — его длительность на уровне  $0,5E$ . Энергия огибающей радиосигнала, безразмерные коэффициенты формы, длительность импульса на уровне  $0,5E$  и теоретическая эффективная ширина спектра, определенная по формуле (3) приведены в табл. 2. Причем для принятого временного и спектрального представления трапецидальной огибающей была определена эффективная ширина спектра по формуле (3) через квадрат производной огибающей.

С учетом введенных обозначений уравнение (4) можно записать в виде

$$\eta = \frac{2\xi^2}{\epsilon} \int_0^k S^2(x) dx, \quad (5)$$

где  $k = \Delta f_{\Pi} \tau_{\Pi}$  для всех сигналов, кроме колокольного и косинусоидального. Для колокольного  $k = \Delta f_{\Pi} \beta$ , для косинусоидального  $k = \Delta f_{\Pi} T$ .

Таблица 2

Форма огибающей	Энергия огибающей	Эффективная ширина спектра	Спектральный коэффициент формы	Энергетический коэффициент формы
Прямоугольник	$E^2 \tau_{\Pi}$	$\infty$	1	1
Трапеция	$E^2 \tau_{\Pi} \left(1 - \frac{a}{3}\right)$	$\frac{1}{\tau_{\Pi}} \left[ \frac{2}{a(1-a/3)} \right]^{1/2}$	1	$1 - \frac{a}{3}$
Треугольник	$\frac{2}{3} E^2 \tau_{\Pi}$	$\frac{\sqrt{3}}{\tau_{\Pi}}$	1	$\frac{2}{3}$
Колокол	$E^2 \beta \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{\sqrt{2\beta}}$	$\frac{S(0)}{E\beta} \sqrt{2\pi}$	$\frac{\mathcal{E}}{E^2 \beta} = \sqrt{\pi}$
Косинусоида	$0,5 E^2 T$	$\frac{\pi}{T}$	$\frac{S(0)}{ET} = \frac{2}{\pi}$	$\frac{\mathcal{E}}{E^2 T} = 0,5$

Решим это уравнение относительно  $k$  при  $\eta = 0,99$ , реализовав численное интегрирование по методу Симпсона на микроЭВМ, так как для ответа на вопрос, в какой полосе частот сосредоточено 99 % всей энергии сигнала для всех интересующих нас случаев, имеющихся сведений недостаточно. Приведенные в работах [4; 5] данные будем использовать как проверочные.

Таблица 3

Форма огибающей	Занимаемая полоса	Эффективная ширина спектра
Прямоугольник	$11/\tau_{\Pi}$	$0,606 \Delta f_{\Pi}$
Трапеция с параметром $a$ , равным:		
0,001	$10/\tau_{\Pi}$	$0,636 \Delta f_{\Pi}$
0,01	$8/\tau_{\Pi}$	$0,709 \Delta f_{\Pi}$
0,1	$3,169/\tau_{\Pi}$	$1,07 \Delta f_{\Pi}$
Косинусоида	$1,183/\tau_{\Pi}$	$2,427 \Delta f_{\Pi}$
Треугольник	$0,65/\tau_{\Pi}$	$2,410 \Delta f_{\Pi}$
Колокол	$0,29/\tau_{\Pi}$	$2,345 \Delta f_{\Pi}$

Связь ширины занимаемой полосы и временного параметра сигнала, полученная как результат решения уравнения (5), отражена в табл. 3.

Численное значение  $k$  оказывается наибольшим у радиоимпульса с прямоугольной огибающей, имеющего разрыв огибающей. Для импульсов с разрывом первой производной огибающей (трапеция, косунусоида, треугольник) значения  $k$  уменьшаются. Наименьшее произведение полосы занимаемых частот на длительность импульса соответствует колокольному импульсу, огибающая которого имеет все производные [5].

Ограничение полосы пропускания приемного устройства значением  $2\Delta f_n$  приводит к уменьшению эффективной ширины спектра, квадрат которой можно определить выражением (3)

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \frac{8\pi^2 \tau_n^2}{\tau_n^2 \eta \varepsilon} \int_0^k x^2 |S(x)|^2 dx. \quad (6)$$

Здесь параметр  $k$  имеет известное значение (табл. 3), равное произведению ширины занимаемой полосы на длительность

сигнала. Поэтому для заданного  $k$  значение  $A' = \frac{8\pi^2 \tau_n^2}{\eta \varepsilon} \int_0^k x^2 |S(x)|^2 dx$

является постоянным, связывающим эффективную ширину спектра сигнала и его длительность  $\omega_{\text{эф}} = A'/\tau_n$  (7). Заменяя в формуле (7)  $\tau_n = k/\Delta f_n$ , получим связь эффективной ширины спектра и полосы частот, в которой сосредоточено 99 % энергии  $\omega_{\text{эф}} = A\Delta f_n$  (8). Здесь  $A$  — константа,  $A = A'/k$ . Значения константы  $A'$  для различных форм огибающих радиосигналов также рассчитаны с применением, где это необходимо, численного интегрирования по методу Симпсона на микроЭВМ, значения эффективной ширины спектра представлены в табл. 3.

Сравним выбранные сигналы при принятых ограничениях на уровень внеполосных излучений по потенциальной точности определения временного положения импульса. Будем исходить из того, что полоса частот, отведенная для излучения сигнала, задана техническим заданием. В этой полосе сосредоточено 99 % всей энергии сигнала. Длительности излучаемых радиоимпульсов удовлетворяют условию  $\tau_n = k/\Delta f_n$ , где значения  $k$  для различных форм огибающих взяты из табл. 3. При такой постановке задачи необходимо выделить и рассмотреть два случая.

В первом случае при одинаковых энергиях сигналов в формулу (1) подставим новое значение сигнал-помеха по напряжению  $q'$ , учитывающее уменьшение энергии в занимаемой полосе за счет ограниченности полосы пропускания приемного устройства,  $q' = \sqrt{\eta q}$  (9) и эффективную ширину спектра (8), найденную при этих же ограничениях, затем умножим обе части соотношения (1) на неизменные  $q$ ,  $2\Delta f_n$ . В результате получим безразмерный точностный параметр

$$\sigma_s q 2\Delta f_n = \frac{2}{\sqrt{\eta A}} = C_s, \quad (10)$$

позволяющий сравнивать радиосигналы по потенциальной точности фиксации временного положения. Результаты расчета этого параметра для различных радиосигналов приведены в табл. 4 (графа 2).

Таблица 4

Форма огибающей	$\sigma_{\tau} q 2\Delta f_{\text{п}}$	$\sigma_{\tau} \sqrt{\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}} 2\Delta f_{\text{п}}$	Проигрыш в точности (в раз)
1	2	3	4
Прямоугольник	3,316	0,707	$\infty$
Трапеция с параметром $a$ , равным:			
0,001	1,878	0,707	7,060
0,01	2,835	0,709	2,510
0,1	3,161	0,759	1,348
Косинусоида	0,828	0,761	1,090
Треугольник	0,834	0,892	1,109
Колокол	0,857	0,845	1,040

Если в качестве критерия сравнения радиосигналов, отличающихся формой огибающей, но имеющих одинаковые энергии, выбрать минимальную среднеквадратическую погрешность фиксации временного положения, наилучшим окажется радиосигнал с косинусоидальной огибающей, наихудшим — радиосигнал с прямоугольной огибающей. Это справедливо только при одинаковых полосах излучения, занимаемых радиосигналами. Это обусловлено тем, что среди выбранных сигналов прямоугольному радиоимпульсу присущи наименьшая высота импульса и наибольшая неравномерность энергетического спектра в занимаемой полосе. Его спектр имеет лепестковую структуру. В занимаемую полосу укладывается 11 лепестков спектра. Максимум одиннадцатого лепестка энергетического спектра в 1088,1 раза меньше квадрата спектральной плотности на нулевой частоте. Высота косинусоидального импульса в 4,31 раза больше высоты прямоугольного импульса той же энергии. Хотя косинусоидальный импульс также имеет лепестковую структуру спектра, но проявляется она за пределами полосы частот, в которой сосредоточено 99 % полной энергии. В занимаемой полосе энергетический спектр уменьшается монотонно в 30 раз. Близкими по точностным свойствам к косинусоидальному радиоимпульсу являются радиосигналы с треугольной и гауссовой огибающими. Различие объясняется отличием теоретических значений эффективной ширины спектра для этих импульсов. Так, теоретическая эффективная ширина спектра, не учитывающая ограниченности полосы пропускания приемного устройства, больше у косинусоидального импульса. Например, для радиоимпульса с косинусоидальной огибающей  $\omega_{\text{эф}} = \pi/T = 2,655 \Delta f_{\text{п}}$ , для колокольного импульса  $\omega_{\text{эф}} = 1/\sqrt{2\beta} = 2,438 \Delta f_{\text{п}}$ .

Для трапеции повышение крутизны фронтов приводит к приближению ее временных, спектральных, точностных характеристик к соответствующим характеристикам, присущим радиоимпульсу с прямоугольной огибающей.

Во втором случае при постоянной пиковой мощности расчетным точностным параметром выберем  $\sigma_{\tau} \sqrt{P_c / P_{\text{ш}}} 2\Delta f_{\text{п}} = C_{\text{р}}$  (11), где  $P_c$  — пиковая мощность энергии сигнала связана с пиковой мощностью соотношением  $\Theta = \epsilon P_c \tau_{\text{и}}$  (12). Длительность импульса определяем по формуле  $\tau_{\text{и}} = k / \Delta f_{\text{п}}$  (13). Для колокольного импульса  $\Theta = \epsilon P_c \beta$ ,  $\beta = k / \Delta f_{\text{п}}$ . Подставим последовательно в выражение (11) формулы (1), (9), (8), (2), (12), (13) и выполнив несложные преобразования, получим для точностного параметра  $C_{\text{р}} = (2/\eta \epsilon k)^{1/2} / A$  (14). Результаты расчетов по формуле (14) приведены в табл. 4 (графа 3).

Меньшие значения точностного параметра  $C_{\text{р}}$  соответствуют большей точности определения временного положения сигнала. Наименьшей среднеквадратической погрешностью фиксации времени прихода сигнала обладает радиоимпульс с прямоугольной огибающей, имеющий наибольшую крутизну фронта и наилучшее заполнение временного интервала, равного длительности импульса. Следует учитывать, что сигналы, рассмотренные в табл. 4 (графа 3), имеют разные энергии. Так, энергия радиоимпульса с треугольной огибающей  $\Theta_{\text{пр}}$  меньше энергии сигнала с прямоугольной огибающей  $\Theta_{\text{тр}}$  в 25,4 раза, т. е.

$$\Theta_{\text{пр}} / \Theta_{\text{тр}} = \frac{E^2 \tau_{\text{и пр}}}{E^2 \tau_{\text{и тр}} 2/3} = \frac{3 k_{\text{пр}}}{2 k_{\text{тр}}} = 25,4.$$

Выполняя требования к допустимому уровню излучений за пределами заданной полосы  $2\Delta f_{\text{п}}$  приходится выбирать различные длительности радиоимпульсов. В заданной полосе частот  $\eta = 0,99$  обеспечивается длительностью прямоугольного импульса в  $11/0,65 = 16,9$  раза большей длительности радиоимпульса, имеющего треугольную огибающую (табл. 3).

Таким образом, потенциальная точность определения временного положения радиосигналов с одинаковой пиковой мощностью и нормированным излучением за пределами занимаемой полосы слабо зависит от формы огибающей. Для рассмотренных сигналов изменение формы огибающей вызывает снижение среднеквадратической погрешности излучения временного сдвига в 1,26 раза. В случае одинаковой энергии изменение формы огибающей обеспечивает снижение погрешности определения временного положения радиосигнала в 4 раза (табл. 4, графа 2). Это справедливо при оптимальной обработке сигналов в приемном устройстве, полоса пропускания которого равна полосе, занимаемой излучением. Снижение точности при выполнении требований электромагнитной совместимости и приеме сигналов в ограниченной полосе обусловлено уменьшением отношения сигнал-помеха в соответствии с выражением (9) и эффективной ширины спектра (табл. 3). Отноше-

ние среднеквадратических погрешностей измерения временного сдвига при оптимальной обработке в ограниченной и неограниченной полосах позволяет оценить проигрыш в точности. Результаты таких расчетов представлены в табл. 4 (графа 4).

Так как в соответствии с теорией эффективная ширина спектра для радиопульса с прямоугольной огибающей бесконечна, бесконечен и проигрыш в точности из-за ограниченности полосы пропускания приемного устройства. Меньше всего эффект ограничения полосы при  $\eta = 0,99$  сказался на косинусоидальном и колокольном импульсах.

**Список литературы:** 1. *Теоретические основы радиолокации*/Под ред. Я. Д. Ширмана. — М.: Сов. радио, 1970. — 560 с. 2. *Анализ предельной точности фиксации временного положения некоторых импульсных сигналов при ограниченной полосе пропускания канала*/Б. С. Дудник, Б. Л. Кашеев, Ю. А. Коваль, В. П. Моисеев//*Радиотехника*, — 1979. — Вып. 50. — С. 113—121. 3. *Общесоюзные нормы на ширину полосы радиочастот и внеполосные спектры излучений радиопередающих устройств гражданского назначения*. — М.: Связь, 1976. — 64 с. 4. *Гуревич М. С. Спектры радиосигналов*. — М.: Связьиздат, 1963. — 311 с. 5. *Харкевич А. А. Спектры и анализ*. — М.: Гостехиздат, 1937. — 237 с.

*Поступила в редколлегию 26.03.86*

УДК 621.396

*М. А. ИВАНОВ*, канд. техн. наук, *Б. И. МАКАРЕНКО*, д-р техн. наук,  
*О. Н. ПРОСУНКО*

### **АДАПТИВНЫЙ МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СВЧ-СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛИНИЙ СВЯЗИ**

С повышением скорости передачи информации по радиоканалам реальная эффективность применения известных методов разрешения противоречия между точностными и динамическими характеристиками систем синхронизации линий связи быстро снижается [1]. В частности, требуемое для высокоскоростных связанных радиолиний повышение быстродействия систем синхронизации в переходном режиме обычно обеспечивается увеличением избыточности по мощности синхросигнала (по сравнению с установившимся режимом), что приводит к ухудшению энергетических характеристик данных радиолиний [1; 2]. Поэтому необходима разработка нового и в максимальной степени свободного от указанных недостатков метода повышения интегральной эффективности для перспективного класса систем синхронизации линий связи по информационному сигналу.

Отметим, что информация, принятая при нарушениях синхронизации, претерпевает существенные искажения и, как правило, необратимо утрачивается [1—4]. Более того, появление вследствие срыва тактовой и (или) высокочастотной синхронизации длинной серии ошибочных символов в ряде случаев приводит к нарушениям

цикловой (кадровой) синхронизации и, следовательно, к длительным перерывам в связи [2]. Таким образом, необходимо разрабатывать и применять адаптивные алгоритмы организации процесса синхронизации, предполагающие использование полной мощности информационного сигнала для ускоренного установления (восстановления) состояния синхронизма в целях сокращения необратимых потерь полезной информации и повышения надежности связи. Учитывая специфику приемников СВЧ-диапазона волны, где уровень шумов определяется преимущественно местными аппаратными флюктуациями [4], целесообразно изменять энергетику синхроканала при переходах от режима захвата к режиму удержания и обратно. В этом случае формальная математическая запись искомого адаптивного алгоритма синхронизации имеет вид

$$\begin{aligned}
 U_{\text{вых ФД}_2} < U_{\text{п}} &\Rightarrow \left( \begin{array}{l} {}_n C_{\text{т}} \div 1/\beta; \text{ } {}_n \text{И} \div (\beta - 1)/\beta \\ {}_n C_{\text{г}} \div 0 \end{array} \right); \\
 U_{\text{вых ФД}_2} \geq U_{\text{п}} &\Rightarrow \left( \begin{array}{l} {}_n C_{\text{т}} \div 1/\beta; C_{\text{г}} \div (\beta - 1)/\beta \\ {}_n \text{И} \div 0 \end{array} \right), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $U_{\text{вых ФД}_2}$  — напряжение на выходе внутреннего кольца точной синхронизации;  $U_{\text{п}}$  — пороговое значение  $U_{\text{вых ФД}_2}$ , характеризующее наличие при  $U_{\text{вых ФД}_2} < U_{\text{п}}$  или отсутствие при  $U_{\text{вых ФД}_2} \geq U_{\text{п}}$  состояния точного синхронизма, т. е. режима точного удержания во внутреннем кольце; И,  $C_{\text{т}}$ ,  $C_{\text{г}}$  — обозначения информационного канала точного и грубого синхроканалов; верхняя строка в круглых скобках выражения (1) указывает рабочие (в данный момент времени) каналы, а нижняя строка означает неработающий в это время канал приемника сигналов; величина, отделенная знаком  $\div$ , характеризует энергетику, т. е. отводимую часть полной мощности информационного сигнала соответствующего канала приемника сигналов. При этом ускорение процессов установления и восстановления состояния синхронизма обеспечивается в результате использования в грубом синхроканале приемника той доли  $(\beta - 1)/\beta$  мощности сигнала, которая в стационарном состоянии синхронизма служит для выделения в информационном канале приемника полезных сообщений. Таким образом, информационный канал и грубый синхроканал приемника одновременно функционировать не могут, в то время как его точный синхроканал работает постоянно — для обеспечения процессов извлечения информации и в целях контроля наличия состояния синхронизма в режиме удержания, либо только для решения последней задачи в режиме захвата.

Оценим эффективность применения предложенного адаптивного алгоритма синхронизации связной радиолинии. В качестве критерия используем интегральный показатель качества  $E_{\text{эфф}}$  — эффективную энергетическую цену передачи единицы информации [3], позволяющую осуществить одновременный и компактный учет как точностных и динамических характеристик, так и энергетических параметров систем синхронизации. Считая при этом задан-

ными качество синхронизации линии и комплекса линий связи, запишем следующее выражение для определения эффективной энергетической цены

$$E_{\text{эфф}} = E_{\text{и}} \frac{T_{\text{с}}}{T_{\text{с}} - T_{\Sigma} (1 + k_{\text{н}}^{-1})} + q k_{\text{р}} E_{\text{с}}, \quad (2)$$

где  $E_{\text{и}}$ ,  $E_{\text{с}}$  — реальная энергетическая цена передачи единицы полезной информации и синхроиформации, причем различие величин  $E_{\text{и}}$  и  $E_{\text{с}}$  обусловлено спецификой информационного канала и синхроканала;  $T_{\text{с}}$  — длительность сеанса связи;  $T_{\Sigma}$  — среднее время вхождения в синхронизм;  $q$  — коэффициент, равный отношению переданного за сеанс связи объема синхроиформации к объему полезной информации, переданному за тот же интервал времени (в качестве мажоритарной оценки значения величины  $q$  может служить отношение пропускных способностей синхроканала и информационного канала с учетом степени их практического использования);  $k_{\text{р}}$  — коэффициент, характеризующий запас по мощности синхросигнала — по сравнению с минимально необходимым для заданного качества синхронизации уровнем (данный запас может создаваться, например, для повышения функциональной надежности синхронизации, в целях обеспечения ускоренного вхождения в синхронизм и т. п.),  $k_{\text{р}} \geq 1$ ;  $k_{\text{н}}$  — коэффициент, характеризующий надежность синхронизации и равный среднему числу срывов синхронизации за сеанс связи.

Тогда, используя формулу (2), можно показать, что повышение интегральной эффективности систем синхронизации обеспечивается путем уменьшения временных затрат  $T_{\Sigma}$  на установление и восстановление синхронизма в результате применения для этих целей энергии информационного сигнала, практически бесполезного во время переходных процессов в указанных системах. При этом одновременно снижается значение требуемой избыточности по энергии синхросигнала для установившихся периодов функционирования систем синхронизации, т. е.  $k_{\text{р}} \downarrow$ , а в ряде случаев полностью устраняется необходимость введения этой избыточности,  $k_{\text{р}} \rightarrow k_{\text{р, мин}} = 1$ , что также обеспечивает дополнительный выигрыш в эффективности данных систем.

На рисунке представлена обобщенная функциональная схема адаптивной (самоорганизующейся) системы синхронизации, реализующей алгоритм (1). Здесь УВСС — устройство выделения синхросигнала; СУ — согласующее устройство; ФД — фазовый детектор; ФНЧ — фильтр нижних частот; УНЧ — усилитель низкой частоты; УПТ — усилитель постоянного тока; КС — коммутатор сигналов; У — усилитель; ГУН — генератор, управляемый напряжением; ГПС — генератор поискового сигнала; ИЗ — индикатор захвата; ДМ — делитель мощности; К — ключ; СП — синхронный приемник; подстрочные символы  $г$ ,  $т$  обозначают принадлежность соответствующего функционального элемента к «грубому» (внешнему быстродействующему) или к «точному» (внутреннему инерционному) кольцу АПЧ.



где  $T_{\text{поиск}}$  — время поиска синхросигнала по частоте в исходной области неопределенности  $\Delta f_{\text{исх}}$ , величина которой определяется качеством синхронизации комплекса радиолиний, т. е. точностью и периодичностью сведения частот синхрогенераторов и стабильностью частоты последних [1; 2];  $T_f, T_\varphi$  — время «затягивания» частоты и фазы в кольце ФАП [1; 2];  $\gamma$  — коэффициент пропорционально-интегрирующего фильтра,  $\gamma \geq 1$  [4];  $\Delta f_{\text{ш}}$  — шумовая полоса кольца ФАП;  $\alpha$  — отношение мощности синхросигнала к мощности шума в шумовой полосе  $\Delta f_{\text{ш}}$  кольца ФАП; подстрочные символы (1), (2) означают отношение обозначенной величины (параметра, характеристики) к внешнему (первому) или к внутреннему (второму) кольцу ФАП предлагаемой системы синхронизации;  $g_1$  — коэффициент, определяющий соотношение между областью поиска (неопределенности) синхросигнала по частоте  $\Delta f_{\text{исх}}$  и зоной захвата (затягивания) частоты  $\Delta f_{\text{захв1}}$  внешнего кольца ФАП [1; 2; 4],

$$g_1 = \frac{\Delta f_{\text{исх}}}{\Delta f_{\text{захв1}}} = \frac{2\Delta f_{\text{исх}}}{\Delta f_{\text{ш1}}\sqrt{\gamma_1}} \geq 1, \quad \Delta f_{\text{захв}} = \frac{\Delta f_{\text{ш}}}{2} \sqrt{\gamma} = \frac{\Delta f_{\text{уд}}}{\sqrt{\gamma}}$$

$\Delta f_{\text{уд}}$  — полоса удержания кольца ФАП;  $\beta$  — коэффициент делителя мощности. Для целей синхронизации выделяется  $(1/\beta)$  — часть мощности информационного сигнала, а для получения полезной информации используется оставшаяся часть мощности данного сигнала  $[(\beta-1)/\beta]$ ,  $1 < \beta < \infty$ , обычно  $10 \leq \beta \leq 10^2 \div 10^3$  [5].

В выражениях (3), (5) при определении величин  $T_f, T_\varphi$  предполагалось, что отношение сигнал-шум  $\alpha$  в шумовой полосе соответствующего кольца ФАП превышает значение  $10^2$ . Если  $\alpha < 10^2$ , то в данных формулах необходимо учитывать эффекты замедления процессов затягивания частоты и фазы синхросигнала. В частности, при  $\alpha = 10$  имеем  $T_{f(\alpha=10)} = 2T_{f(\alpha>10^2)}$ ;  $T_{\varphi(\alpha=10)} = 2T_{\varphi(\alpha>10^2)}$ . Учитывается также специфика СВЧ-диапазона волн, где основной вклад вносят аппаратурные шумы, уровень которых, как правило, на 1—2 порядка и более превышает уровень шумов спокойной атмосферы [4]. Предполагая, что величины  $\Delta f_{\text{ш}}$ ,  $\alpha_2$  определены однозначно, исходя из априорно заданного качества (точности) синхронизации, охарактеризуем специфику расчета и выбора значений  $\alpha, \Delta f_{\text{ш1}}, \gamma_1, \gamma_2, g$  для случаев отсутствия или наличия во внешнем (первом) кольце ФАП поисковой схемы. Можно показать, что

$$\gamma_1^* = \left( 2 \frac{\Delta f_{\text{исх}}}{\Delta f_{\text{ш1}}^*} \right)^2 \quad (7); \quad \Delta f_{\text{ш1}}^* = \frac{2\Delta f_{\text{исх}}}{\sqrt{\gamma_1}} \quad (8)$$

$$\gamma_2^* = \frac{\Delta f_{\text{ш1}}}{\Delta f_{\text{ш2}}} \sqrt{\gamma_1^*} = 2 \frac{\Delta f_{\text{исх}}}{\Delta f_{\text{ш2}}} \quad (9)$$

$$\alpha_1^* = \alpha_2^* (\beta - 1) \frac{\Delta f_{\text{ш2}}}{\Delta f_{\text{ш1}}} = \alpha_2 (\beta - 1) \frac{\sqrt{\gamma_1^*} \Delta f_{\text{ш2}}}{2 \Delta f_{\text{исх}}} \quad (10)$$

$$\alpha_2^* = \alpha_1^* \frac{\Delta f_{ш_1}^*}{\Delta f_{ш_2}} \frac{1}{(\beta - 1)} = \alpha_1^* \frac{2}{\sqrt{\gamma_1^* (\beta - 1)}} \frac{\Delta f_{исх}}{\Delta f_{ш_2}}; \quad (11)$$

$$\Delta f_{ш_1}^\# = \frac{2\Delta f_{исх}}{g\sqrt{\gamma_1^\#}} \quad (12); \quad \gamma_1^\# = \left(2 \frac{\Delta f_{исх}}{\Delta f_{ш_1}^\#}\right)^2; \quad (13)$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{g} \frac{\Delta f_{исх}}{\Delta f_{ш_2}} = \frac{\Delta f_{ш_1}^\#}{\Delta f_{ш_2}} \sqrt{\gamma_1^\#}; \quad (14)$$

$$\alpha_2^\# = \alpha_1^\# \frac{\Delta f_{ш_1}^\#}{\Delta f_{ш_2}} \frac{1}{(\beta - 1)} = \frac{2}{g(\beta - 1)} \frac{\alpha_1^\#}{\sqrt{\gamma_1^\#}} \frac{\Delta f_{исх}}{\Delta f_{ш_2}}; \quad (15)$$

$$\alpha_1^\# = \alpha_2^\# (\beta - 1) \frac{\Delta f_{ш_2}}{\Delta f_{ш_1}^\#} = \frac{\alpha_2^\#}{2} \sqrt{\gamma_1^\# (\beta - 1)} g \frac{\Delta f_{ш_2}}{\Delta f_{исх}}. \quad (16)$$

В целом необходимо отметить, что применение предлагаемой адаптивной СВЧ-системы позволяет в  $(\beta-1)$  раз повысить энергетику синхроканала в режиме установления (восстановления) состояния синхронизма. Это в свою очередь обеспечивает возможность ускорения поиска по частоте  $(\beta-1)^2$  раз и уменьшает время затягивания частоты во внешнем кольце системы в  $(\beta-1)$  раз. Соответственно снижаются потери полезной информации и уменьшается эффективная энергетическая цена ее передачи. Таким образом, практическое использование описанного в данной работе адаптивного метода синхронизации позволяет существенно повысить эффективность функционирования систем связи и обеспечивает возможность дальнейшего повышения скорости передачи информации с априорно заданной верностью без снижения при этом точности синхронизации и введения избыточности по энергетике синхроканала.

**Список литературы:** 1. *Спилкер Дж.* Цифровая спутниковая связь/Пер. с англ.; Под ред. В. В. Маркова. — М.: Связь, 1979. — 592 с. 2. *Радиосистемы передачи информации/И. И. Тепляков, Б. В. Рошин, А. И. Фомин, В. А. Вейцель.* — М.: Радио и связь, 1982. — 264 с. 3. *Банькевич В. В., Иванов М. А., Макаренко Б. И.* Исследование принципиальных и практических ограничений точности синхронизации связанных радиосистем//Радиотехника. — 1985. — Вып. 75. — С. 126—133. 4. *Галин А. С.* Диапазонно-кварцевая стабилизация СВЧ. — М.: Связь, 1976. — 256 с. 5. *Смирнов Н. И., Заличев Н. М.* Оптимизация распределения мощности в системах передачи с каналом синхронизации//Электросвязь. — 1982, № 6. — С. 11—18.

Поступила в редколлегию 18.02.86

## ИНЖЕНЕРНАЯ МЕТОДИКА ОЦЕНКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В РАДИОПРИЕМНОМ ТРАКТЕ С ПОМОЩЬЮ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Одно из основных направлений улучшения помехозащищенности радиоприемных устройств (РПУ) — уменьшение нелинейности главного тракта приема (ГТП) РПУ. Предложена методика оценки нелинейности тракта, включающего в себя несколько нелинейных каскадов.

*Точка пересечения и нелинейность.* Ранее [1; 2] изложена сущность концепции точки пересечения по взаимной модуляции  $IP$  как параметра, объективно отражающего нелинейность каскада или тракта. Данный параметр имеет ясный физический смысл, легко измеряем [1], обладает простой связью [3] с параметрами нелинейности, задаваемыми по другим критериям. Эти достоинства  $IP$  позволяют использовать ее при оценке нелинейности каскадов и трактов.

Нелинейность будем оценивать по следующим параметрам: входная (выходная) точка пересечения по взаимной модуляции третьего порядка, далее — точка пересечения,  $IP_{\text{вх(вых)}}^3$ ; динамический диапазон по критерию сжатия коэффициента передачи на 1 дБ,  $D_c$ ; динамический диапазон по взаимной модуляции третьего порядка,  $D_{21}$ ; динамический диапазон по критерию блокирования помехой коэффициента передачи на 2 дБ,  $D_{бл}$ .

Перечень этих параметров можно продолжить [3].

*Оценка нелинейности с помощью точки пересечения.* Сущность метода рассмотрим на примере оценки нелинейности формализованного ГТП РПУ, собственные параметры каскадов которого, такие, как коэффициент передачи, коэффициент шума и входная точка пересечения, известны (таблица, строки 1, 2, 3). Результаты расчета ГТП по коэффициенту шума и распределение уровней сигнала при подаче на вход тракта мощности, равной реальной чувствительности, в строках 4, 5 таблицы для всех сечений тракта.

Коэффициент шума ГТП  $F_{\text{ГТП}} = 7$  дБ.

Реальная чувствительность ГТП при полосе пропускания  $B = 10$  кГц и соотношении сигнал-шум  $r = 10$  дБ

$$P_p = -174 + F_{\text{ГТП}} + 10 \lg \frac{B}{1 \text{ Гц}} + r = -117 \text{ дБ} \cdot \text{мВт}, \quad (1)$$

где  $-174 = 10 \lg \frac{kT}{10^{-3} \text{ Вт}}$ , дБ·мВт, абсолютная температура  $T = 290$  К; постоянная Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

Примем следующие допущения.

1. Все нелинейные каскады в диапазоне рабочих частот безынерционны.

№ стро- ки	Параметры	Значения							
---------------	-----------	----------	--	--	--	--	--	--	--

Собственные параметры каскадов

1	Коэффициент передачи, дБ	-1	10	-7	12	-2	12	-6	11
2	Коэффициент шума, дБ	-	5	7	2,2	-	2,2	6	5
3	$IP^3$ , дБ·мВт	-	21	20	21	-	21	23	24
		ФНЧ 1	УРЧ 2	1 СМ 3	УПЧ 4	ПФ 5	УПЧ 6	2 СМ 7	УПЧ 8

Параметры тракта в сечениях

4	Коэффициент шума, дБ	6	9,7	2,7	6	4	11	5	-
5	Уровень сигнала при мощности на вход тракта мощности, равной $P_p$ , дБ·мВт	-118	-108	-115	-103	-105	-93	-99	-88
6	$IP^3$ по помехам, не подающим в полосу фильтра первой ПЧ, дБ·мВт	9	19,5	21	-	-	-	-	-
7	$IP^3$ по помехам, подающим в полосу фильтра первой ПЧ, дБ·мВт	-4	6	-0,5	11,5	9,5	22	24	-
8	$Д_{21}$ при наращивании тракта со входа, дБ	-	92,7	85	84,7	84,7	82,3	77	76
9	$IP^3$ по помехам, подающим в полосу фильтра первой ПЧ при наращивании тракта со входа, дБ·мВт	-	31	12,5	24	22	30,5	16,5	26

2. Рассмотрим воздействие на тракт относительно узкополосных сигналов, ширина спектра которых значительно меньше частоты несущей сигнала  $f_c$ . Между частотой блокирующей помехи  $f_{\text{пбл}}$  и частотой сигнала, а также между частотами гармонических помех равной амплитуды  $f_{\text{п1}}$ ,  $f_{\text{п2}}$ , вызывающих возникновение в нелинейных каскадах продуктов взаимной модуляции, выполняются соотношения:  $f_{\text{пбл}} \approx f_c$ ;  $f_{\text{п1}} \approx f_{\text{п2}}$ .

3. Рассчитаем  $IP^3$  для случая, соответствующего суммированию по мощности в нагрузке продуктов взаимной модуляции, возникающих в нелинейных каскадах, который при приведенных допущениях хорошо подтверждается на практике [1].

4. Полагаем, что помехи, не попадающие в полосу фильтра первой промежуточной частоты (ПЧ), эффективно им ослабляются и поэтому вызывают проявление нелинейности только тех каскадов, которые находятся между входом ГТП и его фильтром первой ПЧ. Вся частотная избирательность тракта сосредоточена только в первом и пятом каскадах. Остальные каскады тракта широкополосны.

5. В каждом сечении тракта в полосе возможного воздействия помех, а также с генератором сигнала и нагрузкой ГТП согласован на одно и то же сопротивление, например 50 Ом. Это облегчает сравнение параметров в разных сечениях тракта по чувствительности и по нелинейности.

Выходная точка пересечения по взаимной модуляции третьего порядка двух нелинейных каскадов, включенных последовательно [1],

$$IP_{\text{вых}}^3 = 10 \lg IP_{2 \text{ вых}}^3 - 10 \lg \left[ 1 + \frac{IP_{2 \text{ вых}}^3}{G_2 IP_{1 \text{ вых}}^3} \right], \quad (2)$$

где  $IP_{1 \text{ вых}}^3$ ,  $IP_{2 \text{ вых}}^3$  — выходная точка пересечения по взаимной модуляции третьего порядка первого и второго каскадов, мВт;  $G_2$  — коэффициент передачи по мощности второго каскада.

Формула (2) позволяет оценить нелинейность сборки, состоящей из двух последовательно включенных каскадов, с помощью эквивалентной  $IP_{\text{вых}}^3$ .

Имеется графическое решение относительно второго слагаемого правой части равенства (2)

$$\Delta_3 = 10 \lg \left[ 1 + \frac{IP_{2 \text{ вых}}^3}{G_2 IP_{1 \text{ вых}}^3} \right], \quad (3)$$

приведенное в работе [1] и изображенное на рис. 1.

Вычислим входную  $IP^3$  ГТП по помехам, не попадающим в полосу фильтра первой ПЧ, т. е. части тракта от входа до полосового фильтра. Применяя графическое решение (3) в этом случае три раза (число сечений в рассматриваемой части тракта), наращиваем тракт, начиная с каскада 4 (таблица) и всякий раз вычисляем эквивалентные  $IP^3$  получившейся части тракта. Для

этого подключим к каскаду 4 каскад 3 и вычислим эквивалентные параметры полученной части тракта (коэффициент передачи, входную и выходную  $IP^3$ ). К эквивалентному каскаду, отражающему коэффициент передачи, входную и выходную  $IP^3$  сборки,

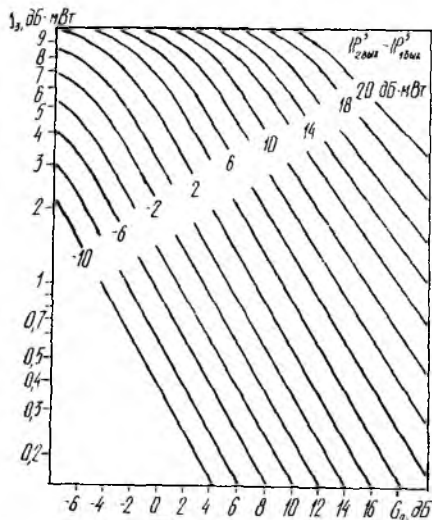


Рис. 1

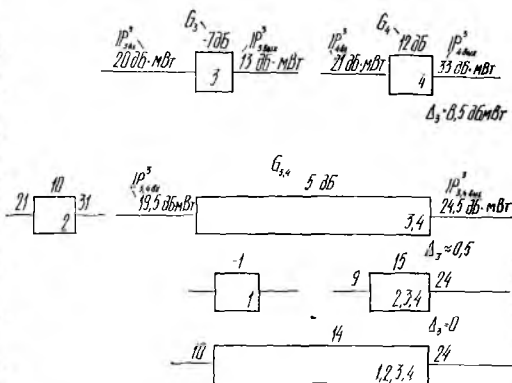


Рис. 2

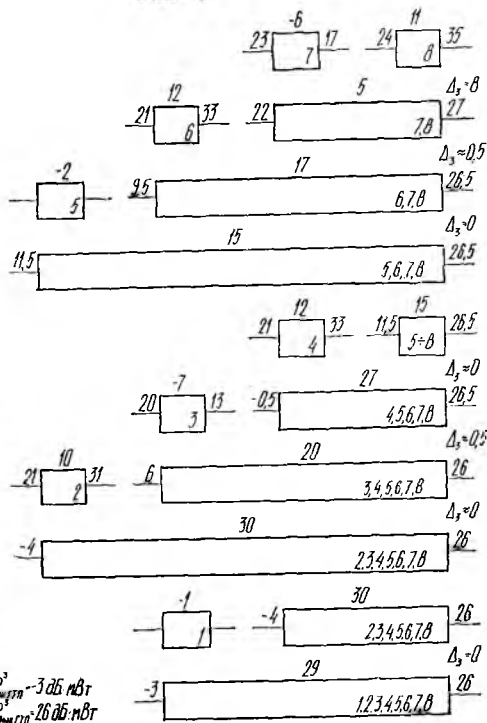


Рис. 3

состоящей из каскадов 3, 4, подключим каскад 2. Снова вычислим эквивалентные параметры полученной части тракта, включающего в себя каскады 2, 3, 4. К ней подключим каскад 1 и определим коэффициент передачи, входную и выходную  $IP^3$  рассматриваемой части тракта, состоящего из каскадов 1, 2, 3, 4.

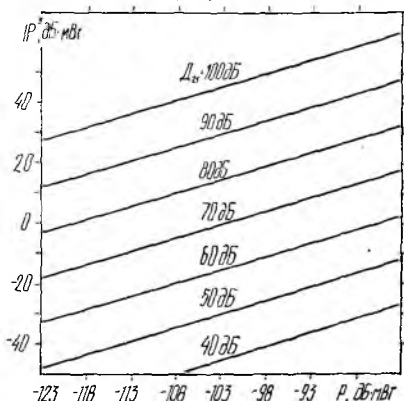


Рис. 4

Описанная процедура графически изображена на рис. 2. Полученные результаты отражены в строке 6 таблицы и являются входной  $IP^3$  части тракта, начиная с соответствующего сечения. Аналогичным образом вычислим  $IP^3$  ГТП по помехам, попадающим в полосу фильтра первой ПЧ, т. е. всего тракта (рис. 3).

Описанная методика может применяться при расчете тракта на заданный динамический диапазон, а ее результаты, изложенные в строках 6, 7 (таблица), — при экспериментальной проверке соответствия  $IP^3$  рассматриваемой части тракта рассчитанным значениям.

Между точкой пересечения по взаимной модуляции третьего порядка и динамическим диапазоном относительно некоторого уровня мощности  $P$  существует следующая связь [2]:  $D_{21} = \frac{2(IP^3 - P)}{3}$  (4).

Используя графическое решение этого уравнения (рис. 4), определяем динамический диапазон тракта по взаимной модуляции третьего порядка при помехах, находящихся в полосе фильтра первой ПЧ (76 дБ относительно  $P_p$ ), и динамический диапазон при помехах, не попадающих в полосу этого фильтра (85 дБ).

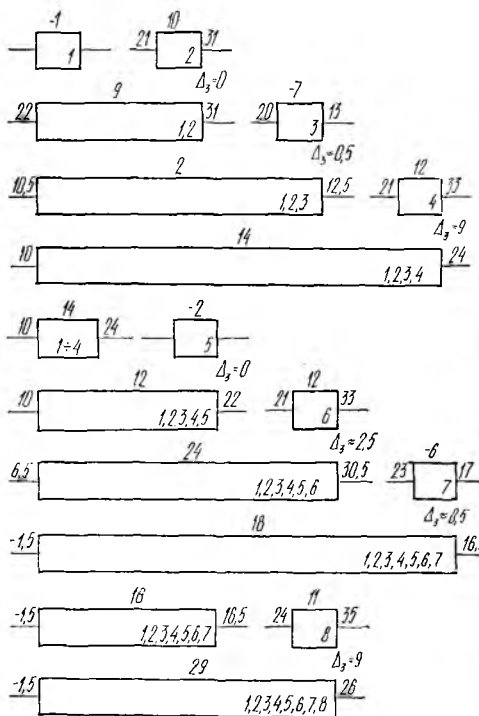


Рис. 5

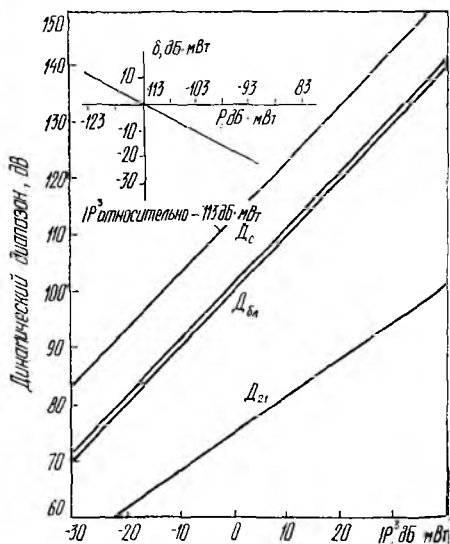


Рис. 6

Для оценки изменения динамического диапазона по взаимной модуляции в сечениях тракта по мере его наращивания, начиная со входа, применим описанную методику (рис. 5).

Полученные результаты (строка 9 таблицы) отражают процесс накопления продуктов взаимной модуляции, возникающих в нелинейных каскадах по мере прохождения помех от входа до рассматриваемого сечения. Для каждого сечения (рис. 4) определим динамический диапазон по взаимной модуляции относительно уровня мощности сигнала в данном сечении, соответствующего мощности на входе ГТП, равной  $P_p$  (см. строку 5 таблицы). В результате получаем возможность определить изменения динамического диапазона в сечениях тракта (см. строку 8 таблицы), позволяющую численно оценить уменьшение динамического диапазона от сечения к сечению ГТП. Это позволяет оптимизировать тракт по критерию максимума динамического диапазона при заданной чувствительности.

*Точка пересечения и параметры нелинейности по другим критериям.* Анализ [4], а также соотношения между точкой пересечения, динамическим диапазоном по критерию сжатия коэффициента передачи и динамическим диапазоном по критерию блокирования помехой коэффициента передачи [3] позволяют записать для кольцевых диодных смесителей и одноканальных усилителей

$$P_c = IP_{вх}^3 - (10 \div 15) \quad (5); \quad P_{бл} = P_c - 0,5, \quad (6)$$

где  $P_c$  — входная мощность сигнала по критерию сжатия коэффициента передачи каскада на 1 дБ, дБ·мВт;  $P_{бл}$  — входная мощность помехи по критерию блокирования на 2 дБ коэффициента передачи каскада.

Графическое решение (4) относительно ЭДС 1 мкВ (мощность на входе  $P = -113$  дБ·мВт), а также (5), (6) представлено на рис. 6. При решении (5) взято среднее значение величины, стоящей в скобках (12 дБ·мВт). График, расположенный в верхней части рис. 6, позволяет определять динамический диапазон относительно уровня мощности  $P$ , отличного от  $-113$  дБ·мВт. При этом поправку  $\delta$  для соответствующего уровня мощности  $P$  следует с учетом знака суммировать со значением  $IP^3$ . Для этого нового вычисленного с учетом формального введения поправки  $\delta$  значения  $IP^3$  на оси ординат отсчитывают динамический диапазон относительно уровня мощности  $P$ .

Соотношения (5), (6) распространим на весь тракт.

Мощность входного сигнала, приводящая к сжатию коэффициента передачи тракта на 1 дБ,  $P_{сгтп} = IP_{вхгтп}^3 - 12 = -15$  дБ·мВт.

Динамический диапазон тракта по критерию сжатия его коэффициента передачи на 1 дБ  $D_{сгтп} = P_{сгтп} - P_p = 102$  дБ.

Мощность помехи на входе ГТП, приводящая к блокированию на 2 дБ коэффициента передачи тракта,  $P_{блгтп} = P_{сгтп} - 0,5 = -15,5$  дБ·мВт.

Динамический диапазон ГТП по критерию блокирования помехой на 2 дБ коэффициента передачи тракта  $D_{блгтп} = P_{блгтп} - P_p = 101,5$  дБ.

Предложенная методика оценки нелинейности с использованием концепции  $IP$  может применяться при пересчете параметров нелинейности трактов или каскадов, сравнения нелинейности трактов или каскадов, заданных параметрами по разным критериям, а также при анализе и синтезе разрабатываемых трактов, например ГТП РПУ.

Таким образом, проанализировали тракт, описанный в работе [5] в части собственных параметров входящих в него каскадов, (строки 1, 2, 3 таблицы). Для всего тракта без расчета была указана входная точка пересечения по взаимной модуляции третьего порядка, равная  $-3$  дБ·мВт, что совпало с результатами проведенного анализа.

**Список литературы:** 1. Norton D. E. The Cascading of High Dynamic Range Amplifiers//Microwave I. — 1973. — N 6. — P. 57—71. 2. Михайлов Б. И., Маркин В. С., Смолин С. П. Оценка нелинейности радиоприемных трактов с помощью параметра  $IP$ //Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи. — 1981. — Вып. 10(29). — С. 83—85. 3. Гольдман Д. С., Текшев В. Б. Проектирование СВЧ маломощных транзисторных усилителей с расширенным динамическим диапазоном//Электрон. техника. Сер. Электроника СВЧ. — 1984. — Вып. 11. — С. 7—11. 4. Anzac RF/Microwave Amplifiers and Mixers//Microwave I. — 1978. — N 6. — P. 35—60. 5. Hundley P. E., Estabrook P., Crescenzi E. J. Small Low Gain Amplifiers For Front End Design//Microwave I. — 1978. — N 2. — P. 47—58.

Поступила в редколлегию 19.03.86

УДК 621.396

С. Б. КАЩЕЕВ

## ОСОБЕННОСТИ СЕЛЕКЦИИ ЭХО-СИГНАЛОВ НА ФОНЕ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХ В СИСТЕМАХ БЛИЖНЕЙ РАДИОЛОКАЦИИ

Для максимизации отношения сигнал-шум в импульсных РЛС широко применяются гребенчатые фильтры [1]. Эти устройства при работе на фоне белых шумов создают на выходе отношение сигнал-шум, близкое к максимальному, т. е. являются оптимальными фильтрами. В то же время при работе на фоне небелых помех в некоторых случаях экспериментально наблюдали эффекты «размножения» спектра помех, что приводило к ухудшению отношения сигнал-помеха [2].

Рассмотрим воздействие случайной узкополосной помехи на гребенчатый фильтр, состоящий из селекторного каскада и узкополосного фильтра, согласованный с прямоугольной пачкой прямого импульсов радиоимпульсов без внутримпульсной модуляции. Центральная частота узкополосного фильтра  $\omega_1$ , полоса  $2\Delta\Omega = 2\pi/(M-1)T$  (1), где  $M$  — число импульсов в пачке;  $T$  — период следования импульсов.

Помеху зададим в виде энергетического спектра

$$W(\omega) = \begin{cases} N, & |\omega - \omega_2| \leq \Delta\omega; \\ 0, & |\omega - \omega_2| > \Delta\omega, \end{cases}$$

$$\Delta\omega \leq \pi/T.$$

(2)

Здесь  $N$  — спектральная плотность мощности помехи;  $\omega_2$  — средняя частота помехи;  $2\Delta\omega$  — ширина полосы помехи.

Амплитудный спектр последовательности видеоимпульсов единичной амплитуды запишем в следующем виде [3]:

$$F(\xi) = \tau_n \frac{\sin 0,5\xi\tau_n}{0,5\xi\tau_n} \sum_{k=-r}^r \cos k\xi T,$$

где  $\tau_n$  — длительность одного импульса;  $r=0,5(M-1)$ .

Для определения энергетического спектра помехи на выходе селекторного каскада воспользуемся сверткой спектров. Тогда мощность помехи на выходе фильтра

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |K(\omega)|^2 \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\xi)|^2 W(\omega - \xi) d\xi \right] d\omega.$$

Здесь  $K(\omega)$  — АЧХ узкополосного фильтра,

$$K(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega - \omega_1| \leq \Delta\Omega; \\ 0, & |\omega - \omega_1| > \Delta\Omega. \end{cases}$$

Следовательно,

$$\sigma_1^2 = \int_{\omega_1 - \Delta\Omega}^{\omega_1 + \Delta\Omega} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\omega - \omega_2 - \Delta\omega}^{\omega - \omega_2 + \Delta\omega} N \tau_n^2 \frac{\sin^2 0,5\xi\tau_n}{(0,5\xi\tau_n)^2} \left[ \sum_k \cos k\xi T \right]^2 d\xi d\omega.$$

Учтем, что в реальных условиях  $T \gg \tau_n$ . Тогда  $\frac{\sin^2 0,5\xi\tau_n}{(0,5\xi\tau_n)^2}$  в области интегрирования можно рассматривать как константу. После вычислений получим

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \frac{N\tau_n^2\Delta\omega\Delta\Omega}{\pi^2} \frac{\sin^2 x}{x^2} \sum_{k_1=-r}^r \sum_{k_2=-r}^r \frac{\sin T\Delta\omega(k_1 - k_2)}{T\Delta\omega(k_1 - k_2)} \times \\ &\times \cos T(\omega_1 - \omega_2)(k_1 - k_2) \frac{r \sin [0,5\pi(k_1 - k_2)/r]}{0,5\pi(k_1 - k_2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$x = 0,5(\omega_1 - \omega_2)\tau_n.$$

Анализ формулы (3) показывает, что мощность помехи на выходе гребенчатого фильтра нелинейно зависит от ширины полосы помехи и узкополосного фильтра, длины пачки импульсов, частотного разнеса  $(\omega_1 - \omega_2)$ . Рассмотрим частный случай, когда

$$\omega_2 = \omega_1 + n \frac{2\pi}{T}; \quad \Delta\omega = \pi/T. \quad (4)$$

Здесь  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Следовательно,

$$\sigma_1^2 = \frac{N\tau_n^2 \Delta\omega \Delta\Omega M \sin^2 x}{\pi^2 x^2}. \quad (5)$$

Рассмотрим воздействие на этот гребенчатый фильтр пачки прямоугольных радиоимпульсов, имеющей энергетический спектр

$$|F_p(\xi)|^2 = \left[ \frac{\tau_n}{2} \frac{\sin 0,5(\xi - \omega_1)\tau_n}{0,5(\xi - \omega_1)\tau_n} \sum_{k=-r}^r \cos T(\xi - \omega_1)k \right]^2.$$

Мощность сигнала на выходе устройства

$$P_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1 - \Delta\Omega}^{\omega_1 + \Delta\Omega} |F_p(\xi)|^2 d\xi.$$

После вычислений получаем

$$P_1 = \frac{\tau_n^2 \Delta\Omega}{(2\pi)^2} \sum_{k_1=-r}^r \sum_{k_2=-r}^r \frac{r \sin [0,5\pi(k_1 - k_2)/r]}{0,5\pi(k_1 - k_2)}. \quad (6)$$

Проанализируем воздействие пачки прямоугольных радиоимпульсов на гребенчатый фильтр второго типа, состоящий из набора узкополосных фильтров на частотах  $\omega_i = \omega_1 + i2\pi/T$ ,  $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и сумматора. Полагаем, что фильтры имеют полосу, заданную выражением (1), а общее число фильтров  $2Q-1$  [1], где  $Q=T/\tau_n$ .

Запишем мощность сигнала на выходе фильтра второго типа в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_2 &= \sum_{l=-Q+1}^{Q-1} \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_l - \Delta\Omega}^{\omega_l + \Delta\Omega} |F_p(\xi)|^2 d\xi = \\ &= \frac{\tau_n^2 \Delta\Omega}{(2\pi)^2} \left[ \sum_{k_1=-r}^r \sum_{k_2=-r}^r \frac{r \sin [0,5\pi(k_1 - k_2)/r]}{0,5\pi(k_1 - k_2)} \right] \sum_{l=-Q+1}^{Q-1} \frac{\sin^2 t}{t^2}, \end{aligned}$$

где  $t = 0,5(\omega_l - \omega_1)\tau_n$ .

При больших  $Q$  сумму можно заменить интегралом. Окончательно.

$$P_2 = \frac{\tau_n^2 \Delta\Omega Q}{(2\pi)^2} \sum_{k_1=-r}^r \sum_{k_2=-r}^r \frac{r \sin [0,5\pi(k_1 - k_2)/r]}{0,5\pi(k_1 - k_2)}. \quad (7)$$

Сравнение формул (6), (7) показывает, что мощность полезного сигнала в фильтре второго типа в  $Q$  раз больше, чем в фильтре первого типа, так как он «собирает» почти полную энергию пачки радиоимпульсов, а фильтр первого типа — лишь некоторую часть непосредственно около несущей частоты.

Рассмотрим воздействие узкополосной помехи на фильтр второго типа. Из условий (2), (4) следует, что помеха попадает лишь в один из узкополосных фильтров. При этом мощность ее на выходе устройства составит:

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_i - \Delta\Omega}^{\omega_i + \Delta\Omega} N d\omega = N\Delta\Omega/\pi. \quad (8)$$

Из сравнения выражений (5), (8) вытекает, что отношение сигнал-помеха на выходе гребенчатого фильтра зависит от его конкретной схемной реализации. Мощность помехи на выходе гребенчатого фильтра первого типа прямо пропорциональна ширине полосы помехи, числу импульсов в пачке и квадрату длительности импульсов, в то время как  $\sigma_2^2$  от этих параметров не зависит. Следует отметить, что  $\sigma_1^2$  равняется нулю только при условии  $\sin x/x=0$ , а на выходе фильтра второго типа  $\sigma_2^2$  будет равняться нулю при нахождении помехи между отдельными узкополосными фильтрами и при условии  $|\omega_2 - \omega_1| > \pi/\tau_n$ .

Известно [1], что мощность сигнала на выходе гребенчатого фильтра первого типа  $P_{\text{вых}}$  при несовпадении принимаемого и селектирующего импульсов прямо пропорциональна квадрату коэффициента перекрытия. Учитывая это, вычислим  $P_{\text{вых}}$  при облучении пространственно распределенной цели с размерами больше  $l=0,5 \text{ ст.н.}$  Коэффициент перекрытия запишем в виде

$$k_n = \begin{cases} \frac{R - R_0 + l}{l}, & R \in [R_0 - l, R_0]; \\ 0, & |R - R_0| > l; \\ \frac{R_0 + l - R}{l}, & R \in (R_0, R_0 + l], \end{cases}$$

где  $R_0$  — дальность, на которую установлен селектор;  $R$  — истинная дальность до цели.

Тогда

$$P_{\text{вых}}(R_0) = \int_{R_0-l}^{R_0} B \frac{(R - R_0 + l)^2}{l^2 R^4} R \theta dR + \int_{R_0}^{R_0+l} B \frac{(R_0 + l - R)^2}{l^2 R^4} R \theta dR.$$

Здесь  $\theta$  — ширина диаграммы направленности приемопередающей антенны;  $B$  — некоторый коэффициент, учитывающий тактико-технические данные РЛС, свойства среды и цели.

В результате вычислений получим

$$P_{\text{вых}}(R_0) = \frac{B\theta}{l^2} \left[ \ln \left( 1 + \frac{l}{R_0} \right) - \ln \left( 1 - \frac{l}{R_0} \right) - \frac{2l}{R_0} \right].$$

Обозначим

$$S_{\text{эф}}(R_0) = \frac{R_0^4}{l^2} \left[ \ln \left( 1 + \frac{l}{R_0} \right) - \ln \left( 1 - \frac{l}{R_0} \right) - \frac{2l}{R_0} \right].$$

Тогда  $P_{\text{вых}} = B\theta S_{\text{эф}}/R_0^4$ .

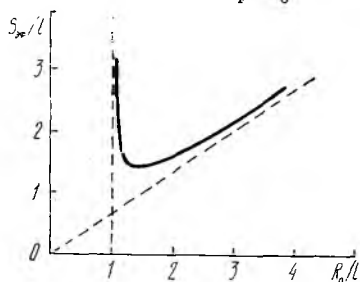


График  $S_{\text{эф}}/l^2$  представлен на рисунке. Очевидно, необходимо учитывать истинное значение  $S_{\text{эф}}$  при точных измерениях параметров пространственно распределенных целей (например, удельной поверхности рассеивания), особенно при работе на дальностях, сравнимых с длиной импульсного объема.

**Список литературы:** 1. Лейхтер Л. Е. Расчет гребенчатых фильтров — накопителей импульсных сигналов. — М.: Сов. радио, 1972. — 256 с. 2. Кащеев С. Б., Моргунов Г. М., Пикулик И. И. К вопросу об особенностях стробирования в условиях небелых помех//Радиотехника. — 1984. — Вып. 71. — С. 22—25. 3. Теория электрорадиотехнических цепей/Под ред. Д. С. Колобкова. — Х.: Б. и., 1964. — 324 с.

Поступила в редколлегию 07.04.86

УДК 621.396

В. К. ВОЛОСЮК, канд. техн. наук

### ОПТИМИЗАЦИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОГО КАРТОГРАФИРОВАНИЯ ВЫСОТЫ РЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ

Задачи оценки геометрических параметров рельефа поверхности в строгой постановке относятся к классу радиологических задач, в основе которых лежит когерентная обработка принимаемых сигналов в заданных областях пространства и времени. Рассмотрим задачу оптимизации параметров поверхности и, в частности, получение алгоритма оптимального картографирования высоты рельефа поверхности.

Сигнал, рассеянный поверхностью  $\Omega$  с координатами  $\vec{r}$  и принимаемый в точке  $\vec{r}'$  апертуры  $\Omega'$ , можно записать следующим образом [1]:

$$\hat{S}(t, \vec{r}') = \text{Re} \int_{\Omega} \hat{F}[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{r})] \hat{S}_0[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{r})] d\Omega, \quad (1)$$

где  $\vec{F}[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{r})]$  — функция, характеризующая локальные рассеивающие свойства поверхности;  $\vec{\lambda}(\vec{r})$  — совокупность параметров поверхности;  $d\Omega$  — дифференциал площади криволинейной поверхности  $\Omega$ .

Суммарный сигнал, принимаемый апертурой  $\Omega'$ , представим в виде суммы:

$$u(t, \vec{r}') = \text{Re } \dot{S}(t, \vec{r}') + n(t, \vec{r}'). \quad (2)$$

Здесь  $n(t, \vec{r}')$  — нормальная дельта-коррелированная помеха, обусловленная действием внутренних и внешних помех и неточностью задания функции  $\vec{F}[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{r}), t]$ , зависящей от электродинамической модели рассеивающей поверхности.

Для определения оптимального алгоритма оценивания параметров  $\vec{\lambda}(\vec{r})$  воспользуемся методом максимума функционала правдоподобия, полагая, что априорные сведения о параметрах  $\vec{\lambda}(\vec{r})$  отсутствуют. В результате приходим к необходимости минимизации квадратичного функционала

$$I = \iint_{\Omega'} \{u(t, \vec{r}') - \text{Re} \int_{\Omega} \vec{F}[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{r}), t] \dot{S}_0[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{r}), t]\}^2 d\Omega' dt. \quad (3)$$

Пусть  $\vec{\lambda}(\vec{r})$  — оценка векторного параметра;  $\delta \vec{\lambda}(\vec{r})$  — его вариация,  $\delta \vec{\lambda}(\vec{r}) = A \vec{\gamma}(\vec{r})$ , где  $A = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  — диагональная матрица;  $\vec{\gamma}(\vec{r})$  — произвольная векторная функция. Тогда из условия

$$\left. \frac{\partial I}{\partial a_j} \right|_{a_j=0} = 0 \quad (4)$$

находим, что

$$\iint_{\Omega'} \{u(t, \vec{r}') + \text{Re} \int_{\Omega} \vec{F}[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}_{-j}(\vec{r}), \hat{\lambda}_j(\vec{r})] \dot{S}_0[t, \vec{r}, \vec{r}', \vec{\lambda}_{-j}(\vec{r}), \hat{\lambda}_j(\vec{r})] d\Omega\} \times \\ \times \text{Re} \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial \vec{F}(\cdot)}{\partial \lambda_j} \dot{S}_0(\cdot) + \vec{F}(\cdot) \frac{\partial \dot{S}_0(\cdot)}{\partial \lambda_j} \right] \vec{\gamma}_j(\vec{r}) d\Omega d\Omega' dt. \quad (5)$$

Здесь  $\vec{\lambda}_{-j}(\vec{r})$  — совокупность параметров  $\vec{\lambda}(\vec{r})$ , из которой исключен параметр  $\lambda_j(\vec{r})$ .

Система интегральных уравнений (5) является исходной для определения оптимальных алгоритмов оценок заданной совокупности параметров  $\vec{\lambda}(\vec{r})$ .

Предположим, что

$$\frac{\partial \hat{F} [t, \vec{r}, \vec{r}', \hat{\lambda}_j(\vec{r}), \vec{\lambda}_{-j}(\vec{r})]}{\partial \lambda_j(\vec{r})} = 0. \quad (6)$$

Тогда в системе (5) соответствующие уравнения легко приводятся к следующему виду:

$$\begin{aligned} & \int_{\vec{r}} \int_{\Omega'} u(t, \vec{r}') \frac{\partial \hat{S}_0 [t, \vec{r}, \vec{r}', \hat{\lambda}_j(\vec{r}), \vec{\lambda}_{-j}(\vec{r})]}{\partial \lambda_j} dt d\Omega' = \\ & = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \hat{F}^* (\dots, \vec{r} = \vec{r}_1) d\Omega_1 \int_{\vec{r}} \int_{\Omega'} \hat{S}^* (\dots, \vec{r} = \vec{r}_1) \frac{\partial \hat{S}_0(\cdot)}{\partial \lambda_j} d\Omega' dt, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $(\dots, \vec{r} = \vec{r}_1)$  — совокупность аргументов, например, в выражении (6), с учетом замены  $\vec{r}$  на  $\vec{r}_1$ , а  $d\Omega_1$  является также дифференциалом площади криволинейной поверхности  $\Omega$ .

Учитывая, что  $\vec{\lambda}(\vec{r})$  по отношению к операции интегрирования по  $\vec{r}'$  — параметр, получим алгоритм оценки параметров поверхности, удовлетворяющих условию (6):

$$\begin{aligned} & \int_{\vec{r}} \int_{\Omega'} u(t, \vec{r}') \hat{S}_0 [t, \vec{r}', \vec{r}, \vec{\lambda}_{-j}(\vec{r}), \hat{\lambda}_j(\vec{r})] d\Omega' = \\ & = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \hat{F}^* (\dots, \vec{r} = \vec{r}_1) \hat{\Psi} [\vec{r}, \vec{r}_1, \hat{\lambda}_j(\vec{r}), \vec{\lambda}_{-j}(\vec{r}_1)] d\Omega_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\hat{\Psi}(\cdot)$  — функция неопределенности лоцирующей системы,

$$\hat{\Psi}(\cdot) = \int_{\vec{r}} \int_{\Omega'} \hat{S}_0^* (\dots, \vec{r} = \vec{r}_1) \hat{S}_0(\cdot) d\Omega' dt. \quad (9)$$

Условию (6) удовлетворяют дальность до поверхности  $R = R(\vec{r})$  и связанная с нею высота

$$h(\vec{\rho}) = H - R(\vec{r}) \cos \theta, \quad (10)$$

где  $\vec{\rho} = (x, y)$ ;  $\vec{r} = (\rho, \theta)$ ;  $H$  — высота, измеряемая при лоцировании в надири;  $R(\vec{r})$  — дальность до поверхности;  $\theta$  — угол между вертикалью и направлением на разрешаемый участок поверхности.

Пусть  $\Omega'$  — вертикальная или горизонтальная решетка с соответствующими направлениями осей  $z'$  или  $y'$ , расположенная

перпендикулярно к направлению обзора. Причем по каждому выходу осуществляется синтезирование апертуры, а опорный сигнал для каждого из элементов решетки имеет вид [2]:

$$\dot{S}_0(\cdot) = \Pi\left(\frac{t-x/v}{T}\right) \dot{A}\left\{t - \frac{2[H-h(\rho)]}{\cos\theta}\right\} \times \quad (11)$$

$$\times \exp\left\{jk\left[2[H-h(\rho)]/\cos\theta - \frac{(vt-x)^2}{H-h(\rho)}\cos\theta\right]\right\} \varphi(\vec{r}'_i, \theta).$$

Здесь для вертикальной решетки

$$\varphi(\vec{r}'_i, \theta) = \exp(jkz'_i \cos\theta), \quad (12)$$

для горизонтальной

$$\varphi(\vec{r}'_i, \theta) = \exp(jky'_i \sin\theta). \quad (13)$$

Тогда исходный оптимальный алгоритм пространственно-временной обработки принимаемого поля, например, для вертикальной решетки

$$\int_{\vec{r}'_i} \int_{\vec{r}'_i} u(t, \vec{r}') \dot{S}_0(\cdot) dt d\Omega' =$$

$$= \sum_{i=1}^N \exp(jkz_i \cos\theta) \int_{\vec{r}} u(t, \vec{z}') \Pi\left(\frac{t-x}{T}\right) \times \quad (14)$$

$$\times \dot{A}\left\{t - \frac{2[H-h(\rho)]}{\cos\theta}\right\} \exp\left\{jk\left[\frac{2[H-h(\rho)]}{\cos\theta} - \frac{(vt-x)^2}{H-h(\rho)}\cos\theta\right]\right\} dt.$$

Таким образом, исходный выходной эффект, необходимый для оценки  $h(\rho)$  может формироваться либо синтезированием апертуры на выходе каждого из элементов с последующим дискретным преобразованием Фурье относительно элементов решетки, либо первоначальным дискретным преобразованием Фурье-сигналов, снимаемых с элементов антенной решетки с последующим синтезированием апертуры. Второй путь более целесообразен, так как требует лишь одного канала синтеза апертуры.

**Список литературы:** 1. Фалькович С. Е., Волосюк В. К. Оценка параметров поверхностей в задачах оптимальной статистической интерпретации на основе электродинамических моделей рассеянных полей//Радиоэлектроника летат. аппаратов. — 1984. — Вып. 13. — С. 11—20. 2. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. — М.: Радио и связь, 1981. — 287 с.

Поступила в редколлегию 26.12.85

## СТАТИСТИКА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ, СОДЕРЖАЩИХ КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ ОТ КОМПОНЕНТ ГАРМОНИЧЕСКОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Для многих этапов работы радиотехнических устройств характерным является преобразование сигналов, в том числе и случайных процессов, в типовом звене с нелинейными и инерционными свойствами. Известно лишь небольшое число точных решений задачи о нахождении функции распределения процесса на выходе типового звена, полученных при некоторых специальных предложениях о нелинейности характеристики и о статических свойствах случайного процесса на входе [1]. К числу этих задач относится задача об определении функции распределения случайной величины

$$\eta = \frac{1}{T} \int_0^T dt \xi^2(t) \quad (1)$$

средней мощности нормального эргодического случайного процесса  $\xi(t)$  за конечное время усреднения  $T$ . Ранее такая задача была подвергнута численному анализу для случая, когда  $\xi(t)$  — нормальный марковский шум [2]. В работе [3] получена производящая функций случайной величины (1), когда  $\xi(t)$  является суперпозицией произвольного детерминированного сигнала и нормального марковского шума.

Нормальный марковский процесс является результатом воздействия случайного процесса, обладающего свойствами белого шума, на дифференцирующую цепочку первого порядка. Результатом воздействия белого шума на дифференцирующую цепочку второго порядка (RLC — колебательный контур) является гармонический стохастический процесс (ГС-процесс). Рассмотрим статистику интегральных функционалов, определенных на компонентах ГС-процесса.

Уравнение для ГС-процесса имеет вид [1]  $\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega^2 x = f(t)$  (2), где  $\beta$ ,  $\omega$  — декремент и частота;  $f(t)$  порождающий процесс, обладающий свойствами белого шума с интенсивностью  $\sigma$  и корреляционной функцией

$$\langle f(t) f(t') \rangle = \sigma \delta(t - t'). \quad (3)$$

Наиболее общий вид рассматриваемых интегральных функционалов следующий:

$$F = \int_0^T dt [a \dot{x}^2(t) + 2b \dot{x}(t) x(t) + cx^2(t)]. \quad (4)$$

Здесь  $a, b, c$  — произвольные параметры. Исчерпывающая информация о статической структуре функционала  $F$  содержится в производящей функции

$$Q(a, b, c) = \langle \exp \left[ - \int_0^T dt \{ a \dot{x}^2(t) + 2b \dot{x}(t) x(t) + cx^2(t) \} \right] \rangle \quad (5)$$

— математическом ожидании от  $\exp(-F)$  по всем возможным реализациям ГС-процесса.

Статистические характеристики двухкомпонентного марковского процесса  $(\dot{x}, x)$  полностью описываются с помощью переходной плотности распределения вероятностей  $w(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0, 0)$ , уравнение для которой можно составить согласно методике [1],

$$\frac{\partial}{\partial t} w = -\dot{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \omega^2 x \frac{\partial w}{\partial \dot{x}} + 2\beta \frac{\partial}{\partial x} (\dot{x} w) + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \dot{x}^2} \quad (6)$$

с начальным условием  $w(x, \dot{x}, 0; x_0, \dot{x}_0, 0) = \delta(x - x_0) \delta(\dot{x} - \dot{x}_0)$ .

Решение уравнения (6) имеет вид [1]

$$w(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0, 0) = \frac{v_1 - v_2}{V 2\pi\Delta} \exp \left\{ (v_1 + v_2) \dot{x} t - \right. \\ \left. - \frac{P}{\Delta} y_1^2 e^{2v_1 t} + \frac{h}{\Delta} y_1 y_2 e^{v_1 t + v_2 t} - \frac{q}{\Delta} y_2^2 e^{2v_2 t} \right\}, \quad (7)$$

где

$$v_{1,2} = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega^2}; \quad \Delta = 4pq - h^2;$$

$$P = \frac{\sigma}{4v_1} (e^{2v_1 t} - 1); \quad h = \frac{\sigma}{v_1 + v_2} (e^{v_1 t + v_2 t} - 1), \quad q = \frac{\sigma}{4v_2} (e^{2v_2 t} - 1),$$

$$y_1 = (\dot{x} + v_1 x) - (\dot{x}_0 + v_1 x_0) e^{-v_1 t}, \quad y_2 = (\dot{x} + v_2 x) - (\dot{x}_0 + v_2 x_0) e^{-v_2 t}.$$

Из соотношения (7) следует одномоментная равновесная плотность распределения вероятностей

$$w(x_0, \dot{x}_0, 0) = \frac{2\beta\omega}{\pi\sigma} \exp \left( - \frac{2\beta\omega^2}{\sigma} x_0^2 - \frac{2\beta}{\sigma} \dot{x}_0^2 \right). \quad (8)$$

Математическое ожидание (5) является функциональным интегралом. Одним из эффективных методов нахождения значений функционального интегрирования является метод усреднения по винеровской мере [4; 5].

Основной принцип этого метода — сведение к параболическому дифференциальному уравнению. Его можно использовать при нахождении среднего (5) по мере, базирующейся на ГС-процессе (2).

Введем рекуррентную последовательность функций [7]  $\psi_R(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)$ , таких, что

$$\psi_{R+1}(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dx'' w(x, \dot{x}, t; x', \dot{x}', \tau) \times \\ \times (a \dot{x}'^2 + 2b \dot{x}' x' + cx'^2) \psi_R(x', \dot{x}', \tau; x_0, \dot{x}_0), \quad (9)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$ , причем

$$\psi_0(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \varpi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0, 0). \quad (10)$$

Тогда, после разложения  $\exp(-F)$  в ряд, найдем

$$Q(a, b, c) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{x}_0 \varpi(x_0, \dot{x}_0, 0) Q_0(a, b, c; x_0, \dot{x}_0); \quad (11)$$

$$Q_0(a, b, c; x_0, \dot{x}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{x} \psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)|_{t=T}. \quad (12)$$

Здесь 
$$\psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \psi_k(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) - \quad (13)$$

математическое ожидание вида (5), но с фиксированными значениями ГС-процесса  $(\dot{x}, x)$  на границах временного интервала  $(0, t)$ .

Из соотношений (9), (10) следует, что  $\psi$ -функция (13) удовлетворяет параболическому дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} = & -\dot{x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \omega^2 x \frac{\partial \psi}{\partial x} + 2\beta \frac{\partial}{\partial x}(\dot{x}\psi) + \\ & + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \dot{x}^2} - (a\dot{x}^2 + 2b\dot{x}x + cx^2)\psi \end{aligned} \quad (14)$$

с начальным условием  $\psi(x, \dot{x}, 0; x_0, \dot{x}_0) = \delta(x - x_0) \delta(\dot{x} - \dot{x}_0)$ .

Решение уравнения (14) при  $a=b=c=0$  описывается выражением (7). Чтобы привести уравнение (14) к уравнению (6), воспользуемся подстановкой

$$\psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \Phi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) \times \quad (15)$$

$$\times \exp\{\mu t - A(\dot{x}^2 - \dot{x}_0^2) - 2B(x\dot{x} - x_0\dot{x}_0) - C(x^2 - x_0^2)\},$$

в которой  $\mu, A, B, C$  — некоторые константы. Подставив (15) в (14), после переруппировки коэффициентов при производной по  $x$  получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = & -\dot{x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + (\omega^2 - 2\sigma B)x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + (2\beta - 2\sigma A) \frac{\partial}{\partial x}(\dot{x}\Phi) + \\ & + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \dot{x}^2} + \Phi \{-\mu + \sigma A + \dot{x}^2(2B - 4\beta A + 2\sigma A - a) + \\ & + 2x\dot{x}(C - \omega^2 A - 2\beta B + 2\sigma AB - b) - x^2(2\sigma B^2 - 2\omega^2 B - c)\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Это уравнение для  $\Phi$  имеет те же начальные условия, что и выражение (14). Оно имеет вид (6), если соответствующим подбо-

ром величин  $A, B, C$  обратить в нуль значение фигурной скобки в уравнении (16). Ясно, что  $\mu = \sigma A$ . Приравняв коэффициенты при  $\dot{x}^2, x\dot{x}, x^2$  к нулю, найдем

$$A = \frac{\beta - r}{\sigma}, \quad B = \frac{\omega^2 - \Omega^2}{2\sigma}, \quad C = b + \frac{\beta\omega^2 - r\Omega^2}{\sigma}, \quad (17)$$

где 
$$\Omega = (\omega^4 + 2\sigma c)^{1/4}, \quad r = \left( \beta^2 + \frac{\sigma a + \Omega^2 - \omega^2}{2} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Стохастический „осциллятор“, для „плотности распределения“  $\Phi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0)$  которого получено уравнение (16) без фигурной скобки, обладает аналогично (6) «частотой»  $\Omega = (\omega^2 - 2\sigma B)^{1/2}$  и «декрементом»  $r = \beta - \sigma A$  согласно соотношениям (17), (18). Если  $a = c = 0$  и в функционале (4) содержится лишь член  $x(t)x(t)$ , то в этом частном случае  $F = bx^2(T) - bx^2(0)$ , и функциональный интеграл (11) сводится к простой четырехкратной квадратуре

$$Q(a, b, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx d\dot{x} dx_0 d\dot{x}_0 \omega(x_0, \dot{x}_0, 0) \times \quad (19)$$

$$\times \exp(-bx^2 + bx_0^2) \omega(x, \dot{x}, T; x_0, \dot{x}_0, 0),$$

поскольку  $\psi$ -функция переходит в  $\omega$ -функцию (7). В общем случае функциональный интеграл  $Q(a, b, c)$  находится согласно формулам (11), (12), в которых выражение для  $\psi$ -функции принимает следующий вид:

$$\psi(x, \dot{x}, t; x_0, \dot{x}_0) = \exp\{\sigma A t - A(x^2 - \dot{x}_0^2) -$$

$$- 2B(x\dot{x} - x_0\dot{x}_0) - C(x^2 - x_0^2)\} \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\pi\sqrt{D}} \exp\{(\rho_1 + \rho_2) \times \quad (20)$$

$$\times t - \frac{\rho}{D} z_1^2 e^{2\rho_1 t} + \frac{H}{D} z_1 z_2 e^{\rho_1 t + \rho_2 t} - \frac{Q}{D} z_2^2 e^{2\rho_2 t}\},$$

где 
$$\rho_{1,2} = r \pm \sqrt{r^2 - \Omega^2}; \quad D = 4PQ - H^2;$$

$$P = \frac{\sigma}{4\rho_1} (z_1 e^{2\rho_1 t} - 1); \quad H = \frac{\sigma}{2r} (e^{2rt} - 1); \quad Q = \frac{\sigma}{4\rho_2} (e^{2\rho_2 t} - 1);$$

$$z_1 = (\dot{x} + \rho_1 x) - (\dot{x}_0 + \rho_1 x_0) e^{-\rho_1 t}; \quad z_2 = (\dot{x} + \rho_2 x) - (\dot{x}_0 + \rho_2 x_0) e^{-\rho_2 t},$$

а остальные обозначения приведены в (17), (18). Объединив (11), (12), (20), получим для производящей функции  $Q(a, b, c)$  выражение в виде простой шестикратной квадратуры

$$Q(a, b, c) = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} du_1 du_2 dx d\dot{x} dx_0 d\dot{x}_0 \omega \times$$

$$\begin{aligned}
& \times (x_0, x_0, 0) \exp \left\{ \sigma AT - A(\dot{x}^2 - \dot{x}_0^2) - 2B(x\dot{x} - x_0\dot{x}_0) - \right. \\
& - C(x^2 - x_0^2) - \frac{\sigma}{\rho_2} u_1^2 (1 - e^{-2\rho_2 T}) - \frac{\sigma}{r} u_1 u_2 (1 - e^{-2rT}) - \\
& - \frac{\sigma}{\rho_1} u_2^2 (1 - e^{-2\rho_1 T}) + 2iu_1 [(x + \rho_1 x) - (\dot{x}_0 + \rho_1 x_0) \times \\
& \left. \times e^{-\rho_2 T}] + 2iu_2 [(\dot{x} + \rho_2 x) - (\dot{x}_0 + \rho_2 x_0) e^{-\rho_1 T}] \right\}.
\end{aligned} \quad (21)$$

Благодаря гауссовому виду подынтегрального выражения относительно всех шести переменных интегрирования квадратура (21) берется до конца (удобно сначала брать интегралы по  $x, \dot{x}$  и  $x_0, \dot{x}_0$ ). Представление (21) для производящей функции, кроме того, удобно при выполнении численных расчетов вследствие наличия демпфирующих множителей типа  $\exp(-2\rho_1 T)$ .

Особый интерес представляет случай  $a=b=0$ , поскольку случайная величина [1; 6]

$$\chi = \int_0^T dt x^2(t) \quad (22)$$

описывает интеграл от квадрата перемещения  $x(t)$  стохастического затухающего осциллятора (2), аналогом для которого может служить изменение заряда в колебательном  $RLC$ -контуре. Плотность распределения вероятностей  $P(\chi)$  этой случайной величины есть обратное преобразование Лапласа

$$P(\chi) = \int \frac{dc}{2\pi i} \exp(c\chi) Q(0, 0, c). \quad (23)$$

В целях нахождения  $P(\chi)$  в квадратуре (21) выполним интегрирование по паре переменных ГС-процесса  $x, \dot{x}$  и по другой паре переменных  $x_0, \dot{x}_0$  с весом  $w(x_0, \dot{x}_0, 0)$  (8). Обозначив результаты этих интегрирований через  $J_T(u_1, u_2)$  и  $J_0(u_1, u_2)$ , найдем

$$\begin{aligned}
Q(0, 0, c) = & \frac{2\beta\omega(\rho_1 - \rho_2)e^{(\beta-r)T}}{\pi^3\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} du_1 du_2 J_T(u_1, u_2) J_0(u_1, u_2) \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{\sigma}{\rho_2} u_1^2 (1 - e^{-2\rho_1 T}) - \frac{\sigma}{r} u_1 u_2 (1 - e^{-2rT}) - \frac{\sigma}{\rho_1} u_2^2 (1 - e^{-2\rho_2 T}) \right\}.
\end{aligned} \quad (24)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
& J_T(u_1, u_2) = \pi(AC - B^2)^{-1/2} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{A(\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2)^2 - 2B(\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2)(u_1 + u_2) + C(u_1 + u_2)^2}{AC - B^2} \right\}.
\end{aligned} \quad (25)$$

Выражение для  $J_0(u_1, u_2)$  получим из соотношения (25), если в этой формуле выполним следующие замены:

$$A \rightarrow A_0 = \frac{\beta + r}{\sigma}; \quad B \rightarrow B_0 = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{2\sigma}; \quad C \rightarrow C_0 = \frac{r\Omega^2 + \beta\omega^2}{\sigma}. \quad (26)$$

Отметим, что в частном случае, когда  $w(x_0, \dot{x}_0, 0) = \delta(x_0)\delta(\dot{x}_0)$ , интегралы по  $x_0, \dot{x}_0$  в (21) снимаются,  $J_0(u_1, u_2) = \pi$ . В общем (безусловном) случае запишем

$$Q(0, 0, c) = \frac{2\beta\omega(\rho_1 - \rho_2)e^{(\beta-r)\tau}}{\sigma\sqrt{D_0 D_T D_u}}, \quad (27)$$

$$\text{где } D_0 = A_0 C_0 - B_0^2, \quad D_T = AC - B^2, \quad D_u = D_{11} D_{22} - D_{12}^2; \quad (28)$$

$D_{11}, D_{12}, D_{22}$  — коэффициенты квадратичной формы  $D_{11}u_1^2 + 2D_{12}u_1u_2 + D_{22}u_2^2$ , образующейся в показателе подынтегральной экспоненты в (24),

$$D_{11} = \frac{\sigma}{\rho_2} (1 - e^{-2\rho_2 T}) + D_T^{-1} (A\rho_1^2 - 2B\rho_1 + C) + \\ + D_0^{-1} (A_0\rho_1^2 - 2B_0\rho_1 + C_0) e^{-2\rho_2 T};$$

$$2D_{12} = \frac{\sigma}{r} (1 - e^{-2rT}) + D_T^{-1} (A\rho_1\rho_2 - 2Br + C) + \\ + D_0^{-1} (A_0\rho_1\rho_2 - 2B_0r + C_0) e^{-2rT}; \quad (29)$$

$$D_{22} = \frac{\sigma}{\rho_1} (1 - e^{-2\rho_1 T}) +$$

$$+ D_T^{-1} (A\rho_2^2 - 2B\rho_2 + C) + D_0^{-1} (A_0\rho_2^2 - 2B_0\rho_2 + C_0) e^{-2\rho_1 T}.$$

Результат (27) легко обобщается на случай, когда  $a \neq 0$  и  $b \neq 0$ , если в (27) определить  $C_0 = \frac{r\Omega^2 + \beta\omega^2}{\sigma} - b$  и воспользоваться выражениями (17), (18).

Движение зарядов в  $RLC$ -колебательном контуре, возбужденном широкополосным шумом, можно описать на основе уравнения (2). Аналогично функционалу (22) (временной интеграл от квадрата текущего заряда) построим функционал

$$\eta = \int_0^T dt x^2(t), \quad (30)$$

связанный с интегралом от квадрата текущего электрического тока  $\dot{x}(t)$ . Плотность распределения вероятностей  $P(\eta)$  этой случайной величины

$$P(\eta) = \int \frac{da}{2\pi i} \exp(a\eta) Q(a, 0, 0). \quad (31)$$

Ее можно найти с помощью (21), если в этом выражении положить  $b = c = 0$ . При этом  $\Omega = \omega$ ,  $r = (\beta^2 + \sigma a/2)^{1/2}$  (32). Тогда

$$B = 0; \quad C = \beta \frac{-r}{\sigma} \omega^2 = A\omega^2. \quad (33)$$

Результат интегрирования в соотношении (21) зависит от вида весовой функции  $w(x_0, x_0, 0)$ . В равновесном случае, когда исходное состояние распределено в соответствии с (8), после вычисления шестикратного интеграла (21) найдем

$$Q(a, 0, 0) = \frac{4r\beta \exp(\beta T)}{\left\{ (r_1^2 e^{rT} - r_2^2 e^{-rT})^2 - \left( 2r_1 r_2 \frac{\sin(T\sqrt{\omega^2 - r^2})}{\sqrt{\omega^2 - r^2}} \right)^2 \right\}^{1/2}}, \quad (34)$$

где  $r_1 = r + \beta$ ;  $r_2 = r - \beta$ . Аналогично можно рассмотреть случай начальных условий, когда  $w(x_0, x_0, 0) = \delta(x_0) \delta(\dot{x}_0)$ ,

$$Q(a, 0, 0) = \frac{2r \exp(\beta T)}{\left\{ (r_1 e^{rT} + r_2 e^{-rT})^2 + r_1 r_2 \left( 2r \frac{\sin(T\sqrt{\omega^2 - r^2})}{\sqrt{\omega^2 - r^2}} \right)^2 \right\}^{1/2}}. \quad (35)$$

Выражения (34), (35) особенно упрощаются при анализе колебательных контуров со средней и тем более высокой добротностью. Пренебрегая вторым слагаемым в знаменателях этих выражений, из выражения (34) получаем

$$Q(a, 0, 0) = \frac{4r\beta \exp(\beta T)}{(r + \beta)^2 e^{rT} - (r - \beta) e^{-rT}}, \quad (36)$$

а из соотношения (35)

$$Q(a, 0, 0) = \frac{2r \exp(\beta T)}{(r + \beta) e^{rT} + (r - \beta)^2 e^{-rT}}. \quad (37)$$

Возможность такого упрощения обусловлена квадратичностью рассматриваемых интегральных функционалов от ГС-процесса.

Производящие функции (19), (27) и (34), (35) исчерпывают информацию о статистических свойствах случайных величин (4), (22) (30). Получить количественные характеристики удастся на основе преобразования Лапласа. На рис. 1, 2 представлены результаты численного расчета плотности  $P(\chi)$  при  $\sigma = 10$ ,  $T = 1$ ,  $\omega = 100$ ,  $\langle \chi \rangle = \sigma T / 4\beta \omega^2$  (рис. 1);  $w(x_0, x_0, 0) = \delta(x_0) \delta(\dot{x}_0)$ ,  $\sigma = 10$ ,  $T = 1$ ,  $\omega = 100$ ,  $\chi_s = \sigma T / 4\beta \omega^2$  (рис. 2), отвечающей производящей

функции (27) случайного процесса (22). На рис. 3, 4 — аналогичные зависимости для плотности  $P(\eta)$  при  $\sigma=10$ ,  $T=1$ ,  $\omega=100$ ,  $\langle \eta \rangle = \sigma T / 4\beta$  (рис. 3);  $\omega(x, x_0, 0) = \delta(x_0)\delta(x_0)$ ,  $\delta=10$ ,  $T=1$ ,  $\omega=100$ ,  $\eta_p = \sigma T / 4\beta$  (рис. 4), отвечающие производящим функциям (34), (35) случайного процесса (30). Зависимости для  $\beta < 0,1$  со-

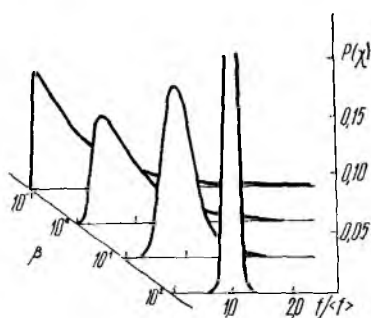


Рис. 1

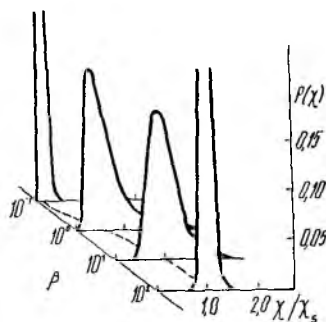


Рис. 2

впадают (до третьей значащей цифры) с представленными на рис. 1, 3 значениями этих функций при  $\beta=0,1$ . Расчеты показали,

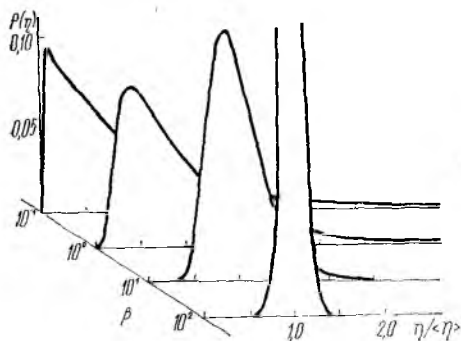


Рис. 3

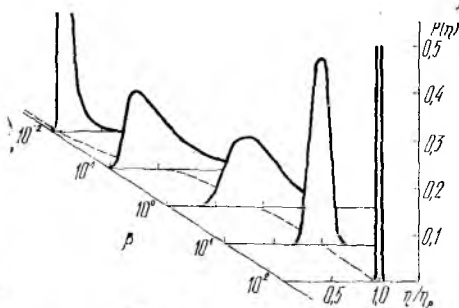


Рис. 4

что от параметра  $\omega$  результаты почти не зависят (для  $10^{-1} \leq \omega \leq 10^4$ ), а отличие проявляется лишь в третьей значащей цифре. Для любого значения частоты  $\omega$  и  $\beta T \geq 1$  функции, найденные при равновесном начальном условии (8), характеризуются пиком в области значений

$$\chi \approx \langle \chi \rangle = \frac{\sigma T}{4\beta \omega^2}; \quad \eta \approx \langle \eta \rangle = \frac{\sigma T}{4\beta}, \quad (38)$$

а по мере изменения декремента  $\beta$  в сторону меньших значений, они становятся все более пологими, т. е. флуктуации случайных

величин  $\chi$ ,  $\eta$  — все более заметными. Приближенное выражение для  $P(\chi)$  в районе  $\chi \approx \langle \chi \rangle$  можно записать в виде

$$P(\chi) = \sqrt{\frac{\beta T}{2\pi\chi \langle \chi \rangle}} \exp \left\{ -\frac{\beta T}{2} \left( \sqrt{\frac{\chi}{\langle \chi \rangle}} - \sqrt{\frac{\langle \chi \rangle}{\chi}} \right)^2 \right\}, \quad (39)$$

для  $P(\eta)$  асимптотическое выражение аналогично. Область применимости таких выражений, как показал численный анализ, не ограничивается лишь районом пика.

Из результатов численных расчетов вероятностных характеристик случайных величин (22), (30) при начальных нулевых условиях, когда  $\psi(x_0, x_0, 0) = \delta(x_0)\delta(\dot{x}_0)$  (рис. 2, 4) следует, что результат регистрации случайной величины  $\chi$  или  $\eta$  (а в общем случае — случайной стохастической величины (4)) на выходе  $RLC$ -цепи существенно зависит от начальных условий. Численные расчеты показали, что по мере уменьшения параметра  $\beta T$  плотности распределения вероятностей приближаются к кривым, описывающим случайную величину с распределением релеевского типа [1]. По мере увеличения параметра  $\beta T$  плотности приближаются к нормальному распределению, скорость сходимости зависит от начальных условий.

**Список литературы:** 1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1969. — 702 с. 2. Слепян Д. Флуктуации мощности случайного сигнала//Определение параметров случайных процессов. К., 1962. — С. 123—146. 3. Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С. Статистика отсчетов когерентного сигнала на фоне шума//Укр. физ. журн. — 1983. — 28. — С. 1871—1873. 4. Кац М. Вероятность и смежные вопросы в физике. — М.: Мир, 1965. — 406 с. 5. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. — М.: Мир, 1968. — 382 с. 6. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. — М.: Наука, 1968. — 463 с.

Поступила в редколлегия 15.04.86

УДК 621.396

В. И. ГОСТЕВ, д-р техн. наук, А. Ю. ЛЫСОВОЛИК

### ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АРУ

Системы АРУ относят к особому классу нелинейных параметрических систем автоматического регулирования, анализ которых сложен [1—7]. Для описания динамических свойств систем АРУ обычно определяют реакции систем на типовые сигналы. В качестве таких сигналов используют ступенчатое воздействие, сигналы с гармонической огибающей, с огибающими вида случайной функции и в виде импульсов различной формы. По реакциям систем на типовые воздействия находят некоторые характеристики систем АРУ. Так, при ступенчатом воздействии определяют время установления (время регулирования процессов в системе). При сигнала-

лах с гармонической огибающей находят частотные характеристики для коэффициентов модуляции.

Рассмотрим основные характеристики систем АРУ при входных сигналах с огибающими вида  $u(t) = U(1 + m \sin \Omega t)$  (1) и изложим численный метод расчета таких характеристик. Анализируемая математическая модель по огибающей существенно нелинейной системы АРУ (рис. 1) содержит усилитель с регулируемым коэффициентом усиления (на рисунке представлен нелинейным элементом НЭ и характеризуется регулировочной характеристикой  $K(U_p)$ ), линейную цепь обратной связи с весовой функцией  $W(t)$  и нелинейность, обусловленную введением напряжения задержки  $E_3$ . При наличии напряжения задержки выходное напряжение АРУ  $z(t)$  и напряжение на входе фильтра АРУ  $z_1(t)$  связаны зависимостью

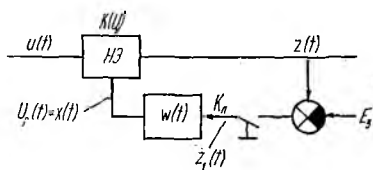


Рис. 1

$$z_1(t) = z(t) - E_3, z(t) \geq E_3; z_1(t) = 0, z(t) < E_3.$$

Для учета этой нелинейности в структурную схему системы введен ключ Кл, который замкнут при  $z(t) \geq E_3$  и разомкнут при  $z(t) < E_3$ .

Регулирующее напряжение  $U_p(t) = x(t)$  определим по формуле  $x(t) = \int_0^t w(t - \lambda) z_1(\lambda) d\lambda$  (2), где  $w(t)$  — весовая функция фильтра;  $z_1(t)$  — напряжение на входе фильтра. Выходное напряжение системы  $z(t) = K(U_p) u(t)$  (3).

Используя численное интегрирование по формуле трапеций с шагом интегрирования  $h$ , запишем расчетные формулы для вычисления выходного напряжения системы АРУ

$$x = h \left( \frac{1}{2} \omega_n z_{10} + \sum_{i=1}^{n-1} \omega_{n-i} z_{1i} + \frac{1}{2} \omega_0 z_{1n} \right);$$

$$z_{1n} = \begin{cases} z_n - E_3, & z_n \geq E_3; \\ 0, & z_n < E_3; \end{cases} \quad (4)$$

$$z_n = K(x_n) U(1 + m \sin \Omega nh);$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, x_n \equiv x(nh); z_n \equiv z(nh); z_{1n} \equiv z_1(nh).$$

При воздействии входного сигнала вида (1) установившийся выходной сигнал  $z_{уст}(t)$  является периодической функцией. Его можно представить рядом Фурье

$$z_{уст}(t) = c_0 \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} m_k \sin(k\Omega t + \varphi_k) \right]. \quad (5)$$

Здесь

$$m_k = \frac{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}}{c_0}; \quad \varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{a_k}{b_k}; \quad (6)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T z_{\text{уст}}(\tau) \cos k\Omega\tau d\tau; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T z_{\text{уст}}(\tau) \sin k\Omega\tau d\tau; \quad (7)$$

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_0^T z_{\text{уст}}(\tau) d\tau; \quad T = 2\pi/\Omega.$$

Введем следующие основные характеристики систем АРУ.

1. Основной (по первой гармонике) комплексный коэффициент модуляции на выходе системы АРУ

$$M(j\Omega) = m_1(\Omega)e^{i\varphi_1(\Omega)}, \quad U = \text{const}, \quad m = \text{const}, \quad (8)$$

определяющий основную амплитудно-фазовую частотную характеристику АРУ.

2. Комплексные коэффициенты модуляции для высших гармоник на выходе систем АРУ  $M_k = m_k e^{i\varphi_k}$  (9), посредством которых находим искажения выходного сигнала.

В частности, коэффициент искажений можно записать так:

$$K_{\text{иск}} = \frac{\sqrt{m_2^2 + m_3^2 + \dots + m_k^2}}{m_1} 100; \quad K_{\text{иск}} \equiv K\Omega, \quad U = \text{const}, \quad m = \text{const};$$

$$K_{\text{иск}} \equiv K_U, \quad \Omega = \text{const}, \quad m = \text{const}. \quad (10)$$

3. Быстродействие системы АРУ, определяемое временем регулирования  $t_p$ , которое измеряется временным отрезком от начала воздействия сигналом вида (1) до момента выполнения условия

$$z_{\text{макс } l+1} - z_{\text{макс } l} \leq \varepsilon, \quad (11)$$

где  $\varepsilon$  — наперед заданное малое число;  $z_{\text{макс}}$  — максимальное значение выходного напряжения в периоде  $T = 2\pi/\Omega$ ;  $l$  — номер периода. При этом  $t_p$  определяется целым числом периодов выходного напряжения  $t_p \leq l_p T$ .

4. Динамические диапазоны по входному и выходному сигналам

$$D_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{макс}}(1+m)}{U_{\text{мин}}(1-m)}; \quad D_{\text{вых}} = \frac{c_{0,\text{макс}}(1+m_1)}{c_{0,\text{мин}}(1-m_1)}, \quad (12)$$

вычисляемые при заданном коэффициенте модуляции входного сигнала  $m$  и максимально допустимых искажениях выходного сигнала, например, при максимально допустимом  $K_U$ .

Все перечисленные основные характеристики зависят от собственных параметров системы АРУ: регулировочной характеристики

усилителя  $K(U_p)$ , весовой функции линейного фильтра  $\omega(t)$ , напряжения задержки  $E_3$ , а также, и это весьма существенно, от параметров входного сигнала  $U, m, \Omega$ .

Вычисляя выходное напряжение системы АРУ при помощи формул (4) и определяя максимальные значения выходного напряжения в каждом периоде  $T=2\pi/\Omega$ , в соответствии с выражением (11) находим время окончания переходного процесса в системе. После окончания переходного процесса по установившимся значениям  $Z(t)$  в каждом периоде определяем коэффициенты функции Фурье  $Z(t)$ . Используя численное интегрирование по формуле трапеций с шагом интегрирования  $h$ , на основании выражений (7) запишем расчетные формулы для вычисления следующих коэффициентов:

$$a_k = \frac{2h}{T} \left( \frac{z_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} z_i \cos\left(\frac{2\pi}{T} kih\right) + \frac{z_n}{2} \right); \quad (13)$$

$$b_k = \frac{2h}{T} \sum_{i=1}^{n-1} z_i \sin\left(\frac{2\pi}{T} kih\right); \quad c_0 = \frac{h}{T} \left( \frac{z_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} z_i + \frac{z_n}{2} \right).$$

По значениям коэффициентов  $a_k, b_k, c_0$  определяем значения  $m_k, \varphi_k$  из выражений (6) и рассчитываем основные характеристики по формулам (8) — (10), (12).

Итак, алгоритм расчета основных характеристик систем АРУ на входные воздействия вида (1) следующий.

Рассчитывается выходное напряжение системы АРУ по формулам (4) и одновременно в каждом периоде  $T=2\pi/\Omega$  определяется максимальное значение выходного напряжения  $z_{\max l}$ , где  $l$  — номер периода. Проверяется условие (11). По моменту выполнения этого условия определяется окончание переходного процесса и время регулирования  $t_p$ . В следующем периоде по значениям выходного напряжения по формулам (13) вычисляются коэффициенты ряда Фурье выходного установившегося напряжения и по этим коэффициентам в соответствии с формулами (6) рассчитываются характеристики по формулам (8), (10). Исходными данными при расчетах служат параметры фильтра АРУ, регулировочной характеристики усилителя АРУ, напряжение задержки  $E_3$ , а также параметры входного напряжения  $U, m, \Omega$ . Для определения динамического диапазона на выходе АРУ  $D_{\text{вых}}$  необходимо иметь значение  $U_{\text{мин}}$ , по которому находится  $C_{0\text{мин}}$ . Динамические диапазоны рассчитываются по формулам (12) с использованием соотношений (4), (8) — (10).

Рассмотрим пример. Пусть

$$\omega(t) = 5 \left( \frac{5}{18} e^{-2t} - \frac{1}{2} e^{-10t} + \frac{2}{9} e^{-20t} \right);$$

$$k(U_p) = K_0 \exp(-\gamma U_p) = 50 \exp(-0,29 U_p), \quad \text{т. е.} \quad \omega_n = \omega(nh) =$$

$$= 5 \left( \frac{5}{18} e^{-2nh} - \frac{1}{2} e^{-10nh} + \frac{2}{9} e^{-20nh} \right);$$

$$K(x_n) = 50 \exp(-0,29 x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Примем  $E_3 = 10$  В.

При расчете выходного напряжения системы АРУ по формулам (4) при различных частотах входного сигнала (1)  $\Omega = 2\pi/T$

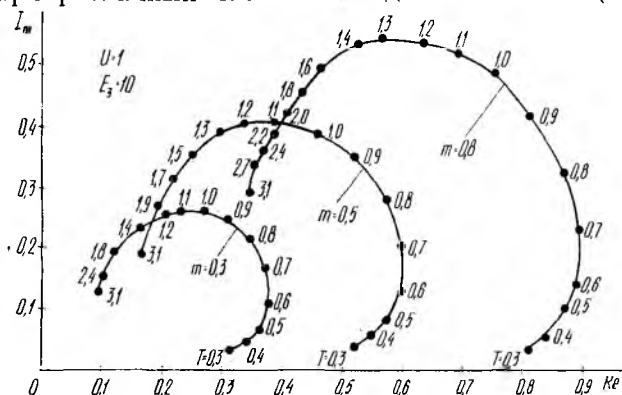


Рис. 2

удобно шаг интегрирования выбирать по формуле  $h = T/L$ , где  $L$  — определяемое количество отсчетных точек в одном периоде входного сигнала. При этом  $\Omega nh = 2\pi nh/T = 2\pi n/L$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

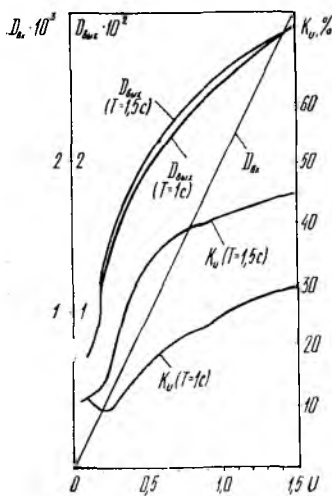


Рис. 3

На основании приведенных формул составлена программа для ЭВМ (дана в конце статьи) и рассчитаны основные характеристики системы АРУ для расчетного примера.

Основные амплитудно-фазовые частотные характеристики системы АРУ, определяемые основным комплексным коэффициентом модуляции  $M(j\Omega)$ , при  $U = 1$  и различных коэффициентах модуляции входного сигнала изображены на рис. 2. Из анализа годографов следует, что изменение коэффициента модуляции  $m$  самым существенным образом влияет на комплексный коэффициент модуляции  $M(j\Omega)$ . В этом случае модуль коэффициента модуляции на выходе  $m_1$  может значительно превышать коэффициент модуляции входного сигнала в определенной области частот  $\Omega$  (или  $T = 2\pi/\Omega$ ). Изменения амплитуды входного сигнала влияют на годограф  $M(j\Omega)$  значительно меньше, чем изменения  $m$ .

Как показывают расчеты, существенное значение в выходном напряжении рассматриваемой системы АРУ имеет, кроме первой, только вторая гармоника. Модуль комплексного коэффициента модуляции третьей гармоники  $m_3$  на порядок меньше  $m_2$  для всех указанных на рис. 2 частот модуляции  $\Omega$  (периодов  $T$ ).

В расчетном примере положим  $U_{\min} = 1,5 \cdot 10^{-3}$  В,  $m = 0,5$ .

Тогда  $D_{\text{вх}} = 2 \cdot 10^3 U$ , где  $U = U_{\text{макс}}$ . На рис. 3 изображена зависимость  $D_{\text{вых}}, K_U$  от амплитуды  $U = U_{\text{макс}}$  при двух значениях периода  $T$  входного сигнала. Из графиков следует, что при  $T = 1$  с,  $K_U \leq 20$  % динамические диапазоны по входу и выходу составляют

$$D_{\text{вх}} \approx 1,26 \cdot 10^3; D_{\text{вых}} \approx 2,14 \cdot 10^2; D_{\text{вх}} \approx 0,68 \cdot 10^3; D_{\text{вых}} \approx 1,67 \cdot 10^2,$$

$$T = 1,5 \text{ с}, K_U \leq 20 \text{ \%}.$$

Таким образом, изложенный численный метод расчета отличается простотой, дает возможность определять характеристики систем АРУ при различных весовых функциях фильтра, любых напряжениях задержки, любых нелинейных регулировочных характеристик усилителя.

Все характеристики системы АРУ рассчитываются на конечном интервале времени  $t_p + T$ , поэтому точность расчетов может быть весьма высокой. Полученные в результате расчетов основные характеристики в определенной области значений амплитуд коэффициента модуляции  $m$  и частот  $\Omega$  дают возможность производить сравнительную оценку систем, что может служить основой для рекомендаций по проектированию систем АРУ.

#### ПРОГРАММА РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АРУ

```

ARU:PROCEDURE OPTIONS (MAIN);
/*К:КОЭФФИЦИЕНТ;
Н:ШАГ ИНТЕГРАЛ.
U:НАПРЯЖЕНИЕ ВХОД. V:СУММЫ.
N:ЧИСЛО СУММЫ.*/
/*ОПИСАНИЕ ДАННЫХ*/
DCL(Q, PAZ)BIN FIXED;
DCL(I, K, N, K1, M1)BIN FIXED;
DCL(III, J1)BIN FIXED;
DCL(T, U, H, OM, EZ, V)FLOAT;
DCL(M, W, Z1, X, Z)(?:5?:?)FLOAT;
M=?: W=?: Z=?: X=?: Z1=?:
DCL MAX(1:2?)FLOAT;
DCL(EPS)FLOAT;
DCL(TREGU)FLOAT;
DCL(KOM, KMI(1:3))FLOAT;
DCL KOEF ENTRY(FLOAT, FLOAT, FLOAT, FLOAT);
/*ПРОЦЕДУРА РАСЧЕТА И ВЫВОДА КОЭФФИЦИЕНТОВ А, В, АВ, F1*/
КОЕF:PROCEDURE(LG, PG, МАХP, МАХТ);
/*LG:ЛЕВАЯ ГРАНИЦА, PG:ПРАВАЯ ГРАНИЦА,
МАХP:ПРЕДЫДУЩИЙ МАКСИМУМ, МАХТ:ТЕКУЩИЙ МАКСИМУМ*/
DCL(LG, PG, МАХP, МАХТ)FLOAT;
DCL AO FLOAT;

```

```

DCL MI FLOAT;
DCL(A, B, FI, S)FLOAT;
DCL I BIN FIXED;
MAXT=Z(LG);
PAZ=LG;
DO I=LG+1 TO PG;
IF MAXT<Z(I)THEN DO MAXT=Z(I); PAZ=I; END;
END;
IF ABS(MAXP-MAXT)>EPS THEN RETURN;
TREGU=PAZ *H;
AO=Ø;
DO I=LG TO(PG-1);
AO=AO+Z(I);
END;
AO=H/T*(Z(LG)/2+AO+Z(PG)/2);
A=Ø;
DOI=LG TO(PG-1);
A=A+Z(I)*cos(Ø.12566*I*K1);
END;
A=(2*H/T)*(Z(LG)/2+A+Z(PG)/2);
B=Ø; DO I=LG TO(PG-1);
B=B*Z(I)*SIN(Ø.12566*I*K1);
END;
B=2*H*B/T;
AB=SQRT(A**2+B**2);
MI=AB/AO;
IF U<Ø,1 THEN
SUM=AO*(1-MI);
IF U>=Ø,1 THEN
DID=AO*(1+MI)/SUM;
KMI(K1)=MI;
FI=57, 32*ATAN(A/B);
PUT DATA(K1, AO, MI, FI, TREGU, PAZ)SKIP;
PI=1
END КОЕФ; /*КОНЕЦ ПРОЦЕДУР*/
/*ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ*/
GET DATA(K, U, EZ, MI, T, EPS)COPY;
PUT EDIT('РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК АРУ')(PAG, SKIP, A);
PUT EDIT('КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ K=', K)(SKIP, A, F(3));
T=1.5;
PUT EDIT('ПЕРИОД ФУНКЦИИ T=', T)(SKIP, A, F(6,3));
PUT EDIT('ОПОРНОЕ ЗНАЧЕНИЕ EZ=', EZ)(SKIP, A, F(3));
PUT EDIT('ЧИСЛО ГАРМОНИК M1=', M1)(SKIP, A, F(3));
PUT EDIT('РЕЗУЛЬТАТЫ')(SKIP(2), A);
PUT EDIT('ТОЧНОСТЬ СРАВНЕНИЯ МАКСИМУМОВ EPS=', EPS)(SKIP,
A, F(2, 3));
X(Ø)=Ø;
Z(Ø)=5Ø;
Z1(Ø)=4Ø;
DCL(SUM, DID)FLOAT;
SUM=Ø; DID=Ø;
DO U=1,5E-3,0.1 BY Ø.1 TO 1.5;
PUT EDIT('НАПРЯЖЕНИЕ ВХОДА U=', U)(SKIP, A, F(6, 4));
H=T/5Ø;
IK1=Ø;
DO K1=1 TO M1;
IF K1=1 THEN GO TO MET;
DO N=Ø TO 5ØØ;
M(N)=U*(1+Ø.5*SIN(Ø.12566*N));
W(Ø)=Ø;
IF N>Ø THEN

```

```

(NOUNDERFLOW);
W(N)=5*(5/18*EXP(-2*N*H)-1/2*EXP(-10*N*H)+2/9*EXP(-20*N*H));
/*ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММЫ*/
V=0;
DO I=1 TO(N-1);
V=V+W(N-1)*Z1(I);
END;
X(N)=H*(0.5*W(N)*Z1(0)+V);
Z(N)=M(N)*K*EXP(-0.29*X(N));
IF Z(N)<EZ THEN Z1(N)=0;
ELSE Z1(N)=Z(N)-EZ;
END;
MET:
MAX(1)=Z(1);
DO I=2 TO 50;
IF MAX(1)<Z(I) THEN MAX(1)=Z(I);
END;
III=0;
DO I=1 TO 9;
CALL КОЕЕ(I*50, (I+1)*50, MAX(I), MAX(I+1));
IF III=1 THEN
DO; IKI=IKI+1;
IF IKI>2.5 THEN
DO;
КОМ=SQRT(КМІ(2)**2+КМІ(3)**2)/КМІ(1);
PUT EDIT('КОЭФФИЦИЕНТ МОДУЛЯЦИИ=',КОМ)(SKIP, A, F(10,5));
PUT EDIT('ДИНАМИЧЕСКИЙ ДИАПАЗОН=',DID)(SKIP, A, F(10,5));
END;
GO TO МК1;
END;
END;
МК1:
END
END
END ARU:

```

**Список литературы:** 1. *Тартаковский Г. П.* Динамика систем автоматической регулировки усиления. — М.: Госэнергоиздат, 1957. — 200 с. 2. *Кривицкий Б. Х.* Автоматические системы радиотехнических устройств. — М.: Госэнергоиздат, 1962. — 220 с. 3. *Крохин В. В.* Элементы радиоприемных устройств. — М.: Сов. радио, 1964. — 180 с. 4. *Кривицкий Б. Х., Салтыков Е. Н.* Системы автоматической регулировки усиления. — М., Радио и связь, 1982. — 300 с. 5. *Гостев В. И., Алдаев А. А.* Численный анализ систем АРУ//Радиотехника. — 1984. — № 11. — С. 25—28. 6. *Гостев В. И., Фенев Д. В.* Частотный анализ систем АРУ//Радиотехника. — 1984. — № 2. — С. 10—12. 7. *Гостев В. И.* Расчет переходных процессов в системе АРУ с заданной регулировочной характеристикой//Радиотехника. — 1985. — № 11. — С. 30—33.

*Поступила в редколлегия 08.04.86*

*В. И. АНТЮФЕЕВ*, канд. техн. наук,  
*А. С. СУЛТАНОВ*, канд. техн. наук, *В. А. КУЛАКОВ*

## ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА АНТЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ МОДУЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ ПРИ НЕСТАБИЛЬНОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ УСИЛЕНИЯ РАДИОМЕТРА

Нестабильность коэффициента усиления линейного тракта является основной причиной ухудшения чувствительности реального радиометра в отличие от идеального компенсационного [1]. На практике применяются различные схемотехнические методы [1; 2] уменьшения степени влияния флюктуаций коэффициента усиления на чувствительность радиометра. Наибольшее распространение в классе одноканальных радиометров получил модуляционный метод [1; 2], основанный на попеременном подключении (одинаковой продолжительности) входа приемника к источникам полезного сигнала и эталонного шума с последующей синхронной обработкой выходного сигнала квадратичного детектора. Переключение неизбежно ухудшает теоретическую чувствительность радиометра в отличие чувствительности идеальной компенсационной схемы [1; 2]. Следовательно, в общем случае в зависимости от величины флюктуаций коэффициента усиления и параметров элементов схемы реальная чувствительность классического модуляционного радиометра может быть как лучше, так и хуже реальной чувствительности компенсационного радиометра.

В этой связи определенный теоретический и практический интерес представляет задача об отыскании оптимального схемного построения радиометра, обладающего максимальной в классе модуляционных приемников при заданных условиях чувствительностью.

Оптимальную структуру радиометра найдем путем синтеза по методу максимума апостериорной плотности вероятности.

Представим радиометр состоящим из синтезируемой части, структуру которой необходимо найти в результате решения задачи синтеза, и заданной, состоящей из антенного входа, модулятора и усилителя высокой частоты (УВЧ). Напряжение на входе приемника запишем в виде

$$\tilde{u}(t) = \sqrt{1 + \Delta G/G} [\sqrt{m(t)} \tilde{u}_c(t) + \tilde{u}_ш(t)], \quad t \in [0, \tau], \quad (1)$$

где  $m(t)$  — модулирующая функция;  $\tilde{u}_c(t)$ ,  $\tilde{u}_ш(t)$  — напряжения полезного сигнала и шума;  $\Delta G/G$  — относительные флюктуации коэффициента усиления приемника;  $\tau$  — время интегрирования радиометра.

На основании общепринятых предположений [1], процессы  $\tilde{u}_c(t)$ ,  $\tilde{u}_ш(t)$  считаем стационарными случайными процессами ти-

на ограниченного по полосе гауссовского белого шума с параметрами  $\bar{u}_c(t) = \bar{u}_ш(t) = 0$ ;  $\bar{u}_c^2(t) = kT_A \Delta f$ ;  $\bar{u}_ш^2(t) = kT_ш \Delta f$ , где  $k$  — постоянная Больцмана;  $\Delta f$ ,  $T_ш$  — полоса пропускания и шумовая температура заданной части радиометра;  $T_A$  — антенная температура;  $\bar{f}(t)$  — оператор статистического усреднения случайной функции  $f(t)$ . Ограничимся наиболее характерным для практической радиометрии случаем малых отношений сигнал-шум на входе ( $T_A \ll T_ш$ ), что позволяет в формуле (1) не учитывать модулирующее воздействие флуктуаций коэффициента усиления на полезный сигнал. Учитывая это обстоятельство, после перехода к нормированным напряжениям в выражении (1) получим

$$u(t) = \sqrt{m(t)T_A} u_c(t) + \sqrt{T_ш + \Delta T} u_ш(t), \quad (2)$$

где

$$u(t) = \tilde{u}(t)/\sqrt{k\Delta f}; \quad u_c(t) = \tilde{u}_c(t)/\sqrt{kT_A \Delta f}; \quad u_ш(t) = \tilde{u}_ш(t)/\sqrt{kT_ш \Delta f}; \quad \Delta T = T_ш \Delta G/G.$$

Предположим, что время интегрирования  $\tau$  настолько мало, что при каждом единичном измерении параметры  $T_A$ ,  $\Delta T$  сигнала (2) остаются постоянными, но значения параметра  $\Delta T$  являются случайными от измерения к измерению и распределены по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ . Для радиометров, входящих в состав радиотеплолокаторов, эти допущения всегда выполняются [2].

Задача синтеза оптимального радиометра, обеспечивающего максимум апостериорной плотности вероятности, формулируется следующим образом. Требуется найти оценку параметра  $T_A$  сигнала  $\sqrt{m(t)T_A} u_c(t)$ , наблюдаемого в смеси с шумом  $\sqrt{T_ш + \Delta T} u_ш(t)$ , при наличии мешающего параметра  $\Delta T$  с гауссовским распределением вероятностей, а также построить оптимальную структуру радиометра и оценить его потенциальную чувствительность.

В соответствии с методом максимума апостериорной вероятности [3] оценка  $T_A$  должна осуществляться совместно с оценкой  $\Delta T$ . Разобьем интервал  $[0, \tau]$  на  $n = 2\Delta f \tau$  дискретов, отстоящих друг от друга на интервал Котельникова  $\Delta t = (2\Delta f)^{-1}$  и являющихся статистически независимыми. Построим многомерную плотность вероятности отсчетов сигнала (2), взятых в моменты времени  $t_i (t_{i+1} - t_i = \Delta t, i = \overline{1, n})$ , которая в силу сделанных предположений нормальная с дисперсией  $\sigma_u^2(t_i) = m(t_i)T_A + T_ш + \Delta T$

$$w_n(u) = \left[ 2\pi \prod_{i=1}^n \sigma_u^2(t_i) \right]^{-n/2} \exp[-u^2(t_i)/2\sigma_u^2(t_i)], \quad (3)$$

где  $u = (u_1, \dots, u_n)$ ,  $u_i = u(t_i)$ . Плотность вероятности (3), рассматриваемая как функция параметров  $T_A$ ,  $\Delta T$ , по известному определению является функцией правдоподобия и обозначается

$w(u/T_A, \Delta T)$  [3]. Тогда плотность апостериорной вероятности параметров  $T_A, \Delta T$

$$w(T_A, \Delta T|u) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\Delta T^2}{2\sigma^2}\right) \left[2\pi \prod_{i=1}^n \sigma_u^2(t_i)\right] \exp\left[-\frac{u^2(t_i)}{2\sigma_u^2(t_i)}\right].$$

Учитывая, что для произвольной функции  $\varphi(t)$ , удовлетворяющей условиям теоремы Котельникова, справедлива цепочка равенств

$$\sum_{i=1}^n \varphi(t_i) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=1}^n \varphi(t_i) \Delta t = 2\Delta f \sum_{i=1}^n \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \varphi(t) dt = 2\Delta f \int_0^{\tau} \varphi(t) dt,$$

для логарифма апостериорной плотности вероятности получим соотношение

$$w(T_A, \Delta T|u) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{\Delta T^2}{2\sigma^2} - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \Delta f \int_0^{\tau} \left\{ \ln[m(t)T_A + T_{ш} + \Delta T] + \frac{u^2(t)}{m(t)T_A + T_{ш} + \Delta T} \right\} dt. \quad (4)$$

*Оценка потенциальной чувствительности.* Используя выражение (4), найдем элементы информационной матрицы Фишера [3]

$$\begin{aligned} -\left\langle \frac{\partial^2 \ln w}{\partial T_A^2} \right\rangle &= \Delta f \int_0^{\tau} \frac{m^2(t) dt}{[m(t)\hat{T}_A + T_{ш} + \Delta\hat{T}]^2}; & -\left\langle \frac{\partial^2 \ln w}{\partial T_A \partial \Delta T} \right\rangle &= \\ &= \Delta f \int_0^{\tau} \frac{m(t)}{[m(t)\hat{T}_A + T_{ш} + \Delta\hat{T}]^2}; & -\left\langle \frac{\partial^2 \ln w}{\partial (\Delta T)^2} \right\rangle &= \\ &= \frac{1}{\sigma^2} + \Delta f \int_0^{\tau} \frac{dt}{[m(t)\hat{T}_A + T_{ш} + \Delta\hat{T}]^2}, \end{aligned}$$

где  $\hat{T}_A, \Delta\hat{T}$  — оценки параметров  $T_A, \Delta T$ . Ограничимся важным для практической радиометрии случаем малых флуктуаций коэффициента усиления ( $\Delta T \ll T_{ш}$ ). Тогда матрица Фишера принимает вид

$$F = \frac{\Delta f \tau}{T_{ш}^2} \begin{bmatrix} \langle m^2 \rangle & \langle m \rangle \\ \langle m \rangle & Q^{-1} \end{bmatrix}; \quad Q = \left(1 + \frac{T_{ш}^2}{\sigma^2 \Delta f \tau}\right)^{-1};$$

$$\langle m \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} m(t) dt; \quad \langle m^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} m^2(t) dt.$$

Диагональные элементы обратной матрицы равны дисперсиям оценок параметров  $T_A, \Delta T$  [3]. В результате вычислений получим

следующее выражение для дисперсии оценки антенной температуры:

$$D_{T_A} = \frac{(\delta T_K)^2}{\langle m^2 \rangle - Q \langle m \rangle^2}. \quad (5)$$

Здесь  $\delta T_K$  — предельная чувствительность идеального компенсационного радиометра,  $\delta T_K = T_{\text{ш}} (\Delta f \tau)^{-1/2}$ .

Наложим на модулирующую функцию условие  $0 \leq m(t) \leq 1$  (6)

и найдем такую функцию  $\hat{m}(t)$ , которая доставляет минимум дисперсии (5), для чего достаточно минимизировать функционал  $F(m) = Q \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2$  (7) при ограничении вида (6). Задачу целесообразно решать в пространстве  $L^2(0, \tau)$  интегрируемых с квадратом на интервале  $[0, \tau]$  функций.

Введем в  $L^2(0, \tau)$  конус положительных элементов [4]  $C = \{m \in L^2(0, \tau) | m(t) \geq 0\}$ , задающий на  $L^2(0, \tau)$  отношение порядка, обозначаемое  $\leq$ , по правилу  $m \leq n \leftrightarrow n - m \in C$ . Тогда ограничение (6) можно представить в виде  $h(m) \leq 0$  (8). Здесь  $h: L^2(0, \tau) \rightarrow L^2(0, \tau)$ ,  $h(m) = m(1 - m)$ . Функцию (7) запишем следующим образом:  $F(m) = (m, 1)^2 Q / \tau^2 - (m, m) / \tau$ , где  $(\cdot, \cdot)$  — скалярное произведение в  $L^2(0, \tau)$ . Можно показать, что функции  $F, h$  удовлетворяют условиям бесконечномерного обобщения теоремы

Куна—Таккера [4], которая утверждает, что элемент  $\hat{m} \in L^2(0, \tau)$  доставляет минимум функции  $F$  при ограничении (8) только в случае, когда существует элемент  $\hat{p} \in L^2(0, \tau)$ ,  $\hat{p} \leq 0$ , такой, что  $(\hat{m}, \hat{p})$  — седловая точка лагранжиана  $L(m, p) = F(m) - (p, h(m))$ ,

т. е.  $L(\hat{m}, p) \leq L(\hat{m}, \hat{p}) \leq L(m, \hat{p})$ . При этом должно выполняться условие дополнительной нежесткости  $(\hat{p}, h(\hat{m})) = 0$  (9). Можно показать [5], что для экстремального элемента  $\hat{m} \in L^2(0, \tau)$  дифференциал Гато функции  $F$  в точке  $\hat{m}$  по любому направлению  $n \in L^2(0, \tau)$  должен обращаться в нуль, т. е.  $DL(\hat{m}, \hat{p}; n) = ((m, 1) \cdot 1, n) Q / \tau^2 - (m, n) / \tau - (\hat{p}(m - 1/2), n) = 0 \quad \forall n \in L^2(0, \tau)$ , откуда следует уравнение

$$\frac{Q}{\tau^2} \int_0^\tau \hat{m}(\xi) d\xi - \frac{\hat{m}(t)}{\tau} - \{\hat{m}(t) - 1/2\} \hat{p}(t) = 0. \quad (10)$$

Запишем подробнее условие (9):  $\int_0^\tau \hat{p}(t) [\hat{m}(t) - 1] \hat{m}(t) dt = 0$ . Поскольку подынтегральная функция неотрицательна, то  $\hat{p}(t) \times [\hat{m}(t) - 1] \hat{m}(t) = 0$  (11). Обозначим  $S = \{t \in [0, \tau] | 0 < \hat{m}(t) < 1\}$ .

Тогда согласно (11)  $\hat{p}(t) = 0$  для  $t \in S$ ;  $\hat{p}(t) \leq 0$  при  $t \in [0, \tau]/S$ . Для  $t \in S$  уравнение (10) принимает вид  $\frac{Q}{\tau} \int_0^{\tau} \hat{m}(\xi) d\xi = \hat{m}(t)$ . Следовательно,  $\hat{m}(t) = 0$  при  $t \in S$ , т. е. множество значений оптимальной модулирующей функции равно  $\{0, 1\}$ .

Таким образом, использующиеся на практике «прямоугольные» модулирующие функции

$$\hat{m}(t) = \begin{cases} 1, & i\theta \leq t \leq i\theta + \eta; \\ 0, & i\theta + \eta \leq t < (i+1)\theta, \end{cases} \quad i = \overline{0, N-1}, \quad N = \tau/\theta, \quad (12)$$

являются оптимальными. Для такой функции выражение (5) принимает вид  $D_{T_A} = (\delta T_K)^2 / (\eta - Q\eta^2)$  и достигает минимума при

$$\eta_{\text{опт}} = \begin{cases} 1, & 0 \leq Q \leq 1/2; \\ 0, & 1/2 < Q \leq 1. \end{cases} \quad (13)$$

Предельную чувствительность  $\delta T = \sqrt{D_{T_A \text{ мин}}}$  определим из соотношения

$$\delta T = \delta T_K \begin{cases} (1-Q)^{-1/2}, & 0 \leq Q \leq 1/2; \\ 2\sqrt{Q}, & 1/2 < Q \leq 1. \end{cases} \quad (14)$$

График функции  $\frac{\delta T}{\delta T_K}(Q)$  представлен на рис. 1.

*Синтез оптимальной структуры.* Оптимальную в смысле максимума апостериорной плотности вероятности структуру опишем системой уравнений [3]

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \ln \omega}{\partial T_A} \right|_{T_A = \hat{T}_A, \Delta T = \hat{\Delta T}} = 0; \\ \left. \frac{\partial \ln \omega}{\partial \Delta T} \right|_{T_A = \hat{T}_A, \Delta T = \hat{\Delta T}} = 0, \end{cases}$$

которая имеет вид

$$\int_0^{\tau} \left[ \frac{m(t)}{m(t)\hat{T}_A + T_{\text{ш}} + \Delta\hat{T}} \left( 1 - \frac{u^2(t)}{m(t)\hat{T}_A + T_{\text{ш}} + \Delta\hat{T}} \right) \right] dt = 0;$$

$$\frac{\Delta\hat{T}}{\sigma^2} + \int_0^{\tau} \left[ \frac{1}{m(t)\hat{T}_A + T_{\text{ш}} + \Delta\hat{T}} \left( 1 - \frac{u^2(t)}{m(t)\hat{T}_A + T_{\text{ш}} + \Delta\hat{T}} \right) \right] dt = 0,$$

а ее решение

$$\hat{T}_A = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \{K_1 m(t) u^2(t) - K_2 [1 - m(t)] u^2(t) - T_{ш}'\} dt, \quad \hat{T}_A, \Delta \hat{T} \ll T_{ш}, \quad (15)$$

где

$$K_1 = \frac{1 - Q \langle m \rangle}{\langle m^2 \rangle - Q \langle m \rangle^2}; \quad K_2 = \frac{Q \langle m \rangle}{\langle m^2 \rangle - Q \langle m \rangle^2};$$

$$T_{ш}' = \frac{\langle m \rangle (1 - Q) T_{ш}}{\langle m^2 \rangle - Q \langle m \rangle^2}.$$

Структура радиометра, синтезированная в соответствии с соотношением (15), представлена на рис. 2. Здесь 1 — антенный

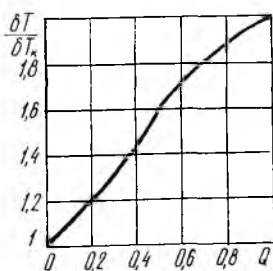


Рис. 1

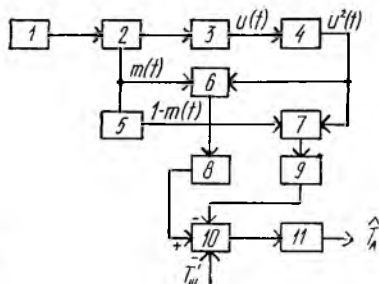


Рис. 2

вход; 2 — модулятор; 3 — УВЧ; 4 — квадратичный детектор; 5 — генератор опорных напряжений; 6, 7 — умножители; 8, 9 — усилители с коэффициентами передачи  $K_1$ ,  $K_2$  соответственно; 10 — сумматор; 11 — интегратор. Для оптимальной модулирующей функции вида (5) с параметром  $\eta = \eta_{\text{опт}}$ , определяемым формулой (13), имеем

$$K_1 = 1; \quad K_2 = Q/(1 - Q); \quad T_{ш}' = T_{ш}; \quad m(t) \equiv 1, \quad 0 \leq Q \leq 1/2;$$

$$K_1 = K_2 = 2Q; \quad T_{ш}' = 2T_{ш}(1 - Q), \quad 1/2 < Q \leq 1.$$

При возрастании дисперсии флуктуаций коэффициента усиления  $\sigma^2$  от 0 до  $(\sigma T_k)^2$ ,  $Q \in [0, 1/2]$ , чувствительность радиометра изменяется от  $\sigma T_k$  до  $\sqrt{2} \sigma T_k$  (рис. 1), модуляция отсутствует ( $m(t) \equiv 1$ ), в работе участвует верхний по схеме канал, и структура приемника соответствует структуре компенсационного радиометра.

Если  $\sigma^2 > (\sigma T_k)^2$ , то  $Q \in (1/2, 1)$ , чувствительность радиометра лежит в пределах  $(\sqrt{2} - 2) \sigma T_k$  (рис. 1), а структура соответствует схеме модуляционного приемника с несимметричной в общем случае модулирующей функцией.

В случае отсутствия априорных сведений о распределении флуктуаций коэффициента усиления ( $\sigma^2 \rightarrow \infty$ ,  $Q \rightarrow 1$ ) имеем  $T_{ш}' =$

$=0$ ,  $\eta_{\text{опт}}=1/2$ , т. е. оптимальной является модулирующая функция типа «меандр», а синтезированная структура полностью соответствует схеме классического модуляционного радиометра.

Таким образом, в результате решения задачи синтеза оптимальной в смысле максимума апостериорной плотности вероятности структуры показано, что оптимальный радиометр по структуре и чувствительности в зависимости от соотношения между дисперсией флюктуаций коэффициента усиления и параметрами приемника  $T_{\text{ш}}$ ,  $\Delta f$ ,  $\tau$  занимает промежуточное положение между идеальной компенсационной (при  $\sigma=0$ ) и классической модуляционной (при  $\sigma \rightarrow \infty$ ) схемами и в предельных случаях сводится к последним.

В промежуточных случаях для  $0 < \sigma \leq T_{\text{ш}}(\Delta f\tau)^{-1/2}$  целесообразно построение радиометра по компенсационной схеме, а при  $\sigma > T_{\text{ш}}(\Delta f\tau)^{-1/2}$  — по модуляционной.

Классический модуляционный радиометр с модулирующей функцией типа «меандр» является оптимальным при отсутствии априорных сведений о распределении флюктуаций коэффициента усиления (при  $\sigma \rightarrow \infty$ ), т. е. по критерию максимума правдоподобия.

**Список литературы:** 1. Башаринов А. Е., Гурвич А. С., Егоров С. Т. Радиозлучение Земли как планеты. — М.: Наука, 1974. — 188 с. 2. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. // Радиотелескопы и радиометры. М., 1973. — С. 300—325. 3. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с. 4. Экланд И., Темам Р. Выпуклый анализ и вариационные проблемы. — М.: Мир, 1979. — 400 с. 5. Sakawa Y. Optimal control of certain type of linear distributed-parameter systems // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1966. — 11, № 1. — P. 35—45.

Поступила в редколлегию 20.03.86

УДК 621.391

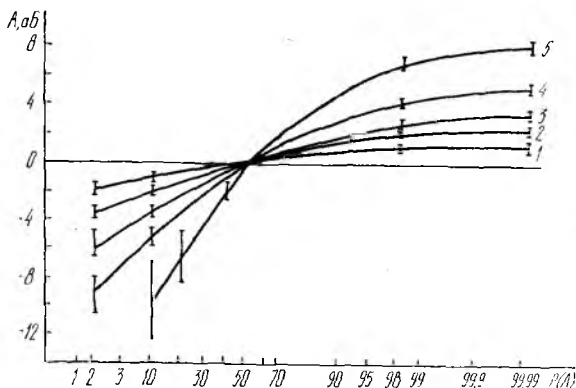
В. Н. БОНДАРЕНКО, В. А. МИСЮРА, д-р техн. наук,  
В. Н. ФЕДОРЕНКО, А. М. ЦЫМБАЛ, канд. физ.-мат. наук

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕРЦАНИИ РАДИОСИГНАЛОВ УКВ-ДИАПАЗОНА НА ВЫСОКИХ ШИРОТАХ

Неоднородности электронной концентрации вызывают мерцания радиосигналов, проходящих через ионосферу. Особенно интенсивны мерцания на экваториальных и высоких широтах. Для обеспечения качественной и надежной работы различных радиосистем в таких условиях необходимо знать статистические характеристики мерцаний. Таковыми, в частности, являются функции распределения, интервалы временной и пространственной корреляции амплитуды и фазы, длительность замираний.

Представим результаты измерений этих характеристик на высоких широтах по регистрациям сигналов искусственных спутников Земли (ИСЗ) типа «Транзит» на частоте 150 МГц. Измерения проводились в 1975—1984 гг. Полученные данные относятся в основном к магнитоспокойным условиям. В большинстве случаев (около 70 %) во все сезоны мерцания наблюдались ночью, в период 21.00—05.00 по местному времени. Значительно реже они регистрировались вечером (20 %) и утром (10 %). Практически не было мерцаний с индексами  $S_4 > 0,1$  в дневное время.

Функции распределения флуктуаций амплитуды и разности фаз. Сопоставление эмпирических функций распределения флуктуаций амплитуды с теоретическими рассматривалось в ряде работ [1—3], однако результаты противоречивы. Как указывалось в работе [2], использовавшиеся при этом критерии согласия были не оптимальными. Предложено для нахождения наилучшего из рассматриваемых теоретических законов использовать функции правдоподобия [2]. Такой подход был применен нами для сравнения нормального, логарифми-



чески нормального распределений и М-распределения Накагами, которыми обычно аппроксимируют экспериментальные гистограммы. Для каждого типа распределения по экспериментальным данным рассчитывались и сравнивались между собой значения функции правдоподобия  $L = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i)$ , где  $f(x)$  — плотность распределения. При  $L_i/L_j > 1$  лучшим считалось распределение с функцией правдоподобия  $L_i$ .

Анализ показал, что независимо от сезона и уровня солнечной активности как для слабых, так и сильных мерцаний (в условиях измерений индекс мерцаний  $S_4$  доходил до 1,1) экспериментальные функции распределения лучше всего описываются логарифмически нормальным законом.

По полученным данным построили усредненные функции распределения для пяти групп индексов мерцаний: 1 —  $S_4 < 0,2$ ; 2 —  $S_4 = 0,2 \div 0,35$ ; 3 —  $S_4 = 0,35 \div 0,5$ ; 4 —  $S_4 = 0,5 \div 0,8$ ; 5 —  $S_4 > 0,8$  (рисунк). Их можно использовать при известном индексе мерцаний  $S_4$  для нахождения времени, в течение которого амплитуда сигнала падает ниже определенного уровня. Индекс  $S_4$  может быть задан исходя из конкретных условий, измерен или вычислен по какой-либо модели.

Анализ полученных распределений разности фаз при разнесенном приеме сигналов ИСЗ показал, что в условиях слабых и умеренных мерцаний амплитуды ( $S_4 < 0,5$ ) они удовлетворительно аппроксимируются нормальным законом.

**Временные характеристики мерцаний.** В основном интервалы временной корреляции  $\tau_A$  флуктуаций амплитуды составляли 0,1—0,6 с. Отмечены вариации их наиболее вероятных значений: летом — около 0,2 с, зимой — 0,3 с, весной — 0,25 с. Определенной зависимости между интенсивностью мерцаний (индексом  $S_4$ ) и интервалом корреляции  $\tau_A$  не наблюдалось.

Интервал временной корреляции разности фаз при разнесении приемных антенн в направлениях север—юг и запад—восток на расстояния около 100 м изменялся в пределах 0,03—0,1 с.

Временные характеристики мерцаний описываются также и длительностью замираний  $\Delta t$  на определенном уровне амплитуды. Как показали измерения, гистограммы этих длительностей могут быть аппроксимированы экспоненциальной

зависимостью  $f(\Delta t) = \frac{1}{v} \exp\left(-\frac{\Delta t}{v}\right)$ , где  $v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta t_i$ . Параметры этого рас-

пределения различны для 'слабых и сильных мерцаний' (соответственно для  $S_4 < 0,4 \div 0,5$ ,  $S_4 > 0,5$ ). Так, в условиях измерений при определении длительности замираний относительно среднего уровня амплитуды в первом случае  $0,35 \text{ с} < v < 0,42 \text{ с}$ , во втором —  $0,46 \text{ с} < v < 0,58 \text{ с}$ . Максимальные длительности замираний достигали 1,7—2 с.

**Пространственные характеристики мерцаний.** По регистрациям амплитуды ИСЗ на пять разнесенных антенн с использованием полного корреляционного анализа получили оценки интервала пространственной корреляции  $d$ . В весенний период ночью в направлении север—юг значения  $d$  составляли 240—380 м, запад—восток — 90—170 м, днем интервал пространственной корреляции увеличивался до 750—900 м и 200—220 м в соответствующих направлениях. Летом величины  $d$  были меньше, чем весной.

**Взаимная корреляция между флуктуациями амплитуды сигналов различной поляризации.** На частотах выше 100 МГц схемы с разнесением принимаемых сигналов по типу поляризации для ослабления влияния мерцаний неэффективны [4]. Однако проведенные расчеты показали, что при определенных условиях пространственное расхождение между траекториями обыкновенной и необыкновенной волн может приводить к заметному отличию от единицы коэффициента взаимной корреляции  $R_{0, n}$  их амплитуд. Так, на частотах 100—150 МГц при высокой солнечной активности, углах места ИСЗ  $\beta < 15\text{--}20^\circ$  и для неоднородностей с внешним масштабом  $L_0 \leq 0,3 \div 0,5 \text{ км}$  значения  $R_{0, n}$  составляют 0,4—0,8. Измерения показали, что такие неоднородности наблюдались на высоких широтах [5].

Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными. Так, в измерениях на высоких широтах коэффициент взаимной корреляции амплитуд сигналов с разной поляризацией (линейной, левой и правой круговой) на частоте 150 МГц ночью составлял в отдельных случаях 0,8—0,9, днем — 0,4—0,7. Отличие значений, полученных днем, от значений, полученных ночью, можно объяснить меньшими величинами электронной концентрации ночью и соответственно меньшим пространственным расхождением траекторий сигналов с разной поляризацией.

**Список литературы:** 1. Rino C. L., Livingston R. S. Some new results on the statistics of radio wave scintillation//J. Geophys. Res. — 1976. — 81, № 13. — P. 2051—2057. 2. Knepp D. L., Valley G. C. Property of joint gaussian statistics//Radio Sci. — 1978. — 13, N 1. — P. 59—68. 3. Fremouw E. J., Livingston R. S., Miller D. A. On the statistics of scintillation signals//J. Atm. Terr. Physics. — 1980. — 42, N 4. — P. 717—731. 4. Крейн П. К. Мерцания радиосигналов в ионосфере//Тр. ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. — 1977. — 65, № 2. — С. 5—29. 5. Clark D. H. The latitude variation of sizes of the ionospheric irregularities producing radio-satellite scintillation//J. Atm. Terr. Physics. — 1971. — N 8. — P. 1267—1272.

Поступила в редколлегию 06.03.86

УДК 621.371

С. И. БАБКИН, канд. техн. наук, В. И. КУЦЕНКО, Н. Г. МАКСИМОВА, А. Ю. ПАНЧЕНКО, Е. Г. ПРОШКИН, канд. техн. наук, Ю. Н. УЛЬЯНОВ

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДВУХ МЕТОДИК РАДИОАКУСТИЧЕСКОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ. СООБЩЕНИЕ 1. РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В основе дистанционного измерения температуры воздуха вертикальным радиоакустическим зондированием (РАЗ) атмосферы лежит зависимость скорости звука от температуры воздуха, определяемая по формуле Лапласа

$$c = \sqrt{\chi \frac{D}{\rho}}, \quad (1)$$

где  $D$  — упругость воздуха;  $\rho$  — плотность;  $\chi$  — отношение теплоемкостей воздуха при постоянном объеме  $C_V$  и постоянном давлении  $C_P$ .

Скорость звука в реальной атмосфере при вертикальном зондировании определяется атмосферным давлением, температурой и влажностью воздуха, а также вертикальной составляющей скорости ветра. Скорость звука можно вычислить по формуле

$$C = \frac{C_0}{16,53} \sqrt{\frac{1}{1 - 0,378 \frac{e}{p}} \frac{1 + \frac{\chi_1 - \chi_2}{\chi_1 (\chi_2 - 1)} \frac{e}{p}}{\frac{\chi_1 - \chi_2}{\chi_2 - 1} \frac{e}{p}}} + V_v. \quad (2)$$

Здесь  $C_0$  — скорость звука в сухом воздухе, нормальном давлении и температуре 273,15 К;  $e, p$  — давление водяного пара и сухого воздуха;  $\chi_1, \chi_2$  — теплоемкость сухого воздуха и водяного пара;  $V_v$  — вертикальная составляющая скорости ветра.

При отражении звуковых волн радиоволнами возникает доплеровский сдвиг частоты отраженных радиосигналов  $F_d = 2c/\lambda$ , где  $\lambda$  — длина радиоволны.

Измеряя возникающий сдвиг частоты, дистанционно определяем температуру воздуха на некоторой заданной высоте

$$T = \left( \frac{F_d \lambda}{20,0769 a} \right)^2. \quad (3)$$

Здесь  $a$  — подкоренное выражение формулы (2).

При исследованиях микроструктуры туманов и условий распространения ультракоротких волн в тропосфере наибольший интерес представляет предельная случайная погрешность измерения температуры воздуха. Эта погрешность определяется аппаратурой и методикой РАЗ атмосферы, применяемой для регистрации вертикальных профилей температуры. Анализ источников инструментальной погрешности при измерении температуры воздуха методом РАЗ выполнен в работе [1].

Сравним величины случайной погрешности, имеющие место при использовании различных методик регистрации вертикальных профилей температуры воздуха радиоакустическим зондированием атмосферы. Такое сравнение проводили на основе анализа обширного экспериментального материала.

Рассмотрим методическую разработку эксперимента. Для регистрации профилей температуры методом вертикального РАЗ атмосферы необходимо измерять доплеровский сдвиг частоты радиосигналов, отраженных от пакета звуковых волн, последовательно проходящего вертикально вверх, зондируемые слои атмосферы. При этом возможны две методики регистрации вертикального профиля температуры.

Первая из них («трасса») включает излучение пакета звуковых волн и регистрацию через равные интервалы времени величину доплеровского сдвига частоты по мере распространения пакета звуковых волн по трассе зондирования [2]. Зондирование по данной методике проводится за время, принятое для усреднения полученных результатов (2, 3, 5, 10 мин). Использование этой методики затрудняется спецификой метода РАЗ, заключающейся в том, что условие максимального отражения, когда длина звуковых волн в два раза меньше длины радиоволн, при значительном вертикальном градиенте температуры воздуха выполняется лишь в некотором, достаточно тонком (30—50 м) слое атмосферы. Изменение квадрата коэффициента отражения радиосигналов по мощности пропорционально функции  $(\sin x/x)^2$ , где  $x$  определяется количеством волн в звуковом пакете. Поэтому вторая методика («точка») предполагает выполнение оптимального соотношения длин звуковых и радиоволн сначала на низкой высоте, проведение некоторого заданного числа зондирований атмосферы, измерение доплеровского сдвига частоты и последующий расчет усреднения результатов измерения температуры на этой высоте. Затем производится согласование длин волн изменением зондирующей звуковой частоты на следующей высоте

и операции повторяются. Такая последовательность действий выполняется до получения всего вертикального профиля температуры воздуха [2; 3].

Для исследования погрешности измерения температуры воздуха этими методиками в целях дальнейшего сравнения точности и оперативности регистрации вертикальных профилей температуры методом РАЗ использовали дециметровую систему радиоакустического зондирования [4]. В состав используемой в экспериментах системы РАЗ входят доплеровская радиолокационная станция, содержащая формирователь опорных частот, радиопередающее устройство, радиоприемное устройство, генератор звуковых волн, антенно-фидерное устройство, а также блок обработки и регистрации данных зондирования. Принцип формирования узкополосного спектра выходного колебания радиопередатчика используется тот же, что и в ранее описанной 10-сантиметровой системе [1; 2]. Транзисторно-варакторный тракт радиопередающего устройства обеспечивает получение 3 Вт выходной мощности на частоте 1500 МГц. Основными блоками радиоприемного устройства являются входной транзисторный усилитель и супергетеродинный приемник с тройным преобразованием частоты, выделяющий доплеровский сдвиг частоты, несущий полезную информацию. Для компенсации сигнала, просачивающегося на вход приемника через антенны от радиопередатчика (доплеровский радиолокатор работал в режиме непрерывного излучения радиоволн), часть выходной мощности через плавный аттенюатор и фазовращатель подавалась на вход приемника. При точном подборе амплитуды и фазы этого сигнала удалось почти полностью компенсировать просачивание, что позволило реализовать усиление приемника. Коэффициент усиления приемника лежит в пределах  $10^4$ — $10^5$ , полоса пропускания составляет 300 кГц. На акустический излучатель, содержащий четыре модуля (каждый модуль составлен из 16 громкоговорителей 6 ГД-13), от генератора звуковых импульсов подавалась электрическая мощность около 600 Вт при средней звуковой частоте 3,5 кГц. Антенно-фидерное устройство радиоканала системы РАЗ состоит из параболических передающей и приемной антенн, акустического излучателя, размещенного между ними. Все три устройства смонтированы на жесткой металлической ферме, расстояние между центрами антенн радиоканала равно 3,6 м. Акустический излучатель размещен на площадке тележки, перемещаемой для компенсации сдвигающего действия на пакет звуковых волн горизонтального ветра вдоль направляющих рельсов; направляющие рельсы ориентированы перпендикулярно к основной металлической ферме. Управление перемещением подвижной тележки осуществляется из кузова с аппаратурой РАЗ при помощи пульта управления двигателем; одновременно производится индикация местоположения тележки. Ориентация антенно-фидерного устройства при изменении направления приземного ветра осуществляется поворотом кабины в целом. Блок обработки содержит, кроме индикатора дальность—амплитуда и частотомера, специализированное вычислительное устройство (СВУ) «Электроника ДЗ-28», цифropечатающее устройство МПУ 16-2 и устройство связи СВУ с периферией. Вычислительное устройство управляет режимом зондирования, устанавливая период зондирования, длительность зондирующего импульса, количество отсчетов на каждом уровне и число таких уровней по высоте. Применение СВУ позволило проводить получение информации о высотном распределении температуры воздуха практически в реальном масштабе времени. Аппаратура дециметровой системы РАЗ смонтирована в поворотном кузове на платформе автомобильного прицепа (размеры кузова  $2400 \times 2200 \times 1500$  мм).

Натурный эксперимент по опробованию описанных методик температурного РАЗ атмосферы проводился на экспериментальном метеорологическом полигоне (ЭМП) Одесского гидрометеорологического института. Метеодатчики ЭМП позволяют получать информацию о пространственно-временной изменчивости основных метеовеличин (до высоты 16,5 м). Данные приземных измерений температуры влажности воздуха использовались для расчета высоты зондирования и поправки результатов измерения температуры на реальные значения влажности воздуха.

При разработке алгоритма вычисления температуры воздуха по данным РАЗ атмосферы учитывали следующие факторы. Измерение температуры воздуха методом РАЗ осуществляется косвенным методом с нелинейной связью температуры воздуха с доплеровским сдвигом частоты отраженных от пакета

зондирующих звуковых волн радиосигналов. Математический аппарат статистической обработки результатов наблюдений детально разработан только для косвенных измерений с линейной зависимостью. Для косвенных измерений при нелинейной связи между величиной и аргументом не всегда возможно найти точное аналитическое выражение для распределения погрешностей результата. Однако для большинства косвенных измерений с нелинейной зависимостью разработаны методы обработки результатов наблюдений. В частности, для статистической обработки результатов измерения периода доплеровской частоты при определении температуры воздуха следует использовать метод приведения, так как он пригоден для обработки результатов наблюдений при изменяющемся аргументе. Поэтому для дистанционного определения температуры воздуха методом РАЗ необходимо выполнить прямое определение периода доплеровской частоты и вычислить значение температуры. Выполняя некоторое число таких операций для заданной высоты получают статистический ряд, который можно рассматривать как группу результатов наблюдений при прямых измерениях и обрабатывать по известной методике.

Для регистрации вертикального распределения температуры воздуха в реальном масштабе времени для используемого в системе РАЗ специализированного вычислительного устройства разработан алгоритм реализации методики «трасса», структурная схема которого представлена на рис. 1. Эта программа позволяет получить следующие статистические характеристики температуры: среднее значение температуры  $\bar{T}$ ; дисперсию флюктуаций температуры  $\sigma_T^2$ ; средний квадрат  $\bar{T}^2$  и средний куб  $\bar{T}^3$  температуры за выбранное время усреднения (в метеорологии применяется 2-, 3-, 10- и 15-минутные усреднения).

Чтобы исключить зависимость времени зондирования от размеров памяти используемого СВУ «Электроника ДЗ-28», программа построена так, что расчет температуры по полученным значениям периода доплеровской частоты ведется сразу по рабочей формуле

$$T = \left( \frac{\lambda}{40,116} \right)^2 \frac{1}{\tau_a^2} \frac{1}{\sin^2 \left[ \arctg \left( \frac{20,0528 \sqrt{T_{np} \tau_a}}{b} \right) \right]} - \left[ 0,3 + \frac{0,16 (30 - H_{np})}{7} \right], \quad (4)$$

где  $\tau_d$  — период доплеровской частоты;  $T_{np}$  — приземное значение температуры;  $H_{np}$  — приземное значение влажности;  $\tau_a$  — время задержки частотомера;  $b$  — половина расстояния между антеннами радиоканала,  $b=1,8$  м. Второе слагаемое выражения (4) представляет собой поправку рассчитанного значения температуры на реальное значение влажности [5]. В результате расчета  $T_i$  получим суммы  $\Sigma T$ ,  $\Sigma T^2$ ,  $\Sigma T^3$  для каждого уровня регистрации температуры. При зондировании приземного слоя толщиной 500 м с пространственным разрешением 10 м количество уровней зондирования составляет 50, а необходимый объем памяти для размещения входных и выходных данных не превышает 2 Кбайт независимо от количества поступившей информации за выбранное время усреднения. По окончании поступления информации производится усреднение  $T$ ,  $T^2$ ,  $T^3$  с последующим вычислением  $\sigma_T^2$  по каждому уровню. Данные вычислений затем выводятся на печать.

Рассмотренный алгоритм позволяет получать информацию о вертикальном распределении температуры воздуха в реальном масштабе времени. Для накопления числового массива большого объема в полевых условиях и последующей обработки его в лабораторных условиях разработан алгоритм, представленный на рис. 2. В этом случае полученная информация записывается на магнитную ленту. При построении вертикальных профилей температуры вычисления ведутся по алгоритму расчета статистических характеристик температуры с тем отличием, что ввод с частотомера (позиция 9 на структурной схеме алгоритма рис. 1) заменяется вводом данных с магнитной ленты.

В целях реализации методики «точка» разработан алгоритм, структурная схема которого представлена на рис. 3. Во время работы по данному алгоритму СВУ осуществляет накопление данных зондирования, вычисление среднего значения температуры и ее среднеквадратического отклонения, средние значения и средне-

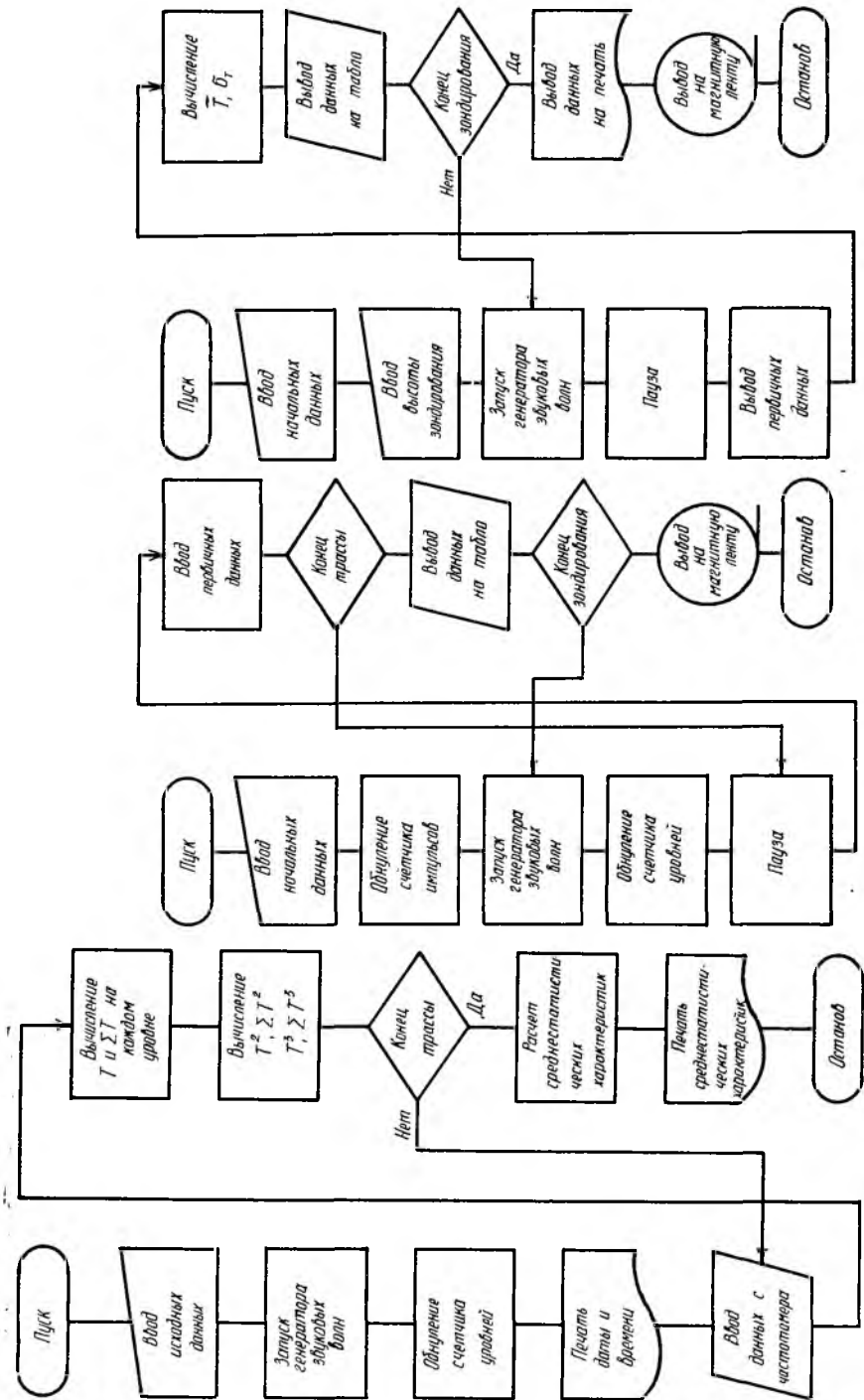


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

квадратическое отклонение периода доплеровской частоты. Считывание информации производится с одной точки на трассе зондирования. При этом время задержки между окончанием звуковой посылки и запуском частотомера задается оператором. На табло СВУ осуществляется индикация текущей температуры и количества зондирующих импульсов. После индикации оператор имеет возможность вмешиваться в ход выполнения программы, разрешая либо ввод новых данных, либо вывод всей накопленной информации на магнитную ленту. Вызвано это необходимостью перемещения акустического излучателя во время паузы для компенсации горизонтального ветра на зондирующий пакет звуковых волн.

Оценим случайную погрешность вычисления температуры воздуха по выражению (4) с учетом применяемой радио и метеорологической аппаратуры для обеспечения натурального эксперимента. Обозначив второе слагаемое в выражении (4) через  $A(H) = 0,3 + 0,16(30 - H)/7$ , запишем среднеквадратическую погрешность расчета температуры, обусловленную инструментальной погрешностью используемой аппаратуры в виде

$$\sigma_T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial \lambda} \sigma_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial \tau_d} \sigma_{\tau_d}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial T_{\text{пр}}} \sigma_{T_{\text{пр}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial \tau_3} \sigma_{\tau_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial H} \sigma_H\right)^2}. \quad (5)$$

Частные производные по каждому параметру:

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{2[T + A(H)]}{\lambda}; \quad \frac{\partial T}{\partial \tau_d} = -\frac{2[T + A(H)]}{\tau_d}; \quad \frac{\partial T}{\partial H} = 0,022;$$

$$\frac{\partial T}{\partial T_{\text{пр}}} = \frac{T + A(H)}{T_{\text{пр}} \left[1 + \left(\frac{R}{b}\right)^2\right]}; \quad \frac{\partial T}{\partial \tau_3} = -\frac{2[T + A(H)]}{\tau_3 \left[1 + \left(\frac{R}{b}\right)^2\right]}. \quad (6)$$

В натурном эксперименте использовали кварцевый термостабилизированный генератор опорной частоты системы РАЗ с относительной нестабильностью  $2 \cdot 10^{-9}$ , частотомер ЧЗ-34А, ртутный термометр для измерения приземной температуры, кварцевый генератор с относительной нестабильностью  $10^{-7}$  для измерения времени задержки, сорбционный гигрометр ГС-210 для измерения приземного значения относительной влажности. Согласно вышеизложенному рассчитываем случайную погрешность измерения температуры воздуха методом и аппаратурой РАЗ в диапазоне температур от  $-20^\circ\text{C}$  до  $30^\circ\text{C}$ . Для этих условий  $\sigma_T = 0,11$  К и зависит от применяемой методики температурного зондирования.

Список литературы: 1. Бабкин С. И. О точности измерения скорости звука в атмосфере доплеровским радиолокатором//Радиотехника. — 1979. — Вып. 50. — С. 67—72. 2. Бабкин С. И., Прошкин Е. Г., Ульянов Ю. Н. Экспериментальные результаты температурно-ветрового зондирования атмосферы радиоакустическим методом//Изв. АН СССР. Физико-астрономич. обсерватория. — 1984. — 20, № 6. — С. 495—500. 3. Каллистратови М. А., Кон А. И. Современный взгляд на метод радиоакустического зондирования атмосферы//VIII Всесоюз. симп. по лазер. и акуст. зондированию атмосферы//Тез. докл. Томск, 1984. — Ч. 2. — С. 82—91. 4. Ульянов Ю. Н. Двухчастотная радиоакустическая система//Тез. докл. Томск, 1984. — Ч. 2. — С. 196—199. 5. Harris C. M. Effect of Humidity on the Velocity of Sound in Air//J. of the Acoustical Society of America. — 1971. — 49, № 3 (Part 2). — P. 890—893.

Поступила в редколлегию 10.02.86

А. И. КОЗАРЬ, канд. физ.-мат. наук,  
Н. А. ХИЖНЯК, д-р физ.-мат. наук

## РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВУХ СФЕРАХ В ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрим малую сферическую резонансную неоднородность, созданную с помощью материалов с большим значением диэлектрической проницаемости  $\epsilon_0'$  и малым тангенсом угла диэлектрических потерь  $\text{tg } \delta_e$ . Эта неоднородность имеется в прямоугольном волноводе. Она позволяет изучать расщепленные резонансные зависимости, обусловленные снятием сферического вырождения резонансных колебаний в сфере под влиянием стенок волновода [5].

Рассмотрим резонансное рассеяние в прямоугольном волноводе на двух, расположенных в ближней зоне, сферических неоднородностях и исследуем особенности расщепления резонансных зависимостей, связанных с взаимным влиянием неоднородностей друг на друга и стенок волновода. Задача решается с использованием интегральных уравнений [4] и метода изображений [1].

В прямоугольном волноводе находятся две сферы, поля которых определяются векторами  $\vec{r}_1 = \vec{r}_{10} + \vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2 = \vec{r}_{20} + \vec{r}_2$ . Векторы  $\vec{r}_{10}$ ,  $\vec{r}_{20}$  задают центры рассеивателей по отношению к системе координат, связанной с волноводом. Полагаем  $a/\lambda_b \ll 1$ , но возможно  $a/\lambda_{\text{дв}} \approx 1$ ,  $|\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}|/\lambda_b < 1$ , где  $a$  — радиус сферы;  $\lambda_{\text{дв}}$  — длина волны внутри рассеивателя. Стенки волновода определяются плоскостями  $x=0$ ,  $x=d$ ,  $y=0$ ,  $y=h$ , координата  $z$  направлена по оси волновода.

Рассеянное поле по известному внутреннему полю рассеивателей определяем через электрические  $\vec{\Pi}_{d_1}^{\text{э}}$ ,  $\vec{\Pi}_{d_2}^{\text{э}}$  и магнитные  $\vec{\Pi}_{d_1}^{\text{м}}$ ,  $\vec{\Pi}_{d_2}^{\text{м}}$  потенциалы Герца [1]

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{рас}} &= (\text{grad div} + k^2 \epsilon_0 \mu_0) (\vec{\Pi}_{d_1}^{\text{э}} + \vec{\Pi}_{d_2}^{\text{э}}) - ik \mu_0 \text{rot} (\vec{\Pi}_{d_1}^{\text{м}} + \vec{\Pi}_{d_2}^{\text{м}}); \\ \vec{H}_{\text{рас}} &= (\text{grad div} + k^2 \epsilon_0 \mu_0) (\vec{\Pi}_{d_1}^{\text{м}} + \vec{\Pi}_{d_2}^{\text{м}}) + ik \epsilon_0 \text{rot} (\vec{\Pi}_{d_1}^{\text{э}} + \vec{\Pi}_{d_2}^{\text{э}}). \end{aligned} \quad (1)$$

Потенциалы Герца на больших расстояниях находим через дипольную часть поля рассеяния

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}_{d_1}^{\text{э}} &= \vec{d}_1^{\text{э}} (f_1^{\text{э}}(|\vec{r} - \vec{r}_{10}|)); \quad \vec{\Pi}_{d_2}^{\text{э}} = \vec{d}_2^{\text{э}} (f_2^{\text{э}}(|\vec{r} - \vec{r}_{20}|)); \\ \vec{\Pi}_{d_1}^{\text{м}} &= \vec{d}_1^{\text{м}} f_1^{\text{м}}(|\vec{r} - \vec{r}_{10}|); \quad \vec{\Pi}_{d_2}^{\text{м}} = \vec{d}_2^{\text{м}} f_2^{\text{м}}(|\vec{r} - \vec{r}_{20}|), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\vec{d}_1^{\text{э}}, \vec{d}_1^{\text{м}}, \vec{d}_2^{\text{э}}, \vec{d}_2^{\text{м}}$  — дипольные моменты, индуцированные в телах падающей волной

$$\begin{aligned} \vec{d}_1^{\text{э}} &= \frac{1}{4\pi} \int_{v_1} \left( \frac{\hat{\epsilon}_1}{\epsilon_0} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}'_1) d\vec{r}'_1; & \vec{d}_1^{\text{м}} &= \frac{1}{4\pi} \int_{v_1} \left( \frac{\hat{\mu}_1}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}'_1) d\vec{r}'_1; \\ \vec{d}_2^{\text{э}} &= \frac{1}{4\pi} \int_{v_2} \left( \frac{\hat{\epsilon}_2}{\epsilon_0} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}'_2) d\vec{r}'_2; & \vec{d}_2^{\text{м}} &= \frac{1}{4\pi} \int_{v_2} \left( \frac{\hat{\mu}_2}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}'_2) d\vec{r}'_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\vec{E}(\vec{r}'_1), \vec{H}(\vec{r}'_1), \vec{E}(\vec{r}'_2), \vec{H}(\vec{r}'_2)$  — внутренние поля рассеивателей;  $\hat{\epsilon}_1, \hat{\mu}_1, \hat{\epsilon}_2, \hat{\mu}_2$  — тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей рассеивателей;  $\epsilon_0, \mu_0$  — проницаемости заполнения волновода.

Потенциалы Герца (2) определим следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{\Pi}_d^{\text{э}} + k^2 \epsilon_0 \mu_0 \vec{\Pi}_d^{\text{э}} &= -4\pi \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \vec{d}^{\text{э}}; \\ \Delta \vec{\Pi}_d^{\text{м}} + k^2 \epsilon_0 \mu_0 \vec{\Pi}_d^{\text{м}} &= -4\pi \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|) \vec{d}^{\text{м}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Внутреннее поле рассеивателя, как и в работе [5], вычислим вначале для случая, когда  $a/\lambda_{\text{вв}} \ll 1$ .

Используя интегродифференциальные уравнения [2] и метод изображений [1] для учета влияния стенок волновода, внутренние поля рассеивателей можно определить в нулевом приближении из электростатических уравнений

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}_1) &= \vec{E}_{01}(\vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\epsilon}_1}{\epsilon_0} - 1 \right) (\vec{E}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{c1}(\vec{r}_1) + \sum_l \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\epsilon}_1}{\epsilon_0} - 1 \right) \times \\ &\times (\vec{E}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{il}^*(\vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\epsilon}_1}{\epsilon_0} - 1 \right) (E(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{c21}^*(\vec{r}_1) + \sum_l \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\epsilon}_1}{\epsilon_0} - 1 \right) \times \\ &\times (\vec{E}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{i21}^*(\vec{r}_1); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_1(\vec{r}_1) &= \vec{H}_{01}(\vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\mu}_1}{\mu_0} - 1 \right) (\vec{H}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{c1}(\vec{r}_1) + \sum_l \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\mu}_1}{\mu_0} - 1 \right) \times \\ &\times (\vec{H}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{il}^*(\vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\hat{\mu}_1}{\mu_0} - 1 \right) (\vec{H}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{c21}^*(\vec{r}_1) + \end{aligned}$$

$$+ \sum_i \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_i}{\mu_0} - 1 \right) (\vec{H}(\vec{r}_1) \nabla) \nabla W_{i21}^*(\vec{r}_1);$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_2(\vec{r}_2) = & \vec{E}_{02}(\vec{r}_2) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) (\vec{E}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{c2}(\vec{r}_2) + \sum_i \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right) \times \\ & \times (\vec{E}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{i2}^*(\vec{r}_2) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) (\vec{E}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{c12}^*(\vec{r}_2) + \sum_i \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \times \\ & \times (\vec{E}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{i12}^*(\vec{r}_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_2(\vec{r}_2) = & \vec{H}_{02}(\vec{r}_2) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right) (\vec{H}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{c2}(\vec{r}_2) + \sum_i \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right) \times \\ & \times (\vec{H}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{i2}^*(\vec{r}_2) + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right) (\vec{H}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{c12}^*(\vec{r}_2) + \sum_i \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right) \times \\ & \times (\vec{H}(\vec{r}_2) \nabla) \nabla W_{i12}^*(\vec{r}_2), \end{aligned}$$

где  $\vec{E}_{01}(\vec{r}_1)$ ,  $\vec{H}_{01}(\vec{r}_1)$ ,  $\vec{E}_{02}(\vec{r}_2)$ ,  $\vec{H}_{02}(\vec{r}_2)$  — составляющие поля падающей волны в центрах рассеивателей (эти поля зависят от времени как  $e^{i\omega t}$ ), вторые и третьи слагаемые определяют внутренние поля данного рассеивателя, а четвертые и пятые определяют рассеянные поля противоположной сферой во внутренних точках данной.

Ньютоновские потенциалы  $W_{i1}(\vec{r}_1)$ ,  $W_{i2}(\vec{r}_2)$  для внутренних точек рассеивателей имеют вид

$$W(\vec{r}') = C - \frac{2}{3} \pi r'^2; \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Потенциалы  $W_{i1}^*(\vec{r}_1)$ ,  $W_{i2}^*(\vec{r}_2)$ , характеризующие влияние стенок волновода, представим как

$$\begin{aligned} W_{i1}^*(\vec{r}_1) = & \frac{V_{i1}}{r_{i1}} = \frac{4}{3} \pi a_1^3 \frac{1}{r_{i1}}; \quad r_{i1} = \sqrt{(x_{1i} - x_{10})^2 + (y_{1i} - y_{10})^2}; \\ W_{i2}^*(\vec{r}_2) = & \frac{V_{i2}}{r_{i2}} = \frac{4}{3} \pi a_2^3 \frac{1}{r_{i2}}; \quad r_{i2} = \sqrt{(x_{2i} - x_{20})^2 + (y_{2i} - y_{20})^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $x_{1i}, y_{1i}$  — координаты изображения в стенках волновода первого, а  $x_{2i}, y_{2i}$  — второго рассеивателя.

Потенциалы, определяющие влияние полей рассеивателей друг на друга:

$$\begin{aligned}
 W_{c21}^*(\vec{r}_1) &= \frac{V_{c2}}{r_{21}} = \frac{4}{3} \pi a_2^3 \frac{1}{r_{21}}; \\
 r_{21} &= \sqrt{(x_{20} - x_{10})^2 + (y_{20} - y_{10})^2 + (z_{20} - z_{10})^2}; \\
 W_{c12}^*(\vec{r}_2) &= \frac{V_{c1}}{r_{12}} = \frac{4}{3} \pi a_1^3 \frac{1}{r_{12}}; \\
 r_{12} &= \sqrt{(x_{10} - x_{20})^2 + (y_{10} - y_{20})^2 + (z_{10} - z_{20})^2}; \\
 W_{i21}^*(\vec{r}_1) &= \frac{V_{i2}}{r_{i21}} = \frac{4}{3} \pi a_2^3 \frac{1}{r_{i21}}; \\
 r_{i21} &= \sqrt{(x_{2i} - x_{20})^2 + (y_{2i} - y_{20})^2 + (z_{2i} - z_{20})^2}; \\
 W_{i12}^*(\vec{r}_2) &= \frac{V_{i1}}{r_{i12}} = \frac{4}{3} \pi a_1^3 \frac{1}{r_{i12}}; \\
 r_{i12} &= \sqrt{(x_{1i} - x_{10})^2 + (y_{1i} - y_{10})^2 + (z_{1i} - z_{10})^2}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Решая уравнения (5) относительно внутренних точек рассеивателей  $\vec{r}'$  для однородных и изотропных рассеивателей, найдем выражения для внутренних полей первого и второго рассеивателя

$$\vec{E}_1(\vec{r}') = \hat{\alpha}_1 \vec{E}_{01}(\vec{r}); \quad \vec{H}_1(\vec{r}') = \hat{\beta}_1 \vec{H}_{01}(\vec{r}); \tag{8}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}') = \hat{\alpha}_2 \vec{E}_{02}(\vec{r}); \quad \vec{H}_2(\vec{r}') = \hat{\beta}_2 \vec{H}_{02}(\vec{r}), \tag{9}$$

где

$$\hat{\alpha}_1 = \begin{vmatrix} \alpha_{xx1} & \alpha_{xy1} & \alpha_{xz1} \\ \alpha_{yx1} & \alpha_{yy1} & \alpha_{yz1} \\ \alpha_{zx1} & \alpha_{zy1} & \alpha_{zz1} \end{vmatrix}; \quad \hat{\beta}_1 = \begin{vmatrix} \beta_{xx1} & \beta_{xy1} & \beta_{xz1} \\ \beta_{yx1} & \beta_{yy1} & \beta_{yz1} \\ \beta_{zx1} & \beta_{zy1} & \beta_{zz1} \end{vmatrix}; \tag{10}$$

$$\hat{\alpha}_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{xx2} & \alpha_{xy2} & \alpha_{xz2} \\ \alpha_{yx2} & \alpha_{yy2} & \alpha_{yz2} \\ \alpha_{zx2} & \alpha_{zy2} & \alpha_{zz2} \end{vmatrix}; \quad \hat{\beta}_2 = \begin{vmatrix} \beta_{xx2} & \beta_{xy2} & \beta_{xz2} \\ \beta_{yx2} & \beta_{yy2} & \beta_{yz2} \\ \beta_{zx2} & \beta_{zy2} & \beta_{zz2} \end{vmatrix}. \tag{11}$$

Элементы матрицы  $\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1$

$$\alpha_{xx1} = \frac{\psi_{yy1}\psi_{zz1} - \psi_{yz1}^2}{\Delta_1^3}; \quad \alpha_{xy1} = \frac{\psi_{xz1}\psi_{zy1} - \psi_{xy1}\psi_{z1}}{\Delta_1^3};$$

$$\alpha_{xz1} = \frac{\psi_{xy1}\psi_{yz1} - \psi_{yy1}\psi_{xz1}}{\Delta_1^3};$$

$$\alpha_{yx1} = \frac{-\psi_{yx1}\psi_{zz1} + \psi_{yz1}\psi_{zx1}}{\Delta_1^9}; \quad \alpha_{yy1} = \frac{-\psi_{xz1}^2 + \psi_{xx1}\psi_{zz1}}{\Delta_1^9};$$

$$\alpha_{yz1} = \frac{-\psi_{xx1}\psi_{yz1} + \psi_{xz1}\psi_{yx1}}{\Delta_1^9}; \quad (12)$$

$$\alpha_{zx1} = \frac{\psi_{yx1}\psi_{zy1} - \psi_{yy1}\psi_{zx1}}{\Delta_1^9}; \quad \alpha_{zy1} = \frac{\psi_{xy1}\psi_{zx1} - \psi_{xx1}\psi_{zy1}}{\Delta_1^9};$$

$$\alpha_{zz1} = \frac{\psi_{xx1}\psi_{yy1} - \psi_{xy1}^2}{\Delta_1^9}; \quad \alpha_{xy1} = \alpha_{yx1}; \quad \alpha_{xz1} = \alpha_{zx1}; \quad \alpha_{yz1} = \alpha_{zy1};$$

$$\beta_{xx1} = \frac{\psi'_{yy1}\psi'_{zz1} - \psi'^2_{yz1}}{\Delta_1^M}; \quad \beta_{xy1} = \frac{\psi'_{xz1}\psi'_{zy1} - \psi'_{xy1}\psi'_{zz1}}{\Delta_1^M};$$

$$\beta_{xz1} = \frac{\psi'_{xy1}\psi'_{yz1} - \psi'_{yy1}\psi'_{xz1}}{\Delta_1^M}; \quad \beta_{yx1} = \frac{-\psi'_{yx1}\psi'_{zz1} + \psi'_{yz1}\psi'_{zx1}}{\Delta_1^M};$$

$$\beta_{yy1} = \frac{-\psi'^2_{xz1} + \psi'_{xx1}\psi'_{zz1}}{\Delta_1^M}; \quad \beta_{yz1} = \frac{-\psi'_{xx1}\psi'_{yz1} + \psi'_{xz1}\psi'_{zy1}}{\Delta_1^M}; \quad (13)$$

$$\beta_{zx1} = \frac{\psi'_{xy1}\psi'_{zy1} - \psi'_{yy1}\psi'_{zx1}}{\Delta_1^M}; \quad \beta_{zy1} = \frac{\psi'_{xy1}\psi'_{zx1} - \psi'_{xx1}\psi'_{zy1}}{\Delta_1^M};$$

$$\beta_{zz1} = \frac{\psi'_{xx1}\psi'_{yy1} - \psi'^2_{xy1}}{\Delta_1^M}; \quad \beta_{xy1} = \beta_{yx1}; \quad \beta_{xz1} = \beta_{zx1}; \quad \beta_{yz1} = \beta_{zy1},$$

где

$$\Delta_1^9 = \begin{vmatrix} \psi_{xx1} & \psi_{xy1} & \psi_{xz1} \\ \psi_{yx1} & \psi_{yy1} & \psi_{yz1} \\ \psi_{zx1} & \psi_{zy1} & \psi_{zz1} \end{vmatrix}; \quad \Delta_1^M = \begin{vmatrix} \psi'_{xx1} & \psi'_{xy1} & \psi'_{xz1} \\ \psi'_{yx1} & \psi'_{yy1} & \psi'_{yz1} \\ \psi'_{zx1} & \psi'_{zy1} & \psi'_{zz1} \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Элементы матрицы (10) имеют следующие значения:

$$\psi_{xx1} = \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \sum_i W_{i1}^* + W_{c21}^* + \sum_i W_{i21}^* \right) \right] =$$

$$= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) a_1^3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_i \frac{1}{r_{i1}} + a_2^3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{1}{r_{z1}} + \sum_i \frac{1}{r_{i21}} \right) \right] =$$

$$= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) (a_1^3 \tau_{i1}^{xx} + a_2^3 (\tau_{c21}^{xx} + \tau_{i21}^{xx})) \right];$$

$$\psi_{yy1} = \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \sum_i W_{i1}^* + W_{c21}^* + \sum_i W_{i21}^* \right) \right] =$$

$$= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) (a_1^3 \tau_{i1}^{yy} + a_2^3 (\tau_{c21}^{yy} + \tau_{i21}^{yy})) \right]; \quad (15)$$

$$\psi_{zz1} = \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \sum_i W_{i1}^* + W_{c21}^* + \sum_i W_{i21}^* \right) \right] =$$

$$= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) (a_1^3 \tau_{i1}^{zz} + a_2^3 (\tau_{c21}^{zz} + \tau_{i21}^{zz})) \right];$$

$$\psi_{xy1} = \psi_{yr1} = - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[ \sum_i W_{i1}^* + W_{c21}^* + \sum_i^* W_{i21}^* \right] =$$

$$= - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) [a_1^3 \tau_{i1}^{xy} + a_2^3 (\tau_{c21}^{xy} + \tau_{i21}^{xy})];$$

$$\psi_{xz1} = \psi_{zx1} = - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left[ W_{c21}^* + \sum_i W_{i21}^* \right] =$$

$$= - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) a_2^3 (\tau_{c21}^{xz} + \tau_{i21}^{xz});$$

$$\psi_{yz1} = \psi_{zy1} = - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \left[ W_{c21}^* + \sum_i W_{i21}^* \right] =$$

$$= - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) a_2^3 (\tau_{c21}^{yz} + \tau_{i21}^{yz}).$$

Значения  $\tau_{i1}^{xx}$ ,  $\tau_{c21}^{xx}$  и т. д. характеризуют взаимное влияние расщивателей стенок волновода.

Соотношения (13), входящие в состав матрицы  $\hat{\beta}_1$  (10), находим из (15) заменой  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$  на  $\mu_0$ ,  $\mu_1$ . Элементы матрицы  $\hat{\alpha}_2$ ,  $\hat{\beta}_2$  (11)

$$\alpha_{xx2} = \frac{\psi_{yv2} \psi_{zz2} - \psi_{yz2}^2}{\Delta_2^3}; \quad \alpha_{xy2} = \frac{\psi_{xz2} \psi_{yz2} - \psi_{xy2} \psi_{zz2}}{\Delta_2^3};$$

$$\alpha_{xz2} = \frac{\psi_{xy2} \psi_{yz2} - \psi_{yy2} \psi_{xz2}}{\Delta_2^3}; \quad \alpha_{yx2} = \frac{-\psi_{yz2} \psi_{zz2} + \psi_{yz2} \psi_{xz2}}{\Delta_2^3};$$

$$\alpha_{yy2} = \frac{-\psi_{xz2}^2 + \psi_{xx2} \psi_{zz2}}{\Delta_2^3}; \quad \alpha_{yz2} = \frac{-\psi_{xz2} \psi_{yz2} + \psi_{xz2} \psi_{yx2}}{\Delta_2^3}; \quad (16)$$

$$\alpha_{zx2} = \frac{\psi_{yx2} \psi_{yz2} - \psi_{yy2} \psi_{zx2}}{\Delta_2^3}; \quad \alpha_{zy2} = \frac{\psi_{xy2} \psi_{zr2} - \psi_{xx2} \psi_{zy2}}{\Delta_2^3};$$

$$\alpha_{zz2} = \frac{\psi_{xx2} \psi_{yy2} - \psi_{xy2}^2}{\Delta_2^3}; \quad \alpha_{xy2} = \alpha_{yx2}; \quad \alpha_{xz2} = \alpha_{zx2}; \quad \alpha_{yz2} = \alpha_{zy2};$$

$$\beta_{xx2} = \frac{\psi'_{yy2} \psi'_{zz2} - \psi'_{yz2}^2}{\Delta_2^M}; \quad \beta_{xy2} = \frac{\psi'_{xz2} \psi'_{yz2} - \psi'_{xy2} \psi'_{zz2}}{\Delta_2^M};$$

$$\beta_{xz2} = \frac{\psi'_{xy2}\psi'_{yz2} - \psi'_{yy2}\psi'_{xz2}}{\Delta_2^M}; \quad \beta_{yxz} = \frac{-\psi'_{yx2}\psi'_{zz2} + \psi'_{yz2}\psi'_{xz2}}{\Delta_2^M}; \quad (17)$$

$$\beta_{yyz} = \frac{-\psi'_{xz2} + \psi'_{xz2}\psi'_{zz2}}{\Delta_2^M}; \quad \beta_{yza} = \frac{-\psi'_{xz2}\psi'_{yz2} + \psi'_{zz2}\psi'_{yz2}}{\Delta_2^M};$$

$$\beta_{zxa} = \frac{\psi'_{yx2}\psi'_{yz2} - \psi'_{yy2}\psi'_{xz2}}{\Delta_2^M}; \quad \beta_{zy2} = \frac{\psi'_{xy2}\psi'_{xz2} - \psi'_{xz2}\psi'_{yz2}}{\Delta_2^M};$$

$$\beta_{zaz} = \frac{\psi'_{xz2}\psi'_{yz2} - \psi'^2_{xy2}}{\Delta_2^M}; \quad \text{где } \beta_{xy2} = \beta_{yx2}; \beta_{xz2} = \beta_{zx2}; \beta_{yz2} = \beta_{zy2}.$$

Здесь

$$\Delta_2^3 = \begin{vmatrix} \psi_{xx2} & \psi_{xy2} & \psi_{xz2} \\ \psi_{yx2} & \psi_{yy2} & \psi_{yz2} \\ \psi_{zx2} & \psi_{zy2} & \psi_{zz2} \end{vmatrix}; \quad \Delta_2^M = \begin{vmatrix} \psi'_{xx2} & \psi'_{xy2} & \psi'_{xz2} \\ \psi'_{yx2} & \psi'_{yy2} & \psi'_{yz2} \\ \psi'_{zx2} & \psi'_{zy2} & \psi'_{zz2} \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Элементы матрицы (11) определим следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi_{xx2} &= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sum_i W_{i2}^* + W_{c12}^* + \sum_i W_{i12}^*) \right] = \\ &= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \left( a_2^3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_i \frac{1}{r_{i2}} + a_1^3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left( \frac{1}{r_{12}} + \sum_i \frac{1}{r_{i12}} \right) \right) \right] = \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) (a_2^3 \tau_{i2}^{xx} + a_1^3 (\tau_{c21}^{xx} + \tau_{i21}^{xx})) \right]; \\ \psi_{yy2} &= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sum_i W_{i2}^* + W_{c12}^* + \sum_i W_{i12}^*) \right] = \\ &= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) (a_2^3 \tau_{i2}^{yy} + a_1^3 (\tau_{c12}^{yy} + \tau_{i12}^{yy})) \right]; \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{zz2} &= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\sum_i W_{i2}^* + W_{c12}^* + \sum_i W_{i12}^*) \right] = \\ &= \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) (a_2^3 \tau_{ic2}^{zz} + a_1^3 (\tau_{c12}^{zz} + \tau_{i12}^{zz})) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{xy2} = \psi_{yx2} &= -\frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} [\sum_i W_{i2}^* + W_{c12}^* + \sum_i W_{i12}^*] = \\ &= -\frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) [a_2^3 \tau_{i2}^{xy} + a_1^3 (\tau_{c12}^{xy} + \tau_{i12}^{xy})]; \end{aligned}$$

$$\psi_{xz2} = \psi_{zx2} = -\frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} [W_{c12}^* + \sum_i W_{i12}^*] =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}-1\right)a_1^3(\tau_{c12}^{xz} + \tau_{i12}^{xz}); \\
\psi_{yz1} = \psi_{zy1} &= -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}-1\right)\frac{\partial^2}{\partial y \partial z}(W_{c12}^* + \sum_i W_{i12}^*) = \\
&= -\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}-1\right)a_1^3(\tau_{c12}^{yz} + \tau_{i12}^{yz}).
\end{aligned}$$

Значения величин, входящих в состав матрицы (11), находятся из (19) заменой  $\varepsilon_0, \varepsilon_2$  на  $\mu_0, \mu_2$ .

Уравнения (5) определяют внутреннее поле, когда  $a/\lambda_b \ll 1, a/\lambda_{дв} \ll 1$ . Решения (8), (9) этих уравнений можно обобщить и на случай, если  $a/\lambda_{дв} \approx 1$ , полагая, что  $\varepsilon_1, \mu_1$  и  $\varepsilon_2, \mu_2$  не их истинные значения, характеризующие рассеиватели, а некоторые эффективные значения [4], которые образуем как произведение данных проницаемостей на функцию  $R(\theta)$ , т. е.

$$\varepsilon_1 R(\theta_1); \mu_1 R(\theta_1); \varepsilon_2 R(\theta_2), \mu_2 h(\theta_2), \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
\text{где } \theta_1 &= ka_1 \sqrt{\varepsilon_{1\mu_1}}; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_1' - i\varepsilon_1''; \quad \mu_1 = \mu_1' - i\mu_1''; \quad \theta_2 = ka_2 \sqrt{\varepsilon_{2\mu_2}}; \\
\varepsilon_2 &= \varepsilon_2' - i\varepsilon_2''; \quad \mu_2 = \mu_2' - i\mu_2''; \quad (21)
\end{aligned}$$

$$R(\theta) = \frac{2(\operatorname{tg} \theta - \theta)}{(\theta^2 - 1)\operatorname{tg} \theta + \theta}.$$

Дипольные моменты (3), индуцированные в сферах падающей волны, с помощью (8), (9) можно представить в виде

$$\vec{d}_1^{\rightarrow} = \frac{1}{3} a_1^3 \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 1 \right) \hat{\alpha}_1 \vec{E}_{01}(\vec{r}); \quad \vec{d}_2^{\rightarrow} = \frac{1}{3} a_2^3 \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} - 1 \right) \hat{\alpha}_2 \vec{E}_{02}(\vec{r}); \quad (22)$$

$$\vec{d}_1^{\rightarrow M} = \frac{1}{3} a_1^3 \left( \frac{\mu_1}{\mu_0} - 1 \right) \hat{\beta}_1 (\vec{H}_{01}(\vec{r})); \quad \vec{d}_2^{\rightarrow M} = \frac{1}{3} a_2^3 \left( \frac{\mu_2}{\mu_0} - 1 \right) \hat{\beta}_2 \vec{H}_{02}(\vec{r}).$$

Подставляя (2) в (1), найдем рассеянное поле в дальней зоне. Функции  $f_1^{\rightarrow}(|\vec{r} - \vec{r}_{10}|)$ ,  $f_1^{\rightarrow M}(|\vec{r} - \vec{r}_{10}|)$  и  $f_2^{\rightarrow}(|\vec{r} - \vec{r}_{20}|)$ ,  $f_2^{\rightarrow M}(|\vec{r} - \vec{r}_{20}|)$  вычисляются, как в работе [5].

Тогда для отраженной волны

$$\vec{E}_{\text{рас}}^{\rightarrow} = \frac{4\pi i}{dh\beta_{mn}} \sum_{m,n=0}^{\infty} [(\hat{L}_1 \vec{d}_1^{\rightarrow} + \hat{L}_2 \vec{d}_2^{\rightarrow}) - ik\mu_0 (\hat{P}_1 \vec{d}_1^{\rightarrow M} + \hat{P}_2 \vec{d}_2^{\rightarrow M})] e^{i\beta_{m,n}z}; \quad (23)$$

$$\vec{H}_{\text{рас}}^{\rightarrow} = -\frac{4\pi i}{dh\beta_{mn}} \sum_{m,n=0}^{\infty} [(\hat{K}_1 \vec{d}_2^{\rightarrow M} + \hat{K}_2 \vec{d}_1^{\rightarrow M}) + ik\varepsilon_0 (\hat{H}_1 \vec{d}_1^{\rightarrow} + \hat{C}_2 \vec{d}_2^{\rightarrow})] e^{i\beta_{m,n}z},$$

где  $\hat{L}_1, \hat{L}_2, \hat{P}_1, \hat{P}_2, \hat{K}_1, \hat{K}_2, \hat{C}_1, \hat{C}_2$  — функциональные матрицы. В выражениях (23) рассеянная волна формально является суммой бесконечного числа волн. Реальное поле в дальней зоне будет иметь вид конечной суммы, так как на больших расстояниях от рассеивателя не затухнут лишь такие волны (23), для которых выполняется соотношение

$$(\pi m/d)^2 + (\pi n/h)^2 \leq k^2 \epsilon_0 \mu_0.$$

Найденные выражения для внутренних и рассеянных полей позволяют определить в нулевом приближении структуру поля внутри рассеивателей и в дипольном — структуру рассеянного поля в волновой зоне, а также исследовать особенности взаимодействия сферических неоднородностей с прямоугольным волноводом [5].

**Список литературы:** 1. Стреттон Дж. Теория электромагнетизма. — М.: Гостехиздат, 1948. — 540 с. 2. Хижняк Н. А. Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред // Журн. техн. физики. — 1958. — 28. — С. 1592—1609. 3. Левин Л. Современная теория волноводов. — М.: Изд-во иностр. лит., 1954. — 318 с. 4. Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитных волн на малых телах и в волноводе // Радиотехника. — 1967. — Вып. 4. — С. 88—97. 5. Козарь А. И., Хижняк Н. А. Резонансное рассеяние электромагнитных волн на диэлектрической сфере в волноводе // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 1975. — 18. — С. 29. — 35.

*Поступила в редколлегию 17.04.86*

УДК 537.87

*А. А. ЗВЯГИНЦЕВ, канд. физ.-мат. наук, Д. О. БАТРАКОВ*

### **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПОЛЕЙ, РАССЕЯННЫХ ИМПЕДАНСНЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ**

Возросшие тенденции к использованию в системах спутниковой связи сигналов с ортогональной поляризацией стимулируют совершенствование методов анализа поляризационной структуры электромагнитного поля. Удобной формой представления состояния поляризации является предложенный ранее метод описания поляризационных диаграмм числами на двойной комплексной плоскости [1]. Метод использовали для расчета дифракции эллиптически поляризованных волн на плоских ленточных решетках, что позволило получить ряд практически важных результатов [2].

Электродинамические свойства многих реальных объектов с достаточной точностью можно описать на основе понятия эквивалентного поверхностного импеданса [3]. Рассеяние эллиптически поляризованных волн такими объектами сопровождается сложными электродинамическими процессами, анализ которых требует использования строгих методов решения краевых задач и привлечения специфических вычислительных методов.

Эти подходы используем для решения модельной задачи о взаимодействии монохроматических эллиптически поляризованных волн с импедансным цилиндром эллиптического поперечного сечения. Система обозначений поляризационных параметров (рис. 1) совпадает с используемой в работе [1]. Из рис. 1 следует, что поверхность рассеивателя задана в системе координат эллиптического цилиндра  $(\xi, \eta, \zeta)$  уравнением  $\xi = \xi_c$  [4], а источник первичного поля расположен на луче  $\eta = \eta_i$ . Для расчетов значений поляризационных параметров удобно воспользоваться соотношениями, аналогичными приведенным в работах [1; 2] (полагаем, что падающая волна имеет единичную амплитуду):

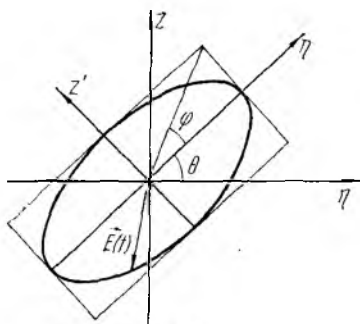


Рис. 1

$$E_1 = [(\cos \varphi_i \cos \theta_i)^2 + (\sin \varphi_i \sin \theta_i)^2]^{1/2}; \quad (1)$$

$$E_2 = [(\cos \varphi_i \sin \theta_i)^2 + (\sin \varphi_i \cos \theta_i)^2]^{1/2}; \quad (2)$$

$$\varphi = \arcsin(\sin 2\gamma \sin \Delta); \quad \theta = \arctg\left(\frac{\sin 2\gamma \cos \Delta}{\cos 2\gamma + \sin 2\gamma}\right); \quad (3)$$

$$\gamma = \arctg\left[k \frac{E_2}{E_1}\right]; \quad k = \frac{|F^H(\eta)|}{|F^E(\eta)|}; \quad (4)$$

$$\Delta = \Delta_i + \arctg \frac{\operatorname{Re} F^E(\eta)}{\operatorname{Im} F^E(\eta)} - \arctg \frac{\operatorname{Re} F^H(\eta)}{\operatorname{Im} F^H(\eta)}, \quad (5)$$

где  $E_1, E_2$  — амплитуды проекций вектора напряженности электрического поля на орты системы координат;  $F^{E, H}(\eta)$  — соответствующие амплитудные функции;  $\Delta_i, \varphi_i, \theta_i$  — разность фаз, угол эллиптичности и угол ориентации падающей волны. Поляризационные параметры введем таким образом, что  $-\pi \leq \Delta \leq \pi$ ;  $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$ ;  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ . Энергетические характеристики — коэффициенты отражения  $A_s(\eta_i)$ ,

$$A_s(\eta_i) = \sqrt{|F^E(\eta_i)|^2 E_1^2 + |F^H(\eta_i)|^2 E_2^2}. \quad (6)$$

Следовательно, для анализа поляризационных характеристик рассеянных полей необходимо задать три параметра падающего поля:  $\varphi_i, \theta_i, \Delta_i$  и функции «отклика» объекта на падающие линейно поляризованные поля — амплитудные функции  $F^{E, H}(\eta)$ . Для нахождения азимутальных распределений отраженных полей удобно воспользоваться разложениями искомых величин в ряды по волновым функциям системы координат эллиптического цилиндра — функциям Матье. В соответствии с этим амплитуду электрического

вектора падающего линейно поляризованного поля представим следующим рядом:

$$E_z^i = 2E_0 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-1)^n \operatorname{ce}_n(\eta_i) \operatorname{ce}_n(\eta) \operatorname{Ce}_n(\xi) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} d_n (-1)^n \operatorname{se}_n(\eta_i) \operatorname{se}_n(\eta) \operatorname{Se}_n(\xi) \right\}. \quad (7)$$

Здесь коэффициенты  $c_n, d_n$  определены как

$$c_{2n} = \frac{A_0^{(2n)}}{\operatorname{ce}_{2n}(0, q) \operatorname{ce}_{2n}\left(\frac{\pi}{2}, q\right)}; \quad c_{2n+1} = \frac{-i\sqrt{q} A_1^{(2n+1)}}{\operatorname{ce}_{2n+1}(0, q) \operatorname{ce}'_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}, q\right)}, \quad (8)$$

$$d_{2n+2} = \frac{qB_2^{(2n+2)}}{\operatorname{se}'_{2n+2}(0, q) \operatorname{se}'_{2n+2}\left(\frac{\pi}{2}, q\right)}; \quad d_{2n+1} = \frac{i\sqrt{q} B_1^{(2n+1)}}{\operatorname{se}'_{2n+1}(0, q) \operatorname{se}_{2n+1}\left(\frac{\pi}{2}, q\right)};$$

$n=0, 1, 2, \dots$ ;  $\operatorname{ce}_m(x, q), \operatorname{se}_m(x, q)$  — четные и нечетные угловые функции Матье; параметр  $q$  для краткости записи в дальнейшем, где это возможно, будем опускать,  $q = (kf)^2/4$ ;  $f$  — полуфокальное расстояние эллипса поперечного сечения цилиндра,  $k$  — волновое число;  $A_l^{(l)}, B_l^{(l)}$  — коэффициенты разложения угловых функций  $\operatorname{ce}_m(x), \operatorname{se}_m(x)$  в ряды по тригонометрическим функциям;  $\operatorname{Ce}_n(x), \operatorname{Se}_n(x)$  — радиальные функции Матье. Из накладываемых на решение задачи условий (периодичности, излучения, граничных условий) следует, что рассеянное поле можно также искать в виде ряда по волновым функциям эллиптической системы координат с неопределенными коэффициентами  $a_n^E, b_n^E$ :

$$E_z^s = 2E_0 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} a_n^E (-1)^n c_n \operatorname{Me}_n^{(1)}(\xi) \operatorname{ce}_n(\eta_i) \operatorname{ce}_n(\eta) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^E (-1)^n d_n \operatorname{Ne}_n^{(1)}(\xi) \operatorname{se}_n(\eta_i) \operatorname{se}_n(\eta) \right\}. \quad (9)$$

Коэффициенты  $a_m^E, b_m^E$  следует определять из граничного условия, которое в данном случае имеет вид

$$E_z^i + E_z^s = ih^{-1} \frac{z_s(\eta)}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \xi_c - \cos^2 \eta}} \frac{\partial}{\partial \xi} (E_z^i + E_z^s) \Big|_{\xi=\xi_c}, \quad (10)$$

где  $h = 2\sqrt{q}$ ;  $z_s(\eta)$  — функция, описывающая азимутальное распределение эквивалентного поверхностного импеданса. Подстановка разложений (7), (9) в (10) с последующим домножением на  $\operatorname{se}_m(\eta), \operatorname{se}_m(\eta)$  интегрированием по  $\eta$  от 0 до  $2\pi$  приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов. В случае специального

выбора азимутальной зависимости поверхностного импеданса  $z_s(\eta) = A(\sqrt{\text{ch}^2 \xi_c - \cos^2 \eta} / \text{ch} \xi_c)$ ,  $A$  — произвольная, в общем случае комплексная постоянная. СЛАУ вырождается в набор простых равенств. Отсюда непосредственно следуют явные выражения для определения  $a_m^E$ ,  $b_m^E$  [4]. При произвольном азимутальном распределении относительного поверхностного импеданса получить решение столь простым способом уже не удастся. Это приводит к необходимости численного решения получаемых бесконечных

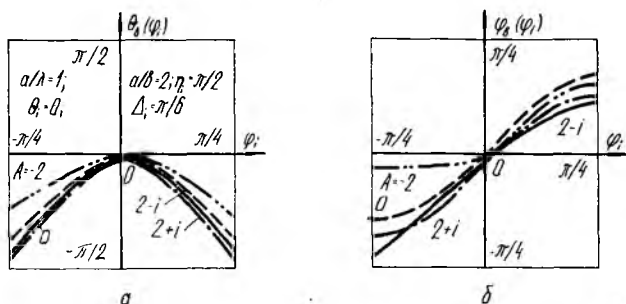


Рис. 2

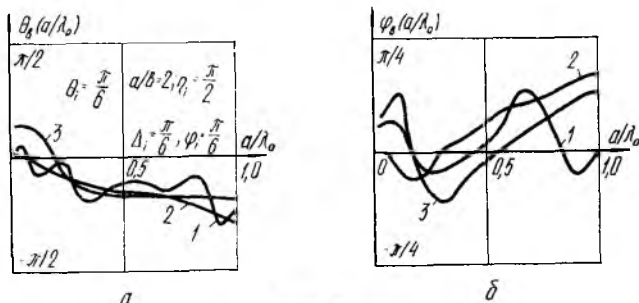


Рис. 3

СЛАУ на ЭВМ [5]. После нахождения искомых коэффициентов их следует подставить в выражение (9). Тогда с учетом асимптотического относительно аргумента поведения функций Матье получаем

$$E_z^s = 2E_0 \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{ikr - i\pi/4} F^E(\eta), \quad (11)$$

где  $F^E(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^E (-1)^n \text{se}_n(\eta_i) \text{se}_n(\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^E (-1)^n \text{se}_n(\eta_i) \text{se}_n(\eta)$ .

Аналогичным образом решается задача для другой поляризации падающего поля.

Расчетные соотношения (1)–(6), (7)–(11) послужили основой для комплекса программ на языке Фортран, которые затем использовались при проведении численных расчетов. Некоторые результаты представлены на рис. 2, 3.

Из общего вида формул (1)—(6) следует, что между поляризационными характеристиками рассеянного поля существует довольно сложная взаимосвязь, поэтому детальный анализ должен опираться на совместные расчеты всех характеристик (рис. 2). Развитие технологии производства композиционных материалов электрически управляемых сред приводит к моделям рассеивателей с кусочно-непрерывным распределением относительного поверхностного импеданса. Примеры расчетов параметров полей, рассеянных эллиптическими цилиндрами с поверхностным импедансом  $z_s$  и полосой шириной  $120^\circ$  ( $30^\circ$ — $150^\circ$ ), имеющей импеданс  $z_d$ , представлены на рис. 3. Основной вывод, который следует из сравнения рис. 2, 3, состоит в том, что резонансные явления, свойственные интегральным энергетическим характеристикам полей, излучаемых сосредоточенными источниками вблизи кусочно-неоднородных поверхностей, например незамкнутых цилиндрических экранов [6], характерны и для поляризационных параметров рассеянных полей. Следует также отметить, что в силу специфических особенностей вычисления поляризационных параметров для получения корректных результатов требуется по меньшей мере на порядок более высокая точность расчета значения  $F(\eta)$ , чем для расчетов энергетических характеристик рассеянных полей [2]. Это влечет за собой существенные вычислительные трудности при машинной реализации алгоритмов, описанных в работе [5].

Формулы (1)—(6) можно использовать для анализа поляризационных свойств объектов, для которых известны значения амплитудных функций  $F(\eta)$ .

**Список литературы:** 1. Гусев К. Г., Филатов А. Ф., Сополев А. П. Поляризационная модуляция. — М.: Сов. радио, 1974. — 452 с. 2. Звягинцев А. А., Сысоев А. С., Третьяков О. А. Отражательная способность решеток для полностью неполяризованного поля//Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 1976. — 19, № 2. — С. 120—122. 3. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. — 231 с. 4. Батраков Д. О., Звягинцев А. А. Изучение линейного источника в присутствии эллиптического цилиндра с переменным импедансом. — К., 1984. — 16 с. — Деп. в УкрНИИТИ 08.10.84, № 1665. 5. Батраков Д. О., Звягинцев А. А. Применение метода моментов в задаче о возбуждении импедансного эллиптического цилиндра. — К., 1985. — 16 с. — Деп. в УкрНИИТИ 01.04.85, № 630. 6. «Ловушечный» эффект при облучении незамкнутого экрана заданным источником/Э. И. Велиев, В. В. Веремей, А. И. Носич, В. П. Шестопалов// Изв. вузов. Радиофизика. — 1982. — 25, № 4. — С. 418—426.

*Поступила в редколлегию 25.09.85*

И. М. ЕФАНОВ, Н. П. ЖУК, канд. физ.-мат. наук,  
В. А. ПЕТЛЕНКО, канд. физ.-мат. наук

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА ВДОЛЬ ПРОВОЛОЧНОГО ВИБРАТОРА В ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Определение электромагнитного поля, рассеянного проводящим вибратором в материальной среде, является одной из ключевых задач теории антенн [1]. На основе тензорных функций Грина уравнений Максвелла в слоистых средах [2] получено интегродифференциальное уравнение относительно функции распределения тока в тонких проводниках. Его решение проведено согласно методике усреднения, развитой в работе [3], после чего задача отыскания полей сводится к квадратурам.

Рассмотрим безграничную по  $\vec{R} = (\vec{r}, z)$ ,  $\vec{r} = (x, y)$  плоскослоистую среду с материальными параметрами  $\epsilon(z)$ ,  $\mu(z)$ , в которую помещено идеально проводящее тело, занимающее область  $V$  с границей  $S$ . Пусть тело возбуждается заданным полем  $\vec{E}_0(\vec{R})$ ,  $\vec{H}_0(\vec{R})$ , зависящим от времени как  $e^{-i\omega t}$ . Тогда полное поле есть сумма первичного и рассеянного:  $\vec{E}_0(\vec{R}) + \vec{E}_s(\vec{R})$ ,  $\vec{H}_0(\vec{R}) + \vec{H}_s(\vec{R})$ . Краевая задача для последнего формулируется следующим образом [4]:

$$\nabla \times \vec{E}_s(\vec{R}) - ik_0\mu(z)\vec{H}_s(\vec{R}) = 0; \quad \nabla \times \vec{H}_s(\vec{R}) + ik_0\epsilon(z)\vec{E}_s(\vec{R}) = 0, \quad \vec{R} \in V;$$

$$\vec{E}_s(\vec{R}), \vec{H}_s(\vec{R}) \text{ исчезают в бесконечности}; \quad (1)$$

$$\vec{N}(\vec{R}) \times \vec{E}_s(\vec{R}) = -\vec{N}(\vec{R}) \times \vec{E}_0(\vec{R}), \quad \vec{R} \in S; \quad (2)$$

$k_0 = \omega/c$ ,  $\vec{N}(\vec{R})$  — нормаль к  $S$  в точке  $\vec{R}$ . Граничные условия на поверхностях раздела  $z = \text{const}$ , где материальные параметры среды изменяются скачкообразно, здесь и далее полагаем включенными в уравнения (1). Считаем также, что среда обладает омическими потерями, возможно, бесконечно малыми.

Пусть тело представляет собой тонкий цилиндр (вибратор) с образующей, параллельной оси  $z$ , т. е.  $V = \{|r - \vec{r}'| < a, z_1 < z < z_2\}$ , причем  $|ka| \ll 1$ ,  $k_m$  наибольшее по модулю собственное число дискретной части спектра волн слоистой среды. Тогда в рамках тонкопроволочного приближения [1; 4] рассеянное поле ищем в виде

$$\vec{E}_s(\vec{R}) = \frac{4\pi}{ik_0c\epsilon(z)} \left[ \epsilon(z) \nabla \epsilon^{-1}(z) \frac{\partial}{\partial z} + k^2(z) \vec{z}_0 \right] \int_{z_1}^{z_2} \epsilon^{-1}(z') H_e(\vec{R}, \vec{R}') I(z') dz'; \quad (3)$$

$$\vec{H}_s(\vec{R}) = \frac{4\pi}{c} \vec{z}_0 \times \nabla \int_{z_1}^{z_2} \epsilon^{-1}(z') H_e(\vec{R}, \vec{R}') I(z') dz'.$$

Здесь  $\vec{R}' = (\vec{r}', z')$  — радиус-вектор точек на оси вращения цилиндра,  $a$  — его радиус,  $z_1, z_2$  — координаты нижнего и верхнего концов соответственно,  $k(z) = k_0 [\varepsilon(z) \mu(z)]^{1/2}$  — локальное волновое число,  $\nabla_t$  — горизонтальная компонента оператора  $\nabla$ ,  $\vec{z}_0$  — орт оси  $z$ , а  $I(z)$  — полный ток, подчиняющийся условиям  $I(z_1) = I(z_2) = 0$ .

Скалярный потенциал  $H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}')$  согласно (1)–(3) удовлетворяет уравнению

$$[\varepsilon(z) \nabla \cdot \varepsilon^{-1}(z) \nabla + k^2(z)] H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}') = \varepsilon(z) \delta(\vec{R} - \vec{R}') \quad (4)$$

и принципу предельного поглощения. Если область существования поля в среде ограничена сверху или снизу хорошо проводящей плоскостью  $z = \text{const} \mp 0$ , на которой выполняется граничное условие Леонтовича—Шукина

$$\vec{z}_0 \times \vec{E}(\vec{R}) \pm \zeta \vec{z}_0 \times \vec{z}_0 \vec{H}(\vec{R}) = 0 \quad (5)$$

с постоянным импедансом  $\zeta$ , на потенциал дополнительно накладываются условия

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} \mp ik_0 \varepsilon(z) \zeta \right] H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}') = 0. \quad (6)$$

Уравнение для тока получим, помещая в (3) точку наблюдения на поверхность вибратора, откуда, приняв во внимание лишь  $z$  — компоненты полей, имеем

$$\begin{aligned} \left[ \varepsilon(z) \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon^{-1}(z) \frac{\partial}{\partial z} + k^2(z) \right] \int_{z_1}^{z_2} \varepsilon^{-1}(z) H_\varepsilon(z, z') I(z') dz' = \\ = - \frac{ik_0 c}{4\pi} \varepsilon(z) E_{0z}(z), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $E_{0z}(z) = \vec{z}_0 \vec{E}_0(\vec{R})$ ;  $H_\varepsilon(z, z') = H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}')$ ,  $|\vec{r} - \vec{r}'| = a$ .

Приближенное аналитическое решение (7) найдем, когда вибратор целиком расположен в некотором однородном слое, содержащимся в слоистой среде. Проницаемости слоя, следовательно, постоянны и равны  $\varepsilon, \mu$ . В этом случае функция  $H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}')$  допускает представление [3]

$$H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}') = - \left( \frac{\varepsilon}{4\pi} \right) / |\vec{R} - \vec{R}'| + H_\varepsilon^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}'), \quad (8)$$

в котором последнее слагаемое не имеет особенности при  $\vec{R} \rightarrow \vec{R}'$ .

С учетом (8) интегродифференциальное уравнение (7) после

выделения малого параметра преобразуем, следуя работе [3], к виду

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right)I(z) = \alpha \left[ \frac{ik_0 c}{4\pi} \varepsilon E_{0z}(z) + F(z|I) \right], \quad (9)$$

где  $\alpha$  — логарифмический параметр малости,  $\alpha = 2\pi/\ln a^{-1}(z_2 - z_1)$ ,  $\alpha \ll 1$ ;  $F(z|I)$  — зависящий от продольной координаты функционал тока,

$$F(z|I) = \left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right) \int_{z_1}^{z_2} [\varepsilon^{-1} H_\varepsilon(z, z') I(z') + g(z, z') I(z)] dz', \quad (10)$$

$$k = k_0(\varepsilon\mu)^{1/2}, \quad g(z, z') = 1/4\pi[a^2 + (z - z')^2]^{1/2}.$$

$$\text{Заменой переменных } I(z) = A(z) \cos kz + B(z) \sin kz \quad (11)$$

уравнение (9) сведем к эквивалентной системе в стандартной форме

$$\frac{dA(z)}{dz} = -\frac{\alpha}{k} \left[ \frac{ik_0 c}{4\pi} \varepsilon E_{0z}(z) + F(z|A, B) \right] \sin kz; \quad (12)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = \frac{\alpha}{k} \left[ \frac{ik_0 c}{4\pi} \varepsilon E_{0z}(z) + F(z|A, B) \right] \cos kz,$$

которую подвергнем усреднению согласно методике, предложенной в [3]. В результате с точностью до величин второго порядка малости имеем

$$\frac{dA(z)}{dz} = -\alpha \left[ \frac{ik_0 c}{4\pi k} \varepsilon E_{0z}(z) + \bar{F}(z|A, B) \right] \sin kz; \quad (13)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = \alpha \left[ \frac{ik_0 c}{4\pi k} \varepsilon E_{0z}(z) + \bar{F}(z|A, B) \right] \cos kz,$$

где  $\bar{F}(z|A, B)$  — усредненное значение функционала  $F(z|A, B)$ ,

$$\begin{aligned} \bar{F}(z|A, B) = & [A(z_2) \sin kz_2 - B(z_2) \cos kz_2] \varepsilon^{-1} H_\varepsilon(z, z_2) - \\ & - [A(z_1) \sin kz_1 - B(z_1) \cos kz_1] \varepsilon^{-1} H_\varepsilon(z, z_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Решая уравнения (13) относительно  $A(z)$ ,  $B(z)$  и подставляя их в (11), находим общее асимптотическое выражение для тока в тонком проводнике любой длины при произвольном возбуждении

$$\begin{aligned} I(z) = & A(z_1) \cos kz + B(z_1) \sin kz + \alpha \int_{z_1}^z \left[ \frac{ik_0 c}{4\pi k} \varepsilon E_{0z}(z') + \bar{F}(z'|A, B) \right] \times \\ & \times \sin k(z - z') dz'. \end{aligned} \quad (15)$$

После определения аддитивных постоянных, отбрасывая величины  $O(\alpha^2)$ , получаем искомую формулу для функции рас-

предела тока вдоль проволочного вибратора в плоскостной среде

$$I(z) = -\alpha \frac{ik_0 c \varepsilon / 4\pi k}{\sin k(z_2 - z_1) + \alpha W_\varepsilon(z_1, z_2)} \left[ \sin k(z - z_2) \int_{z_1}^z E_{0z}(z') \times \right. \\ \left. \times \sin k(z_1 - z') dz' + \sin k(z - z_1) \int_z^{z_2} E_{0z}(z') \sin k(z_2 - z') dz' \right], \quad (16)$$

$$W_\varepsilon(z_1, z_2) = \varepsilon^{-1} \int_{z_1}^{z_2} [H_\varepsilon(z, z_1) \sin k(z_2 - z) + H_\varepsilon(z, z_2) \sin k(z - z_1)] dz. \quad (17)$$

Рассмотрим практически важную модель среды — однородный слой толщиной  $2b$  в однородном пространстве

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_e & \mu(z) = \begin{cases} \mu_e & k(z) = \begin{cases} k_e & |z| > b \\ k_i & |z| < b. \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

В этом случае скалярный потенциал находится в виде разложения по собственным функциям [2, 5]

$$H_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}') = \frac{1}{4i} \sum_{p=e,0} \left[ \sum_k H_0^{(1)}(\kappa_k | \vec{r} - \vec{r}' |) \frac{\psi_{\varepsilon p}(z, \lambda_k) \psi_{\varepsilon p}(z', \lambda_k)}{N_{\varepsilon p}^2(\lambda_k)} + \right. \\ \left. + \int_{\Gamma} d\lambda H_0^{(1)}(\kappa | \vec{r} - \vec{r}' |) \frac{\psi_{\varepsilon p}(z, \lambda) \psi_{\varepsilon p}(z', \lambda)}{N_{\varepsilon p}^2(\lambda)} \right]. \quad (19)$$

Суммирование по индексу  $p$  учитывает вклад четных ( $e$ ) и нечетных ( $o$ ) по  $z$  собственных волн. Соответственно этим значениям  $p$  под знаком  $\sum_k$  проводится суммирование по всем корням  $\lambda_k$  дисперсионного уравнения

$$i\varepsilon_i \gamma_e(\lambda) \cos b \gamma_i(\lambda) + \varepsilon_e \gamma_i(\lambda) \sin b \gamma_i(\lambda) = 0 \quad (20)$$

или 
$$i\varepsilon_i \gamma_e(\lambda) \sin b \gamma_i(\lambda) - \varepsilon_e \gamma_i(\lambda) \cos b \gamma_i(\lambda) = 0, \quad (21)$$

расположенным на правильном листе римановой поверхности функции  $\gamma_e(\lambda)$ ,  $\text{Im } \gamma_e(\lambda) \geq 0$ . Контур  $\Gamma$  совпадает с верхним краем разреза по линии  $\text{Im } \gamma_e(\lambda) = 0$ ,  $\text{arg } \gamma_e(\lambda) = 0$  и обходится в направлении от  $\lambda = -k_e^2$  к бесконечности. В приведенных соотношениях  $\kappa = \sqrt{-\lambda}$  ( $\text{Im } \kappa \geq 0$ ),  $\gamma_i(\lambda) = \sqrt{\lambda + k_i^2}$ ,  $\gamma_e(\lambda) = \sqrt{\lambda + k_e^2}$ , а  $\kappa_k$ ,  $\gamma_{ik}$ ,  $\gamma_{ek}$  — те же величины, взятые при  $\lambda = \lambda_k$ .

Собственные функции дискретной и непрерывной частей спектра

$$\psi_{\varepsilon e}(z, \lambda_k) = \begin{cases} e^{i\gamma_{ek}(|z|-b)}, \\ \cos \gamma_{ik} z \\ \cos \gamma_{ik} b \end{cases}, \quad \psi_{\varepsilon 0}(z, \lambda_k) = \begin{cases} \text{sgn } z e^{i\gamma_{ek}(|z|-b)}, & |z| > b; \\ \sin \gamma_{ik} z \\ \sin \gamma_{ik} b \end{cases}, \quad |z| < b; \quad (22)$$

$$\psi_{\varepsilon e}(z, \lambda) = \begin{cases} \cos \gamma_e (|z| - b) - \frac{\varepsilon_e \gamma_i}{\varepsilon_i \gamma_e} \operatorname{tg} \gamma_i b \sin \gamma_e (|z| - b), & |z| > b; \\ \frac{\cos \gamma_i z}{\cos \gamma_i b}, & |z| < b; \end{cases} \quad (23)$$

$$\psi_{\varepsilon 0}(z, \lambda) = \begin{cases} \operatorname{sgn} z [\cos \gamma_e (|z| - b) + \frac{\varepsilon_e \gamma_i}{\varepsilon_i \gamma_e} \operatorname{ctg} \gamma_i b \sin \gamma_e (|z| - b)], & |z| > b; \\ \frac{\sin \gamma_i z}{\sin \gamma_i b}, & |z| < b, \end{cases}$$

а их нормировочные коэффициенты

$$N_{\varepsilon p}^2(\lambda_k) = [ib\gamma_{ek}(\gamma_{ik}^2 - \nu^2\gamma_{ek}^2) - \nu(k_i^2 - k_e^2)]/i\varepsilon_i\gamma_{ek}\gamma_{ik}^2, \quad (24)$$

$$N_{\varepsilon e}^2(\lambda) = 2\pi [\gamma_i^2 \operatorname{tg}^2 \gamma_i b + \nu^2\gamma_e^2]/\varepsilon_i\nu\gamma_e;$$

$$N_{\varepsilon 0}^2(\lambda) = 2\pi [\gamma_i^2 \operatorname{ctg}^2 \gamma_i b + \nu^2\gamma_e^2]/\varepsilon_i\nu\gamma_e, \quad \nu = \varepsilon_i/\varepsilon_e.$$

С учетом этого формула (17) после интегрирования приобретает вид

$$W_\varepsilon(z_1, z_2) = \frac{1}{4i\varepsilon} \sum_{p=e,0} \left[ \sum_k H_0^{(1)}(x_k a) L_p(z_1, z_2, \lambda_k) + \int_{\Gamma} d\lambda H_0^{(1)}(x a) \times \right. \\ \left. \times L_p(z_1, z_2, \lambda) \right], \quad (25)$$

где  $L_p(z_1, z_2, \lambda) = [\psi_{\varepsilon p}(z_1, \lambda)\Phi_p(z_2, z_1, \lambda) + \psi_{\varepsilon p}(z_2, \lambda)\Phi_p(z_1, z_2, \lambda)]/N_{\varepsilon p}^2(\lambda)$ . (26)

Для вибратора, расположенного в области  $|z| > b$  ( $\varepsilon = \varepsilon_e$ ,  $\mu = \mu_e$ ,  $k = k_e$ ,  $\gamma = \gamma_e$ ) функции слоя  $L_{e,0}(z_1, z_2, \lambda_k)$ , получающиеся из (26) заменой  $\lambda$  на  $\lambda_k$ , совпадают по виду при  $z > 0$ , поскольку согласно (22)

$$\Phi_{e,0}(z_2, z_1, \lambda_k) = \frac{ke^{i\gamma_k(z_2-b)} - [k \cos k(z_2 - z_1) + i\gamma_k \sin k(z_2 - z_1)] e^{i\gamma_k(z_1-b)}}{k^2 - \gamma_k^2}, \quad (27)$$

$$\Phi_{e,0}(z_1, z_2, \lambda_k) = \frac{ke^{i\gamma_k(z_1-b)} - [(k \cos k(z_2 - z_1) - i\gamma_k \sin k(z_2 - z_1))] e^{i\gamma_k(z_2-b)}}{k^2 - \gamma_k^2}.$$

Функции, соответствующие (23), представим следующим образом:

$$\Phi_p(z_2, z_1, \lambda) = \psi_e(z_2, z_1, \lambda) + C_p \psi_0(z_2, z_1, \lambda); \quad C_p = \frac{\varepsilon_e \gamma_i}{\varepsilon_i \gamma_e} \begin{cases} -\operatorname{tg} \gamma_i b, & p = e; \\ \operatorname{ctg} \gamma_i b, & p = 0, \end{cases} \quad (28)$$

где

$$\psi_e(z_2, z_1, \lambda) = \frac{k \cos \gamma(z_2 - b) - k \cos k(z_2 - z_1) \cos \gamma(z_1 - b) + \gamma \sin k(z_2 - z_1) \sin \gamma(z_1 - b)}{k^2 - \gamma^2},$$

$$\psi_0(z_2, z_1, \lambda) = \frac{k \sin \gamma (z_2 - b) - k \cos k (z_2 - z_1) \sin \gamma (z_1 - b) - \gamma \sin k (z_2 - z_1) \cos \gamma (z_1 - b)}{k^2 - \gamma^2}, \quad (29)$$

$$\psi_e(z_1, z_2, \lambda) = \frac{k \cos \gamma (z_1 - b) - k \cos k (z_2 - z_1) \cos \gamma (z_2 - b) - \gamma \sin k (z_2 - z_1) \sin \gamma (z_2 - b)}{k^2 - \gamma^2},$$

$$\psi_0(z_1, z_2, \lambda) = \frac{k \sin \gamma (z_1 - b) - k \cos k (z_2 - z_1) \sin \gamma (z_2 - b) + \gamma \sin k (z_2 - z_1) \cos \gamma (z_2 - b)}{k^2 - \gamma^2}.$$

Для вибратора, помещенного в область  $|z| < b$  ( $\varepsilon = \varepsilon_i, \mu = \mu_i, k = k_i, \gamma = \gamma_i$ ), собственные волны обеих частей спектра одинаковым образом зависят от  $z$ , поэтому функции слоя определяются выражениями (29), в которых необходимо формально заменить  $\lambda \rightarrow \lambda_k, b = 0$ ,

$$\Phi_e(\lambda \leftrightarrow \lambda_k) = \frac{\psi_e(b=0)}{\cos \gamma b}, \quad \Phi_0(\lambda \leftrightarrow \lambda_k) = \frac{\psi_0(b=0)}{\sin \gamma b}. \quad (30)$$

Если в горизонтальной плоскости ( $z = 0$ ) расположена идеальная проводящая граница, то при  $z > 0$  в (19) следует положить  $p = e, N_{z,p}^2(\lambda) \Rightarrow N_{z,p}^2(\lambda)/2$ .

Таким образом, чтобы вычислить ток, остается в (16) задать стороннее поле, зависящее от конкретного способа возбуждения вибратора в той или иной электродинамической структуре.

**Список литературы:** 1. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах. — М.: Мир, 1984. — 824 с. 2. Богомолов Н. М., Жук Н. П., Третьяков О. А. Интегральные уравнения электродинамики в плоскостной среде. — X., 1983. — 41 с. (Препринт АН УССР. Ин-т радиопизики и электрон: № 223). 3. Горобец Н. Н., Петленко В. А., Хижняк Н. А. Метод усреднения в задачах электродинамики // Сб. науч.-метод. ст. по прикл. электродинамике. — М.: Высш. шк.— 1983. — Вып. 6. — С. 84—110. 4. Вычислительные методы в электродинамике/ Под ред. Р. Миттры.— М.: Мир, 1977. — 485 с. 5. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах. — М.: Наука, 1969. — 191 с.

Поступила в редколлегию 08.01.86

УДК 621.372

Н. А. КОРОБЧЕНКО

### ВНУТРЕННЯЯ ПРОВОДИМОСТЬ НЕРЕЗОНАНСНОЙ НАКЛОННОЙ ЩЕЛИ НА УЗКОЙ СТЕНКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

Электрические свойства щелевых излучателей, расположенных на широкой стенке прямоугольного волновода, изучены достаточно подробно. Например, решена задача возбуждения прямоугольного волновода произвольно ориентированной нерезонансной щелью в его широкой стенке и определена ее внутренняя проводимость [1]. Последняя необходима при исследовании свойств матрицы рассеяния и при расчете волноводно-щелевых антенн [2].

Однако расчет внутренней проводимости наклонной щели в узкой стенке прямоугольного волновода в литературе отсутствует, хотя такие излучатели находят все большее практическое применение.

Опишем расчет внутренней проводимости наклонной нерезонансной щели, произвольно расположенной на узкой стенке прямоугольного волновода с зарезами на широкие стенки.

Рассмотрим бесконечный прямоугольный одномодовый волновод сечением  $a \times b$  с бесконечно тонкими идеально проводящими стенками. В его узкой стенке произвольным образом прорезана щель, осевая длина которой равна  $2L$ , ширина —  $d$ . Здесь  $d \ll \ll L$ ;  $2L \approx \lambda/2$ ,  $\lambda$  — длина волны в среде распространения с абсо-

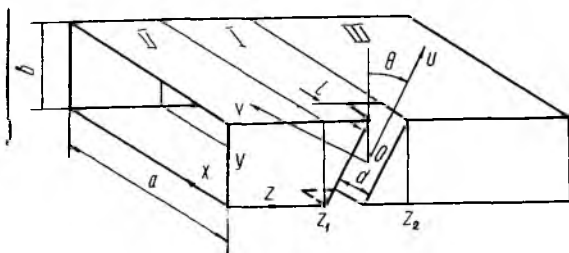


Рис. 1

лютными диэлектрической  $\epsilon_a$  и магнитной  $\mu_a$  проницаемостями. Щель имеет достаточно сложную форму, поскольку ее раскрытие простирается на широкие стенки в виде зарезов длиной  $l$  (рис. 1).

Свяжем с волноводом систему координат  $x, y, z$ , а со щелью — локальную систему координат  $u, v$ , причем ось  $ou$  направим вдоль оси щели. Орты  $\vec{u}^0, \vec{v}^0, \vec{n}$  ( $\vec{n}$  — орт внешней к волноводу нормали) образуют правую тройку. Центр щели совпадает с началом локальной системы координат и с началом отсчета продольной координаты  $z$ . Щель наклонена к оси  $y$  под углом  $\theta$ .

Полагаем, что некоторый сторонний источник электромагнитных волн частоты  $\omega$  возбуждает на поверхности щели электрическое поле  $\vec{e}$ . Требуется определить комплексную внутреннюю проводимость такой щели.

Собственную внутреннюю проводимость произвольно ориентированной щели запишем в виде [2]

$$Y = \frac{1}{V_0 d} \int_{S_{\text{щ}}} \psi H_u ds, \quad (1)$$

где  $\psi$  — нормированная к максимальному значению функция распределения электрического поля в щели;  $H_u$  — проекция на ось щели вектора магнитного поля, возбужденного щелью внутри волновода;  $V_0 = E_0 d$  — неизвестный амплитудный коэффициент с физическим смыслом напряжения между краями щели в пучности поля  $E_0$ ;  $S_{\text{щ}}$  — площадь раскрытия щели.

Согласно (1) для расчета внутренней проводимости предварительно необходимо определить электрическое и магнитное поля в раскрыве щели. Вследствие узости щели и ограниченности ее длины считаем, принимая во внимание результаты работ [2; 3], что электрическое поле в щели всюду, за исключением малых областей порядка  $d$  у ее краев и местах ее изломов поперечно и имеет косинусоидальный вид

$$\vec{e} = E_0 \vec{\psi}, \quad (2)$$

где

$$\vec{\psi} = \begin{cases} z^\circ \cos \frac{\pi}{2L} \left( \frac{b}{2 \cos \theta} + x \right), & y = 0, b, 0 \leq x \leq l; \\ \vec{v}^\circ \cos \frac{\pi}{2L} u, & x = 0, -\frac{b}{2 \cos \theta} \leq u \leq \frac{b}{2 \cos \theta}. \end{cases}$$

Для нахождения магнитного поля в области щели внутри волновода необходимо решить задачу возбуждения волновода исследуемой щелью. Решение этой задачи с использованием известных методов [4; 5] приводит к мало пригодным для практического использования конечным выражениям для внутренней проводимости.

Однако можно получить приемлемое для расчетов на ЭВМ решение методом, предложенным в работе [1] если область волновода, занимаемую щелью, рассматривать как резонатор, у которого поле на торцах (поперечных сечениях волновода за пределами щели) известно. Последнее легко определяется с помощью леммы Лоренца [2]. При этом поле в резонаторе можно найти, применяя метод, в основе которого лежит теория эквивалентности с использованием тензорной функции Грина [6], либо представляя это поле в виде вихревых и потенциальных рядов Фурье и «сшивая» его с известным полем на торцах [1]. Эти методы имеют примерно одинаковую сложность, однако учитывая геометрию щели, отдадим предпочтение второму, с помощью которого в работе [1] решена задача возбуждения прямоугольного волновода наклонной и крестообразной щелями в широкой стенке волновода. С этой целью рассмотрим поля в трех характерных областях волновода *I*, *II*, *III* (рис. 1). Область *I* включает в себя щель, которая нарушает регулярность волновода. Ограничим эту область сечениями  $z=z_1$  и  $z=z_2$ . Протяженность ее вдоль оси  $z$  обозначим  $s$ . Искомое магнитное поле в этой области запишем в виде разложения в ряд по вихревым и потенциальным базисным функциям прямоугольного параллелепипеда, совпадающего по размерам с областью *I*

$$\vec{H}_1 = \sum_i h_i^h \vec{H}_i^h + \sum_i h_i^c \vec{H}_i^c + \sum_i h_i^n \vec{H}_i^n, \quad (3)$$

где  $\vec{H}_i^c, \vec{H}_i^h$  — вихревые базисные функции электрического и магнитного типов;  $\vec{H}_i^n$  — потенциальные базисные функции;  $h_i^h, h_i^c, h_i^n$  — неизвестные амплитудные коэффициенты, подлежащие опреде-

лению;  $i$  — обобщенный индекс, указывающий на число вариаций поля вдоль широкой и узкой стенок волновода, а также вдоль его оси на отрезке  $s$ .

Области II и III простираются от  $-\infty$  до  $z_1$  и от  $z_2$  до  $+\infty$  и являются регулярными областями волновода. Поля в этих областях, а следовательно, и на поперечных сечениях волновода  $z=z_1$  и  $z=z_2$ , можно представить в виде разложения по полям нормальных волн электрического  $E_{mn}$ - и магнитного  $H_{mn}$ -типов. Амплитуды этих волн  $C_{\pm\nu}^e$ ,  $C_{\pm\nu}^h$  зависят от геометрии щели, размеров волновода, частоты генератора и определяются в явном виде с помощью формул, представленных в работе [4]. Здесь  $\nu$  — обобщенный индекс, соответствующий определенной комбинации числа  $m$  вариаций поля вдоль широкой и числа  $n$  вариаций поля вдоль узкой стенки волновода, а знаки «-» «+» перед ним указывают на области II, III.

Таким образом, для области I определены поля в поперечных сечениях волновода  $z=z_1$  и  $z=z_2$  и электрическое поле в щели, а искомое магнитное поле представлено рядом (3) с неизвестными коэффициентами  $h_i^h$ ,  $h_i^e$ ,  $h_i^n$ . Последние в общем виде получены в работе [1]

$$h_i^h = \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left\{ (-1)^{p+1} \frac{e^{-j\gamma^2}}{kc} \left[ \omega \frac{\gamma}{k} (C_{-\nu}^h + C_{+\nu}^h) + \omega \frac{k_z}{k_i} (C_{-\nu}^h - C_{+\nu}^h) \right] - \int_{s_{\text{ш}}} [e^{-j\gamma^2} \vec{H}_i^{h*}] \vec{n} ds \right\}; \quad (4)$$

$$h_i^e = \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left\{ (-1)^{p+1} \frac{e^{-j\gamma^2}}{kc} \left[ \omega \frac{\gamma}{k} (C_{-\nu}^e + C_{+\nu}^e) + k_z \frac{\omega_i}{k_i} (C_{-\nu}^e - C_{+\nu}^e) \right] - \int_{s_{\text{ш}}} [e^{-j\gamma^2} \vec{H}_i^{e*}] \vec{n} ds \right\}; \quad (5)$$

$$h_i^n = \frac{j}{\omega} \int_{s_{\text{ш}}} [e^{-j\gamma^2} \vec{H}_i^{n*}] \vec{n} ds + j(-1)^{p+1} \frac{e^{-j\gamma^2}}{kc} \frac{\alpha}{k_i} (C_{-\nu}^h - C_{+\nu}^h), \quad (6)$$

где  $\vec{H}_i^{h, e, n}$  — базисные функции объема  $I$ ; знак  $*$  — означает комплексное сопряжение;  $k$  — волновое число,  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ ;

$$k_i = \omega_i \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}; \quad k_x = \frac{m\pi}{a}; \quad k_y = \frac{n\pi}{b}; \quad k_z = \frac{2p\pi}{c};$$

$\alpha = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  — поперечные волновые числа для волн типов  $E_{mn}$ ,  $H_{mn}$  в прямоугольном волноводе;  $\gamma$  — постоянная распространения,  $\gamma = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ .

Итак, выражение (3) с учетом (4)–(6) в общем виде определяет магнитное поле, возбужденное щелью в области волновода  $I$ , а следовательно, и на раскрыве самой щели. При этом суммы по  $i$  в (3) соответствуют тройным суммам по  $m, n, p$ .

Получение коэффициентов  $h_i^h, h_i^e, h_i^n$  в явном виде для случая исследуемой наклонной щели в узкой стенке прямоугольного волновода с зарезами на широкие стенки связано с достаточно громоздкими выкладками. Окончательно их можно записать так:

$$h_i^h = \frac{E_0}{d} \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{\mu_a abc}} \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left[ (-1)^{p+1} \frac{ke^{-\gamma^2 \frac{c}{2}}}{\omega\gamma} \times \right. \\ \left. \times \left( j\omega_i \frac{\gamma}{k} F^h - \omega \frac{k_z}{k_i} V^h \right) + jF_1^h - V_1^h \right]; \quad (7)$$

$$h_i^e = \frac{E_0}{d} \frac{2}{\sqrt{\mu_a abc}} \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left[ (-1)^{p+1} \frac{ke^{-\gamma^2 \frac{c}{2}}}{\omega\gamma} \times \right. \\ \left. \times \left( \omega \frac{\gamma}{k} V^e + jk_z F^e \right) + jF_1^e + V_1^e \right]; \quad (8)$$

$$h_i^n = \frac{E_0}{d} \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{\mu_a abc}} \frac{j}{\omega} \left[ jF_1^n - V_1^n - (-1)^{p+1} \frac{ke^{-\gamma^2 \frac{c}{2}}}{\omega\gamma} \frac{x}{k_i} V^h \right]. \quad (9)$$

Здесь 
$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0; \\ 2, & m \neq 0; \end{cases} \quad \varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 2, & n \neq 0; \end{cases}$$

$$F^h = 2J^h + [(-1)^n + 1] \frac{\gamma k_x}{k_x} G \sin\left(\gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta\right);$$

$$V^h = 2D^h - [(-1)^{n+1} + 1] \frac{\gamma k_x}{k_x} G \cos\left(\gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta\right);$$

$$f^h = \cos \frac{k_y b}{2} \left( \frac{\alpha^h \rho^h}{r^2 - \omega^2} - \frac{\beta^h \Pi^h}{M^2 - N^2} \right);$$

$$D^h = \sin \frac{k_y b}{2} \left( \frac{\alpha^h \rho^h}{r^2 - \omega^2} - \frac{\beta^h \Pi^h}{M^2 - N^2} \right);$$

$$G = \frac{8L}{\pi} \frac{\sin\left(\frac{\gamma d}{2 \cos \theta}\right)}{\gamma} \frac{1}{1 - \left(\frac{2}{\pi} L k_x\right)^2} \left[ \left( A - B \frac{2}{\pi} L k_x \right) \times \right. \\ \left. \times \cos \Lambda \sin \frac{k_x l}{2} + \left( B - A \frac{2}{\pi} L k_x \right) \sin \Lambda \cos \frac{k_x l}{2} \right];$$

$$\alpha^h = \frac{\gamma k_y}{k_x} \cos \theta + \frac{x}{k} \sin \theta; \quad \beta^h = \frac{\gamma k_y}{k_x} \cos \theta - \frac{x}{k} \sin \theta;$$

$$P^h = (z + W)r - (U + Q)\omega; \quad z = \sin \frac{Xd}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \sin f \cos \varphi;$$

$$W = \cos \frac{Xd}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \cos f \sin \varphi; \quad U = \sin \frac{Xd}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \cos f \sin \varphi;$$

$$Q = \cos \frac{Xd}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \sin f \cos \varphi; \quad \Pi^h = (R + \Gamma)M - (S + T)N;$$

$$R = \sin \frac{td}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \sin \zeta \cos \varphi; \quad \Gamma = \cos \frac{td}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \cos \zeta \sin \varphi;$$

$$S = \sin \frac{td}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \cos \zeta \sin \varphi; \quad T = \cos \frac{td}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \sin \zeta \cos \varphi;$$

$$f = \frac{\xi b}{2 \cos \theta}; \quad \varphi = \frac{\pi}{4L \cos \theta}; \quad \zeta = \frac{\eta b}{2 \cos \theta};$$

$$r = \xi X + \frac{\pi}{2L} \Phi; \quad W = \xi \Phi + \frac{\pi}{2L} X; \quad M = \eta t + \frac{\pi}{2L} \Phi;$$

$$N = \eta \Phi + \frac{\pi}{2L} t; \quad X = \psi + \xi \operatorname{tg} \theta; \quad \Phi = \frac{\pi}{2L} \operatorname{tg} \theta;$$

$$t = \chi + \eta \operatorname{tg} \theta; \quad \xi = k_y \cos \theta - \gamma \sin \theta;$$

$$\psi = -k_y \sin \theta - \gamma \cos \theta; \quad \eta = -k_y \cos \theta - \gamma \sin \theta;$$

$$\chi = k_y \sin \theta - \gamma \cos \theta; \quad A = \sin \frac{\pi l}{4L} \cos \frac{k_x l}{2};$$

$$B = \cos \frac{\pi l}{4L} \sin \frac{k_x l}{2}; \quad \Lambda = \frac{\pi}{4L} \left( \frac{b}{\cos \theta} + l \right);$$

$$F^e = -2J^e + \left[ (-1)^n + 1 \right] \frac{k_y}{x} G \sin \left( \gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta \right);$$

$$V^e = 2D^e + \left[ (-1)^{n+1} + 1 \right] \frac{k_y}{x} G \cos \left( \gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta \right);$$

$$J^e = \cos \theta \cos \left( \frac{k_y b}{2} \right) \frac{k_x}{x} \left( \frac{P^h}{r^2 - \omega^2} + \frac{\Pi^h}{M^2 - N^2} \right);$$

$$D^e = \cos \theta \sin \left( \frac{k_y b}{2} \right) \frac{k_x}{x} \left( \frac{P^h}{r^2 - \omega^2} + \frac{\Pi^h}{M^2 - N^2} \right).$$

Выражения для  $F_e^h, V^h, F_e, V_e$  получаем из соотношений для  $F^h, V^h, F, V$  заменой в них  $\gamma$  на  $k_z$  и  $k$  на  $k_i$ ; выражения для  $F_1^n, V_1^n$  получаем из соотношений для  $F_1^h, V_1^h$  заменой в них  $k_z k_x / k_i x, \alpha_1^h, \beta_1^h$  на  $k_x / k_i, \beta_1^n, \alpha_1^n$ , где

$$\alpha_1^n = \frac{k_y}{k_i} \cos \theta + \frac{k_z}{k_i} \sin \theta; \quad \beta_1^n = \frac{k_y}{k_i} \cos \theta - \frac{k_z}{k_i} \sin \theta.$$

С учетом (7)–(9) соотношение (3) позволяет получить конкретное выражение для вектора магнитного поля, возбуждаемого рассматриваемой щелью в непосредственной близости от нее. Далее, подставляя выражения для  $\Psi, H_u$  в формулу (1), получим следующее уравнение для собственной внутренней проводимости наклонной щели:

$$\begin{aligned}
 Y = & -j \frac{1}{abcd^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \varepsilon_n \sum_{p=0}^{\infty} \varepsilon_p \left\{ (-1)^p e^{-l \gamma \frac{c}{2}} \times \right. \\
 & \times \left[ \frac{k}{k_i^2 - k^2} \left( \frac{k k_z}{k_i \gamma} V^h V_1^h + \frac{k_l}{k} F^h F_1^h \right) - \frac{x}{\gamma k_l} V^h V_1^n \right] + \\
 & + \frac{(F_1^n)^2 + (V_1^n)^2}{k} - \frac{k}{k_i^2 - k^2} [(V_1^h)^2 + (F_1^h)^2] \left. \right\} - \\
 & - j \frac{4}{abcd^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \varepsilon_p (-1)^p e^{-l \gamma \frac{c}{2}} \frac{k}{k_i^2 - k^2} \times \\
 & \times \left[ V^e V_1^e + \frac{k_z}{\gamma} F^e F_1^e - (V_1^e)^2 - (F_1^e)^2 \right], \quad (10)
 \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_p = \begin{cases} 1, & p = 0; \\ 2, & p \neq 0. \end{cases}$

Активная составляющая  $ReY$  соответствует возбуждению основной волны  $H_{10}$  в волноводе. В этом случае постоянная распространения  $\gamma = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$  — действительная величина. Реактивная составляющая  $ImY$  определяется основной волной и высшими нераспространяющимися типами волн, для которых  $\gamma$  — чисто мнимая.

Соотношение (10) удобно для получения численных результатов на ЭВМ, поскольку имеющиеся в нем ряды достаточно быстро сходятся (для обеспечения погрешности менее 1 % достаточно ограничиться первыми 15 членами каждого из рядов).

Выражение (10) можно использовать и для расчета внутренней проводимости щели с другими ее положениями на волноводе. В частности, результаты расчета проводимости продольной щели на узкой стенке волновода, расположенной у его ребра, совпали

с результатами, полученными с использованием соотношения (16) [1]. Кроме того, в отсутствие зарезов выражение (10) переходит в (16) указанной работы для произвольно ориентировочной щели в боковых стенках волновода.

Расчеты внутренней собственной проводимости проведены для наклонной щели, прорезанной в узкой стенке волновода сечением  $23 \times 10$  мм с зарезами на широкие стенки. При этом исследовалась зависимость активной и реактивной частей внутренней соб-

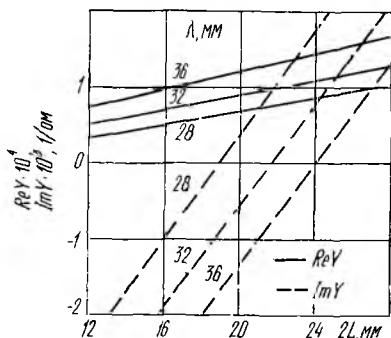


Рис. 2

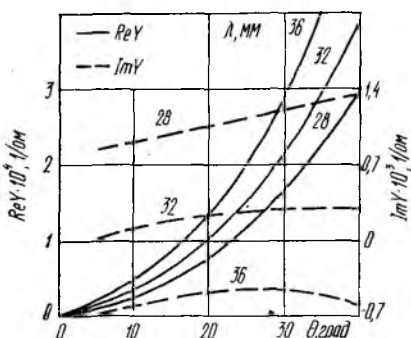


Рис. 3

ственной проводимости от длины щели, частоты, угла наклона и ее ширины.

На рис. 2 представлены зависимости активной и реактивной составляющих проводимости щели шириной  $d=1,5$  мм от длины щели (глубины зарезов) при  $\theta=20^\circ$  на трех фиксированных длинах волн. Из рис. 2 следует, что обе составляющие внутренней проводимости чувствительны к изменению частоты и возрастают с увеличением глубины зарезов. Характерно, что реактивная проводимость равна нулю («внутренний резонанс») при длине щели, близкой к половине длины волны в волноводе. Расчеты показали, что при изменении угла наклона щели в пределах от  $0^\circ$  до  $35^\circ$  в рассматриваемом диапазоне частот «внутренняя резонансная длина» изменяется на единицы процентов.

Влияние угла наклона щели на характер ее проводимости иллюстрируется рис. 3. Из рисунка видно, что изменение угла наклона оказывает существенное влияние на активную проводимость, а реактивная при этом изменяется слабо. Заметим, что при  $\theta=0$  (поперечная щель) проводимость чисто реактивная, т. е. щель возбуждает в волноводе только затухающие типы волн.

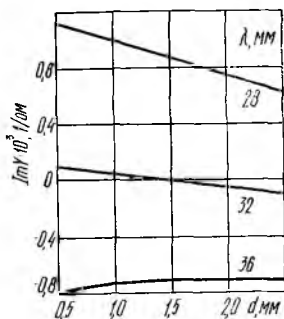


Рис. 4

Диапазонные свойства щели удобно показать на примере зависимости реактивной проводимости от ширины щели (рис. 4). В этом случае активная проводимость прак-

тически не изменяется. Из рис. 4 следует, что с увеличением ширины щели «разброс» реактивной составляющей в диапазоне частот уменьшается.

Таким образом, регулировку реактивной составляющей внутренней собственной проводимости целесообразно проводить глубиной зарезов. При этом проводимость становится чисто активной при длине щели, близкой к половине длины волны в волноводе. Частотные свойства щели улучшаются с увеличением ее ширины.

**Список литературы:** 1. Яцук Л. П., Жиронкина А. В., Катрич В. А. Возбуждение прямоугольного волновода наклонной и крестообразной щелями // Антенны (М.). — 1975. — Вып. 22. — С. 46—60. 2. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства. — М.: Б. и., 1959. — Т. 2.—551 с. 3. Chignell R. J., Roberts J. Compact resonant slot for waveguide arrays // IEE Proc., 1978. — 125. — N 11. — P. 1213—1216. 4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957.—581 с. 5. Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем. — М.: Б. и., 1949. — 426 с. 6. Яцук Л. П., Катрич В. А., Кононенко С. А. Возбуждение волновода с гребенчатой структурой поверхностным магнитным током // Вестн. Харьк. ун-та. — 1977. — № 151: Радиофизика и электрон. — Вып. 6. — С. 42—44.

*Поступила в редколлегию 01.04.86*

УДК 621.372

*П. В. НЕШМОНИН, В. Ю. ТИХОВСКИЙ*

### **АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ, СОДЕРЖАЩИХ ТОКОНЕСУЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ**

*СООБЩЕНИЕ 1.*

В устройствах и приборах СВЧ широкое применение находят системы резонаторов, связанных через отверстия и возбуждаемых штырями, петлями или электронными потоками. Так, использование систем из связанных резонаторов в генераторных, усилительных, преобразовательных и других клистродах дает возможность управлять их частотными характеристиками и электрическим режимом. Например, применение систем из слабо связанных резонаторов (связи меньше критических) позволяет расширить полосу пропускания усилительных клистронов [1], увеличить диапазон электронной настройки генераторных клистронов [2]. При сильных связях (больше критических) между резонаторами система имеет несколько собственных резонансных частот (по числу резонаторов) [2]. При этом в качестве рабочей выбирается одна из собственных частот системы (режимы перестройки и стабилизации частоты автогенераторов), а потери для остальных искусственно увеличиваются [3]. В иных случаях используют все рабочие частоты системы. Примерами могут слу-

жить многочастотные генераторы, преобразовательные клистроны с избирательной частотной характеристикой на несущей и боковой частотах усиливаемого сигнала, усилители с оптимизированной группировкой электронного потока, у которых собственные частоты связанной системы резонаторов разнесены настолько сильно, что совпадают с частотами гармоник основного усиливаемого сигнала.

В различных типах клистронов и для разных целей применяются системы связанных резонаторов, соединенных последовательно, «звездой», кольцом. Так, использование цепочки последовательно связанных резонаторов целесообразно [2; 3] для однолучевых и в некоторых случаях для двухлучевых конструкций клистронов. При этом реализуется многополосная частотная характеристика с равными полосами пропускания и усилением на каждой из частот.

В связи с сильным влиянием связанных резонансных систем на частотные характеристики и электрический режим клистронов особое значение приобретает знание их параметров (спектра частот, структуры поля, добротности, проводимостей), зависимости от геометрии системы и возможность управления этими параметрами. Наиболее полно и с необходимой точностью такая задача может быть решена при электродинамическом подходе только с помощью ЭВМ.

Рассмотрим автоматизированное проектирование системы прямоугольных резонаторов, соединенных последовательно, связанных через прямоугольные отверстия в торцах и содержащих токонесущие элементы (*штыри*). В общем случае такая система представляет собой  $N$  резонаторов, любой из которых может содержать сторонний источник  $j_{ct}^{RN}$  и проводник с плотностью тока  $j_N$ . Токонесущие элементы допустимо располагать в любой точке широкой стенки резонаторов, отверстия связи могут иметь разные размеры и находиться в произвольном месте поперечного сечения.

Для расчета такой системы применим матричный метод [4], позволяющий получить спектр частот, выражения для составляющих поля, добротности, учитывая при этом влияние элементов ввода и вывода энергии и не упрощая существенно изучаемого устройства. Разбив систему на частичные области и записав уравнения непрерывности поля на границах, получаем систему интегральных уравнений. Для ее решения используем метод Галеркина, выбирая на отверстиях связи полную систему координатных функций. В итоге задача сводится к неоднородному матричному уравнению, решение которого позволяет определить амплитудные коэффициенты, затем — структуру поля, добротности, а также спектр частот.

Матричное уравнение для определения неизвестных амплитудных коэффициентов в разложении в ряд поля на отверстиях для описанной системы имеет вид

$$\begin{pmatrix}
 Y_{m_1 l_1}^{R_1} + Y_{m_1 l_1}^{R_2} & Y_{m_1 l_2}^{R_2} & \dots & 0 & N_{m_1 \rho_1}^{R_1} & N_{m_1 \rho_2}^{R_2} & \dots & 0 \\
 Y_{m_2 l_1}^{R_2} & Y_{m_2 l_2}^{R_2} + Y_{m_2 l_1}^{R_3} & \dots & 0 & 0 & N_{m_2 \rho_2}^{R_2} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & \dots & Y_{m_{N-1} l_{N-2}}^{R_{N-1}} & Y_{m_{N-1} l_{N-1}}^{R_{N-1}} & Y_{m_{N-1} l_{N-1}}^{R_N} & 0 & N_{m_{N-1} \rho_{N-1}}^{R_{N-1}} & N_{m_{N-1} \rho_N}^{R_N} \\
 N_{q_1 l_1}^{R_1} & 0 & \dots & 0 & Z_{q_1 \rho_1}^{R_1} & 0 & \dots & 0 \\
 N_{q_2 l_1}^{R_2} & N_{q_2 l_2}^{R_2} & 0 & 0 & 0 & Z_{q_2 \rho_2}^{R_2} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & \dots & 0 & N_{q_N l_{N-1}}^{R_N} & 0 & 0 & \dots & Z_{q_N \rho_N}^{R_N}
 \end{pmatrix} \times
 \begin{pmatrix}
 e_{l_1} \\
 e_{l_2} \\
 \vdots \\
 e_{l_N} \\
 h_{\rho_1} \\
 h_{\rho_2} \\
 \vdots \\
 h_{\rho_N}
 \end{pmatrix} =
 \begin{pmatrix}
 h_{m_1 \text{сг}}^{R_1} + h_{m_1 \text{сг}}^{R_2} \\
 h_{m_2 \text{сг}}^{R_2} + h_{m_2 \text{сг}}^{R_3} \\
 \vdots \\
 h_{m_{N-1} \text{сг}}^{R_{N-1}} + h_{m_{N-1} \text{сг}}^{R_N} \\
 e_{q_1 \text{сг}}^{R_1} \\
 e_{q_2 \text{сг}}^{R_2} \\
 \vdots \\
 e_{q_N \text{сг}}^{R_N}
 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Выражения в общем виде для каждого члена уравнения представлены в работе [4]. Для вывода формул, позволяющих получить численные значения каждого элемента матриц, необходимо выбрать полные системы собственных векторных функций невозмущенных резонаторов  $H_{\nu}^{RN}$ ,  $\bar{\epsilon}_{\nu}^{RN}$ , координатных функций на отверстиях связи  $\bar{\epsilon}_{i_j}$  и координатных функций распределения объемной плотности тока в проводниках  $\bar{M}_{\rho_N}$ . Кроме того, следует задать сторонние источники  $j_{\text{сг}}^{RN}$  и определить спектр частот системы.

Собственные векторные функции резонаторов образуются на основе скалярных собственных функций  $\psi_e$ ,  $\psi_h$  некоторого двумерного самосопряженного оператора на поверхности поперечного сечения [5]. В качестве координатных целесообразно выбирать такую последовательность функций, которые удовлетворяют краевым условиям на контуре отверстия связи. Данную систему можно построить на основе решения мембранных уравнений для поверхности отверстия  $S_i$ :

$$\nabla^2 \psi_{e,h} + \kappa_{e,h}^2 \psi_{e,h} = 0,$$

удовлетворяющих на контуре граничным условиям  $\frac{\partial \psi_h}{\partial n} = 0, \psi_e = 0$

где  $\frac{\partial \psi_h}{\partial n}$  — производная по нормали к границе поверхности  $S_j$ ;

$\alpha_{e,h}$  — характеристические постоянные задачи.

Касательное электрическое поле на отверстии можно представить следующей последовательностью функций, принадлежащих к полной системе [5]:

$$\vec{E}_{\tau i} = \sum_h e_h \vec{\epsilon}_h + \sum_e e_e \vec{\epsilon}_e = \sum_{l_i=1}^L e_{l_i} \vec{\epsilon}_{l_i}.$$

Здесь  $\vec{\epsilon}_h = [\nabla \psi_h \vec{n}]$ ,  $\vec{\epsilon}_e = \nabla \psi_e$  — для  $H$ -и  $E$ -волн. Для прямоугольного отверстия

$$\psi_h = \sqrt{\frac{2 - \delta_{0m}}{a_{св}} \frac{2 - \delta_{0n}}{b_{св}}} \cos \frac{m\pi x}{a_{св}} \cos \frac{n\pi y}{b_{св}};$$

$$\psi_e = \frac{2}{\sqrt{a_{св} b_{св}}} \sin \frac{m\pi x}{a_{св}} \sin \frac{n\pi y}{b_{св}};$$

$$\alpha_{e,h} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a_{св}}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_{св}}\right)^2}; \quad \delta_{0j} = \begin{cases} 1, & j = 0; \\ 0, & j \neq 0, \end{cases} \quad j = (m, n).$$

Электродинамическая задача о распределении тока в штыре, возбуждающем резонатор, приводит к интегральному уравнению с ядром в виде двойного бесконечного ряда, происхождение которого связано с разложением электромагнитного поля в резонаторе по множеству его собственных функций. Получение решения представляет значительные математические трудности. Поэтому воспользуемся приближением, основанным на понятии относительно тонкого штыря ( $2r/a \leq 0,15 - 0,2$ ), для которого принимаем, что

ток распределен вдоль штыря по закону [6]  $\vec{M}_{pN} = \cos kh - \cos ky$ ,

где  $h$  — длина штыря в резонаторе. Кроме того, такое приближение позволяет в формулах для частичных сопротивлений  $Z_{qNpN}^{RN}$ , коэффициентов трансформации  $N_{mN-1pN}^{RN}$  и  $N_{qN1N-1}^{RN}$  и задающих напряжений  $e_{qNct}^{RN}$  перейти от объемных интегралов к линейным, что существенно упрощает расчет.

Учет стороннего тока в резонаторе должен производиться в предположении, что отверстия связи металлизированы и проводники с током из объема удалены. Тогда можно задать источник стороннего тока в виде проводника с линейным током, плотность которого  $\vec{j}_{ct}^{RN}$  представляет собой произведение известной амплитуды  $I_m$  и функции  $\vec{M}_{pN} = \cos kh - \cos ky$ .

Таким образом, по описанной методике были получены выражения в развернутом виде для каждого члена матричного уравнения, позволяющие численно рассчитать все элементы матрицы с необходимой точностью. Отметим, что суммирование в рядах (7)—(11) проведено по всем частным решениям, которые могут существовать в резонаторе [4]. В соответствии с этим для прямоугольных резонаторов с идеально проводящими стенками каждый из членов матричного уравнения представляет собой сумму по собственным значениям  $H$ - и  $E$ -полей и собственным значениям градиентного магнитного поля.

Необходимо указать, что собственные и взаимные клетки матрицы в левой части уравнения (1) — проводимости и коэффициенты трансформации — состоят из собственных и взаимных клеток, характеризующих взаимодействие единичных полей  $e_{l_i} \vec{\epsilon}_{l_i}$  принадлежащих рассматриваемому  $i$ -му отверстию, т. е.

$$Y_{m_i l_j}^{RN} = \begin{bmatrix} Y_{l_i l_j}^{RN} & Y_{l_i l_j}^{RN} & \dots & Y_{l_i l_j}^{RN} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{L_i l_j}^{RN} & \dots & \dots & Y_{L_i l_j}^{RN} \end{bmatrix}.$$

Задающие токи представляют собой матрицу-столбец

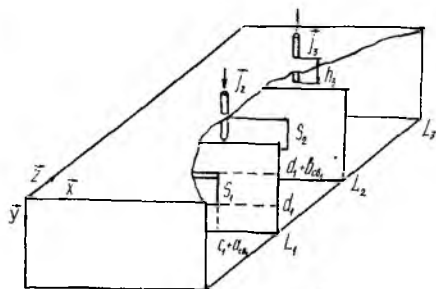
$$h_{m_i cT}^{RN} = \begin{bmatrix} h_{1cT}^{RN} \\ \vdots \\ h_{L_i cT}^{RN} \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим определение спектра частот системы, т. е. набора собственных волновых чисел  $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ . Если исследовать невозмущенную систему связанных резонаторов (задающие токи и напряжения отсутствуют), то уравнение превратится в однородное, решение которого существует при равенстве нулю определителя системы. Из этого условия находим спектр частот невозмущенной системы, а тем самым и область существования корней неоднородной системы алгебраических уравнений, описывающих систему со штырями. Собственно же корни (набор  $k$ ) получим в результате решения задачи оптимизации. Критерием оптимальности служит бесконечное возрастание амплитудных коэффициентов в разложении электромагнитного поля в резонаторе по собственным функциям, что является следствием резонанса в системе.

Для реализации описанного алгоритма был создан комплекс программ, объединенных в систему автоматизированного проектирования, которую в функциональном плане можно разделить на две взаимозависимые подсистемы — моделирующую и расчетную. Моделирующая подсистема, написанная на языке PL/1, обеспечивает: ввод исходных данных, описывающих реальную физическую модель (геометрические размеры, координаты располо-

жения штырей и отверстий связи); проверку корректности введенных данных и диалоговое исправление ошибок при вводе; анализ достаточности исходных данных для работы алгоритма; динамическое формирование массивов комплексных матриц (проводимостей, столбца задающих токов, амплитудных коэффициентов) и массивов для хранения типов колебаний, рабочего массива для хранения промежуточных вычислений и др.

В функции расчетной подсистемы, написанной на Фортране, входят вычисления значений проводимостей, сопротивлений, задающих токов, коэффициентов трансформации и заполнение комплексных матриц проводимостей и задающих токов; решение однородного комплексного матричного уравнения в целях нахождения спектра собственных частот системы, которая реализуется при помощи специальных подпрограмм вычисления комплексного определителя и поиска корня комплексного трансцендентного уравнения; решение неоднородного матричного уравнения с целью нахождения амплитудных коэффициентов и оптимизации волнового числа  $k$ .



После окончания полного цикла расчета управление снова передается моделирующей подсистеме, которая или завершает проектирование, или переходит в режим активного диалога для внесения любых изменений в физическую модель. После этого цикл повторяется.

В работе исследована система прямоугольных резонаторов с поперечным сечением  $23 \times 10$  мм, связанных через прямоугольные отверстия в торцах и содержащих активный (во втором резонаторе) и пассивный (в третьем) штыри (рисунок). Длина отверстий связи  $a_{св} = d - c$  изменялась от 5 до 23 мм с шагом 5 мм, ширина  $b_{св} = Y_2 - Y_1$  — от 1 до 10 мм с шагом 2 мм. Глубина погружения штырей составляла 3,6 и 9 мм. Количество учитываемых собственных единичных полей на отверстиях связи изменялась от 1 до 5, а собственных типов колебаний в резонаторах — от 1 до 100.

Проведены экспериментальные исследования системы, включающие в себя панорамное измерение  $K_{ст U}$  и ослабления с помощью панорамного измерителя Р2-61 с целью предварительной оценки частотного спектра системы и точный метод измерения  $K_{ст U}$  и добротности — метод передачи.

Рассматриваемая задача решена в строгой электродинамической постановке с использованием систем базисных функций, учитывающих высшие типы колебаний. Совпадение выходных характеристик с результатами экспериментов свидетельствует о правильности полученных результатов и разработанных алгоритмов.

**Список литературы:** 1. *Лебединская А. Д.* Патенты США, № 3012170, № 2934672, № 3028519, № 3248594//Обзоры по электрон. технике. Сер. Электроника СВЧ. — 1970. — Вып. 7 (194). — С. 97—101. 2. *Зырин С. С.* Колебательные системы из связанных контуров для многочастотных клистронов//Электрон. техника. Сер. 1. — 1972. — Вып. 3. — С. 53—61. 3. *Артемьев С. М., Зырин С. С., Русаков В. Н.* Качественное сравнение различных схем многоконтурных пролетных автогенераторов с точки зрения возможности стабилизации и перестройки частоты//Электрон. техника. Сер. 1. — 1970. — Вып. 9. — С. 55—65. 4. *Терещенко А. И., Пащенко Ж. Ф., Тиховский В. Ю.* Автоматизированное проектирование систем сильно связанных резонаторов, содержащих токонесущие элементы. Часть 1. Выбор математической модели//Радиотехника. — 1981. — Вып. 58. — С. 27—31. 5. *Машковцев В. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ю.* Теория волноводов. — М.: Наука, 1966. — 351 с. 6. *Chang K., Khan P. J.* Analysis of a narrow capacitive strip in waveguide//IEEE Trans. MTT-22, May 1974. — P. 25—28.

Поступила в редколлегю 06.05.86

УДК 621.372

*С. А. ПОГАРСКИЙ*, канд. физ.-мат. наук,

*И. И. САПРЫКИН, Г. М. ПЕТЬКОВ, А. П. ПОЛУЯНЕНКО*

### **СИНТЕЗ НАПРАВЛЕННОГО ОТВЕТВИТЕЛЯ СО СЛАБОЙ СВЯЗЬЮ НА ОСНОВЕ МНОГОМОДОВОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ**

Вопрос о конструировании направленного ответвителя (НО) со слабой связью остается достаточно актуальным. Волноводные НО обеспечивают высокие параметры, но узкополосны и громоздки. На связанных линиях при ослаблении связи они обладают более низкой направленностью по сравнению с НО на симметричных полосковых линиях с той же связью [1]. Это происходит вследствие неоднородного диэлектрического заполнения в области поперечного сечения, что вызывает различие фазовых скоростей для четного и нечетного типов возбуждения. Существует несколько способов выравнивания фазовых скоростей, а следовательно, улучшения направленности: выполнение области связи в виде периодической структуры различной формы [2], включение в плечи НО дополнительных реактивных проводимостей [3]. Однако получаемые результаты позволяют получить высокую направленность лишь в узкой полосе частот, что совершенно неприемлемо при проектировании измерительной техники.

В силу изложенного перспективно конструирование направленных ответвителей со слабой связью на основе нетрадиционных линий передачи, в частности на многопроводных микрополосковых линиях (ММПЛ). Поскольку область поперечного сечения ММПЛ (рис. 1, а) многосвязна, то в такой системе возможно существование нескольких типов колебаний квази-Т, причем их количество равно  $N-1$ , где  $N$  — число проводников, образующих ММПЛ. Математическое моделирование структуры полей квази-Т типов [4], а также экспериментальные исследования [5]

показали, что такого рода линии могут являться принципиальной основой для конструирования устройств, позволяющих производить направленное ответвление мощности, причем со связью больше, чем 10 дБ (ответвители со слабой связью). Это объясняется тем, что фазовые скорости симметричного и несиммет-

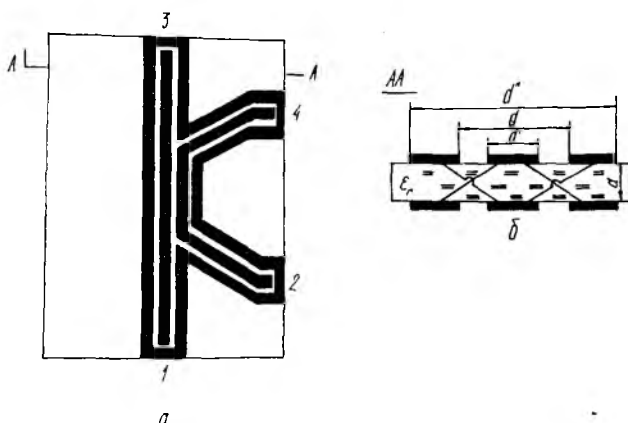


Рис. 1

ричного типов (аналогов четного и нечетного типов в связанных линиях) незначительно различаются. Структура возбуждаемых волн имеет определенные особенности. Магнитные силовые линии в основном сконцентрированы вокруг двух центральных проводников и в диэлектрике, т. е. боковые микрополосковые проводники как бы «экранируют» центральные микрополосковые проводники. Только небольшая часть магнитных силовых линий, соответствующая малым амплитудам магнитного поля охватывает одновременно все три проводника линии в каждом из слоев, это так называемые «линии слабой связи». Магнитное поле вблизи краев внешних боковых полосок слабое, а поскольку НО на многопроводных линиях, выполненных по планарной технологии, работают на боковой связи, то при приближении к проводникам основной линии элементов связи направленное ответвление мощности со слабой связью будет обеспечено. В случае принудительного задания электрических потенциалов на элементах линии, т. е. возбуждении линии посредством перехода специальной конструкции, в линии возбуждается только один тип колебаний, например симметрично-несимметричный (рис. 1, а). При приближении к проводникам линии элементов связи в результате искажения структуры поля и возникновения электрической неоднородности в основном тракте происходит возбуждение еще одного типа колебаний квази-Т (несимметрично-симметричного) имеющего фазовую скорость, незначительно отличающуюся от фазовой скорости первого типа колебаний.

Рассмотрим синтез направленного ответвителя со слабой связью, основанного на использовании отрезков ММПЛ (рис. 1, б).

Электрическая цепь любого НО представляет собой линейный восьмиполосник, описываемый матрицей передачи  $T$ , которая в свою очередь является произведением матриц передачи отрезков связанных и несвязанных линий. Обычно полагают, что отрезки связанных линий имеют одинаковый коэффициент связи и выполняются условия идеальной направленности и согласования. Ответвитель, схема которого представлена на рис. 1, б, при условии выполнения перечисленных требований будет обладать направленностью второго рода [6]. Матрица передачи отрезков связанных линий имеет вид

$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi_k + i\rho \sin \varphi_k & 0 & 0 & -ir \sin \varphi_k \\ 0 & \cos \varphi_k + i\rho \sin \varphi_k & -ir \sin \varphi_k & 0 \\ 0 & ir \sin \varphi_k & \cos \varphi_k + i\rho \sin \varphi_k & 0 \\ ir \sin \varphi_k & 0 & 0 & \cos \varphi_k + i\rho \sin \varphi_k \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$k = 1, 3, 5, \dots, 2n + 1,$$

для отрезков несвязанных линий

$$T_k = \begin{bmatrix} \exp(i\varphi_k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-i\varphi_k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(i\varphi_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(-i\varphi_k) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$k = 2, 4, 6, \dots, 2n.$$

Здесь  $n$  — число отрезков линий;  $\varphi_k = A_k \theta$ , где  $\theta = 2\pi l / \lambda$  — длина отрезка;  $\lambda$  — длина волны в линии;  $A_k$  — множитель, позволяющий изменять длину отрезка связи линий;  $i$  — мнимая единица;  $r = k / (1 - k^2)^{1/2}$ ;  $\rho = (1 - k^2)^{-1/2}$ , где  $k$  — коэффициент связи отрезков связанных линий.

В постановке задачи синтеза ответвителя варьируемыми параметрами структуры считают длину отрезков связанных и несвязанных линий  $A_k l$ , т. е. варьируются безразмерные множители  $A_k$ , а также коэффициент связи  $k$  (его полагают одинаковым для всех участков связи. В этом заключается отличие от задач синтеза ответвителей первого рода, где варьируемыми параметрами являются коэффициенты связи отрезков линий, а их длины полагаются равными. Функцию переходного ослабления направленного ответвителя, определяющую деление мощностей между плечами 1, 2 восьмиполосника с матрицей передачи  $T = \prod_{k=1}^n T_k$  запишем так:

$$C_{12}(\theta, \vec{A}) = 10 \lg(1 + 1/|T_{11}|^2) = 10 \lg\left(1 + \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2}\right), \quad (3)$$

где  $T_{41}$  — элемент матрицы  $T$ ;  $\alpha = \text{Re } T_{41}$ ;  $\beta = \text{Im } T_{41}$ . Задача синтеза определяется как отыскание значений вектора  $\vec{A}^*$  — вектора таких варьируемых параметров, что выполняется условие

$$\max_{\theta_1 < \theta < \theta_2} |C - C_{12}(\theta, \vec{A}^*)| = \min_{\vec{A}} \quad (4)$$

Здесь  $\theta_1, \theta_2$  — границы рабочего диапазона частот;  $C$  — заданный номинальный уровень переходного ослабления. При численной реализации описанного алгоритма первоначально, как правило, определяется оптимальное начальное приближение путем нескольких пробных просчетов, а затем ищется локальный минимум (4). Как показывает практика, для обеспечения приемлемой величины направленности необходимо проведение довольно сложных электродинамических расчетов и длительных экспериментов.

Экспериментально исследовали макет НО на основе ММПЛ. Подвод СВЧ-мощности к элементам НО осуществляли с помощью коаксиально-полоскового перехода, в котором центральный проводник коаксиала соединялся с центральным проводником верхнего слоя многопроводной линии, а экранирующий проводник коаксиала — с боковыми проводниками многопроводной линии. В качестве опорного диэлектрика использовали ситалл с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 9,8$ . Основные геометрические размеры элементов НО составили: толщина подложки  $a = 1$  мм,  $d = 3$  мм,  $d' = 1$  мм,  $d'' = 5$  мм, ширина зазора  $\Delta = 1$  мм. Амплитудно-частотные характеристики направленного ответвителя представлены на рис. 2.

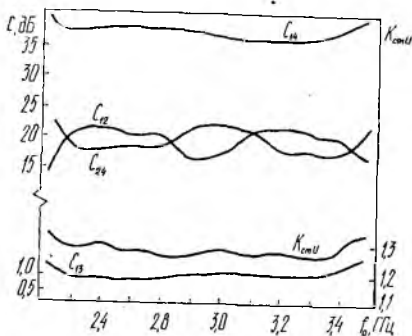


Рис. 2

Максимальный КСВН в полосе частот  $\Delta f = 40\%$  при центральной частоте  $f_0 = 3,2$  ГГц составил 1,28. При осуществлении минимальной связи  $C_{12} = 28$  дБ достигалась направленность  $C_{24} = 25-30$  дБ. На рис. 2 сплошными линиями показаны расчетные характеристики, точками представлены результаты экспериментальных измерений  $C_{13}, C_{12}, C_{24}$ . Кривая для КСВН определяется экспериментально. Некоторую неравномерность амплитудно-частотных характеристик можно скомпенсировать накладыванием на область связи диэлектрической пластинки со специально подобранной формой и имеющей большую относительную диэлектрическую проницаемость, чем у опорного диэлектрика.

Таким образом, параметры НО на основе многопроводных микрополосковых линий передачи отвечают достаточно высоким требованиям, отличаются технологичностью, поскольку выпол-

няются по планарной технологии. В связи с этим их можно рекомендовать к применению в приборах контроля передающих устройств и для прецизионных измерений в микрополосковых трактах СВЧ-диапазона.

**Список литературы:** 1. Темнов В. М., Суворов В. Н. Увеличение направленности микрополосковых ответвителей//Вопр. радиоэлектроники. Радиоизмер. техника. — 1973. — Вып. 5. — С. 115. 2. Шапошников А. А., Юрьев К. В. Симметричные периодические микрополосковые направленные ответвители//Электрон. техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1975. — Вып. 9. — С. 64—73. 3. Эренбург Г. М., Евдокимов Д. Л. О направленности микрополосковых ответвителей на связанных линиях//Вопр. радиоэлектроники. — 1978. — Вып. 1. — С. 48—53. 4. Литвиненко Л. Н., Погарский С. А., Сапрыкин И. И., Седых В. М. Моделирование симметричных волн типа Т в многопроводных микрополосковых линиях//Радиотехника и электроника. — 1985. — 30, № 1. — С. 167—169. 5. Погарский С. А., Сапрыкин И. И., Седых В. М. Экспериментальное исследование свойств многопроводной микрополосковой линии передачи//Радиотехника. — 1983. — Вып. 65. — С. 40—42.

Поступила в редколлегию 25.09.85

УДК 621.372.83

В. Б. БЕЛЯВЦЕВ, канд. физ.-мат. наук

### НАПРАВЛЕННОСТЬ ВОЛНОВОДНЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ СО СВЯЗЬЮ ЧЕРЕЗ ЗАКРЫТОЕ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛЕНКОЙ СТУПЕНЧАТОЕ ОКНО С СИНУСОИДАЛЬНЫМИ СТУПЕНЬКАМИ

Характеристика направленности волноводных ответвителей, в которых связь между волноводами осуществляется через окно в общей стенке, закрытое металлической пленкой толщиной порядка скин-слоя, минимизируется в области рабочих частот путем выполнения передней и задней кромок окна связи ступенчатыми [1]. Размеры и смещения прямоугольных ступенек определяются в соответствии с выбранными амплитудно-фазовыми распределениями. При одинаковой длине прямоугольных ступенек в соответствии с принципом наложения решеток направленность (в децибелах) равна сумме направленностей прямоугольной ступеньки и кромок.

Известно, что прямоугольное окно обладает не лучшими направленными свойствами и по значению минимальной направленности уступает окну, поперечный размер которого изменяется по синусоидальному закону [2]. В статье приведены результаты расчета и рассмотрены варианты формирования характеристики направленности ответвителей с распределенной непрерывно слабой связью через ступенчатое окно, каждая ступенька которого выполнена по форме полупериода синусоиды.

Введем следующие обозначения:  $i$  — номер ступеньки;  $m$  — число ступенек;  $h_i$  — ширина  $i$ -й ступеньки;  $h$  — ширина окна связи;  $l_{0i}$  — длина  $i$ -й ступеньки;  $l_i$  — смещение  $i$ -й ступеньки относительно первой;  $l$  — длина окна связи;  $y$  — поперечная ко-

ордината;  $z$  — продольная координата (рис. 1). Каждая ступенька выполнена по форме полупериода синусоиды и площадь ее ограничена прямой линией

$$y_i = \sum_{j=1}^{i-1} h_j$$

и кривой

$$y_i(z) = y_i + h_i \sin \frac{\pi}{l_{oi}} (z - l_i),$$

$$l_i \leq z \leq l_i + l_{oi}.$$

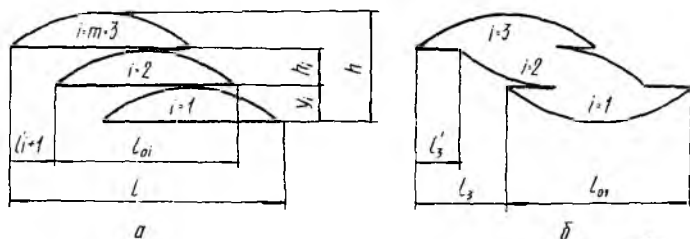


Рис. 1

Направленность вычисляется по формуле [2]

$$N = 20 \lg \left| \frac{F(\theta = 0)}{F(\theta \neq 0)} \right|, \quad (1)$$

где для ступенчатого окна

$$F(\theta \neq 0) = \sum_{i=1}^{i=m} F_i(\theta \neq 0); \quad (2)$$

$$F_i(\theta \neq 0) = h_i \int_{l_i}^{l_i+l_{oi}} \sin \frac{\pi}{l_{oi}} (z - l_i) \exp\left(i \frac{2\theta}{l} z\right) dz; \quad (3)$$

$\theta = 2\pi l / \lambda_B$  — электрическая длина окна связи;  $\lambda_B$  — длина волны в волноводе.

Результаты интегрирования имеют вид

$$F_i(\theta = 0) = \frac{2}{\pi} h_i l_{oi}; \quad (4)$$

$$F_i(\theta \neq 0) = \frac{\pi}{2} \frac{h_i l_{oi}}{1 - (\pi/2\theta_{oi})^2} \frac{\cos \theta_{oi}}{\theta_{oi}} \times \\ \times [\cos(2\theta_i + \theta_{oi} - \theta) + i \sin(2\theta_i + \theta_{oi} - \theta)]; \quad (5)$$

$$\theta_i = \frac{2\pi l_i}{\lambda_B}; \quad \theta_{oi} = \frac{2\pi l_{oi}}{\lambda_B}.$$

После подстановки (2)–(5) в (1) имеем

$$N = 20 \lg \left| \frac{\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^{i=m} h_i l_{0i}}{\sum_{i=1}^{i=m} \left(1 - (\pi/2\theta_{0i})^2\right)^2 \frac{h_i l_{0i} \cos \theta_{0i}}{\theta_{0i}} + 2 \sum_{i=1}^{i=m-1} \sum_{j=i+1}^{j=m} \frac{h_i l_{0i} \cos \theta_{0i}}{1 - (\pi/2\theta_{0i})^2} \frac{h_j l_{0j} \cos \theta_{0j}}{\theta_{0j}} \cos(2(\theta_i - \theta_j) + (\theta_{0i} - \theta_{0j}))} \right|^{1/2}.$$

Формула (6) справедлива при любых сочетаниях амплитудно-фазовых распределений, а при  $m=1$  из нее следует известное соотношение [2]

$$N = 20 \lg \left| \frac{1 - (2\theta_0/\pi)^2}{\cos \theta_0} \right|. \quad (7)$$

С учетом формул для расчета направленности решеток из сосредоточенных элементов [3] конечные выражения упрощаются. В частности, для равномерного амплитудного и равномерного фазового распределений формула (6) принимает вид

$$N = 20 \lg \left| \frac{m \sin \theta' [1 - (2\theta_0/\pi)^2]}{\sin(m\theta') \cos \theta_0} \right|. \quad (8)$$

Рассмотрим для примера формирование зависимости направленности от частоты путем сочетания биномиального амплитудного и равномерного фазового распределений. При выводе формулы (6) следует

$$N = 20 \lg \left| \frac{1 - (2\theta_0/\pi)^2}{\cos \theta_0 (\cos \theta')^{m-1}} \right|. \quad (9)$$

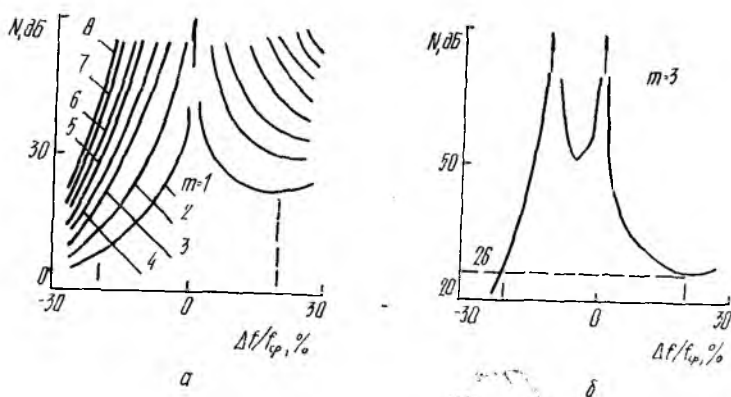


Рис. 2

Условие  $N \rightarrow \infty$  выполняется в точках  $l_0/\lambda_0 = 0,75 + (k/2)$ ,  $l'/\lambda_0 = (1 + 2k)/4$  ( $k=0, 1, 2, 3, \dots$ ). На рис. 2, а графики постро-

ны для  $l_0/\lambda_{в\text{ ср}}=0,75$ ,  $l'/\lambda_{в\text{ ср}}=0,25$ , т. е. оба максимума совмещены ( $\lambda_{в\text{ ср}}$  — длина волны в волноводе на средней частоте полосы  $\pm 20\%$ ). Характер кривых повторяет характер кривых для решеток из сосредоточенных элементов связи. Минимальные значения направленности достигаются на нижней частоте и для  $m=1, \dots, 8$  равны  $N_{\text{мин}}$  ( $m=1, \dots, 8$ )  $\approx 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43$  дБ. Если незначительно изменить длину ступеньки или смещение ступеньки относительно предыдущей, в области рабочих частот появится два максимума направленности. Равенство значений направленности на крайних частотах при биномиальном амплитудном и равномерном фазовом распределении обеспечивается выбором геометрических размеров, удовлетворяющих уравнению

$$\left| \frac{1 - (2\alpha_1)^2 \cos(\pi\alpha_2)}{1 - (2\alpha_2)^2 \cos(\pi\alpha_1)} \right| = \left| \frac{\cos(\pi\beta_1)}{\cos(\pi\beta_2)} \right|^{m-1}, \quad (10)$$

где  $q$  — коэффициент перекрытия;  $q = \lambda_{\text{макс}}/\lambda_{\text{мин}}$ ;

$$\alpha_i = \psi_i(q) \frac{l_0}{\lambda_{в\text{ ср}}}; \quad \beta_i = \psi_i(q) \frac{l'}{\lambda_{в\text{ ср}}}; \quad \psi_1(q) = \frac{4}{1+q}; \quad \psi_2(q) = q\psi_1(q).$$

На рис. 2, б приведен график для трехступенчатого окна. Первый максимум образован выбором  $l'/\lambda_{в\text{ ср}} \approx 0,31$ , второй — выбором  $l_0/\lambda_{в\text{ ср}}=0,75$ . Направленность увеличилась на 8 дБ. При  $l_0/\lambda_{в\text{ макс}}=0,75$ ,  $l'/\lambda_{в\text{ ср}}=0,25$   $N \rightarrow \infty$  в точках  $\Delta f/f_{\text{ср}} = -20; 0; 2,5\%$ . Значения  $N_{\text{мин}}$  находятся между первыми двумя максимумами:  $N_{\text{мин}}$  ( $m=1, \dots, 8$ )  $\approx 23, 32, 39, 46, 53, 59, 65, 71$  дБ. Это на 14... 15 дБ больше по сравнению с данными на рис. 2, а. Они могут быть увеличены выбором  $l'$ , обеспечивающим равенство  $N_{\text{мин}}$  в двух минимумах зависимости направленности от частоты. Аналогично минимизируется характеристика направленности при другом неравномерном амплитудном распределении, а также при равномерном амплитудном и неравномерном фазовом распределении.

Формула для расчета переходного ослабления ответвителя на прямоугольных волноводах со связью по общей узкой стенке через окно синусоидальной формы, закрытое металлической пленкой толщиной порядка скин-слоя, получена с использованием исходных данных работы [4] в виде

$$C = 20 \lg \frac{\mu_0 b a^3 \exp(d/\delta)}{\sqrt{2} \mu h l \lambda_b \delta}. \quad (11)$$

Здесь  $\mu_0, \mu$  — абсолютные магнитные проницаемости свободного пространства и пленки;  $b \times a$  — размеры поперечного сечения волновода ( $a > b$ );  $d$  — толщина пленки;  $\delta$  — глубина скин-слоя для материала пленки.

Из (11) следует, что при одинаковой длине ступенек необходимо амплитудное распределение реализуется выбором размеров  $h_i$ . Например, при чебышевском амплитудном и равномерном

фазовом распределении для  $q=2,2$ ,  $m=5$   $h_i/b=0,231$ ;  $0,637$ ;  $1,000$ ;  $0,637$ ;  $0,231$  [3],  $l_i/\lambda_b=(i-1)/4$ . Значение  $l_i$  определяют в соответствии с вариантом формирования зависимости направленности от частоты. Переходное ослабление обеспечивается выбором материала и толщины пленки, а также длины ступеньки  $l_0$ . Переходное ослабление можно рассчитать по формуле (11) для синусоидального окна с размерами  $h \times l_0$ , где  $\sum_{i=1}^{i=m} h_i$ .

Конструктивно окно связи удобно выполнить так, чтобы основания крайних ступенек были обращены во внутрь окна, а левые или правые половины других ступенек повернуты на  $180^\circ$  вокруг продольной оси ступеньки (рис. 1, б). Для связи по общей узкой стенке подобные повороты не приведут к изменению направленности.

В области связи ответвителей с непрерывно распределенной слабой связью, к числу которых относятся и рассматриваемые ответвители, возбуждается так называемая щелевая волна [5]. Наличие щелевой волны приводит к уменьшению направленности, особенно с уменьшением толщины металлической пленки, поэтому расчетное значение  $N_{\text{мин}}$  должно быть примерно на 10 дБ больше заданного уровня [1].

**Список литературы:** 1. *Белявцев В. Б., Середний В. П., Сосунов В. А.* Неэквидистантные волноводные ответвители с непрерывно распределенной слабой связью//Радиотехника и электроника. — 1982. — 27, № 10. — С. 1911—1915. 2. *Миллер С. Е.* Теория связанных волн и ее применение к волноводам//Волноводные линии передачи с малыми потерями/Под ред. В. Б. Штейншлейгера. — М., 1960. — С. 139—199. 3. *Сосунов В. А., Шибяев А. А.* Направленные ответвители сверхвысоких частот. — Саратов: Приволж. кн. изд.-во, 1964. — 134 с. 4. *Белявцев В. Б.* Расчет переходного ослабления ответвителей со связью через пленку толщиной порядка скин-слоя в общей стенке волноводов//Изв. вузов. Радиотехника. — 1976. — 19, № 2. — С. 100—102. 5. *Модель А. М.* Распространение электромагнитных волн в двух связанных волноводах различных сечений//Радиотехника. — 1966. — 21, № 3. — С. 31—37.

*Поступила в редколлегию 03.02.86*

УДК 537.312.62

*И. Н. БОНДАРЕНКО*, канд. техн. наук, *А. С. ГНЕСЬ*

### **СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ РЕЖЕКТОРНЫЙ ФИЛЬТР СВЧ-ДИАПАЗОНА**

Совершенствование характеристик полосовых и режекторных фильтров определяется в основном возможностью получения заданной добротности резонансных систем. При обычных температурах этот путь себя практически исчерпал. Использование сверхпроводящих резонансных систем, которые по добротности и эталонным качествам могут на несколько порядков превосходить обычные резонансные системы [1], приводит к качественному скачку в улучшении параметров устройств селекции и режекции.

Для коэффициента передачи  $T$  одиночного проходного резонатора можно записать

$$T = \frac{4Q_n^2}{Q_1 Q_2} \frac{1}{1 + Q_n^2 (2\Delta\omega/\omega_0)^2}, \quad (1)$$

где  $Q_n$  — нагруженная добротность резонатора;  $Q_1, Q_2$  — внешние добротности резонатора со стороны генератора и нагрузки соответственно;  $\Delta\omega$  — отклонение частоты сигнала от частоты резонатора  $\omega_0$ .

Учитывая, что  $Q_0 = Q_n(1 + \beta_1 + \beta_2)$ , где  $Q_0$  — собственная добротность резонатора;  $\beta_1 = Q_0/Q_1$ ,  $\beta_2 = Q_0/Q_2$  — коэффициенты связи резонатора с линией передачи со стороны генератора и нагрузки соответственно, выражение (1) можно представить в виде

$$T = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2} \frac{1}{1 + Q_n^2 (2\Delta\omega/\omega_0)^2}.$$

При этом переходное затухание резонатора (дБ)

$$L = 10 \lg \left\{ \frac{1 + \beta_1 + \beta_2}{4\beta_1\beta_2} \left[ 1 + Q_n^2 \left( \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}. \quad (2)$$

Из соотношения (2) видно, что переходное затухание резонансного проходного фильтра на одиночном объемном резонаторе уменьшается с повышением значения  $\beta$ , причем эта зависимость до  $\beta=2$  носит более крутой характер, чем в области  $\beta>2$ . В то же время с ростом  $\beta$  падает нагруженная добротность резонатора и расширяется полоса пропускаемых частот. Из соотношения (2) следует также, что сверхпроводящие резонаторы (СПР), обладающие высокими ( $10^6$ — $10^{10}$ ) собственными добротностями, позволяют значительно уменьшить переходное затухание и одновременно обеспечить значительно более узкую полосу пропускаемых частот, чем в случае применения несверхпроводящих резонаторов.

Подобный эффект может быть достигнут при использовании СПР в схемах режекторных фильтров СВЧ. Целью данной работы является разработка и исследование практической конструкции сверхпроводящего режекторного фильтра СВЧ-диапазона.

Затухание сигнала (дБ) в системе резонатор—согласованная нагрузка для проходного резонатора, к выходу которого подсоединена согласованная нагрузка, определяется согласно формуле [2]

$$L = 10 \lg \left\{ 1 - \frac{4\beta_1(1 + \beta_2)}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2} \frac{1}{[1 + Q_n^2 (2\Delta\omega/\omega_0)^2]} \right\}. \quad (3)$$

В такой системе затухание максимально при  $\beta_2 = \beta_1 - 1$ , т. е. необходимо, чтобы коэффициент связи резонатора по входу был не меньше единицы ( $\beta_1 \geq 1$ ). Для окончательного включения резонатора

$$L = 10 \lg \left\{ 1 - \frac{4\beta}{(1 + \beta)^2} \frac{1}{[1 + Q_n^2 (2\Delta\omega/\omega_0)^2]} \right\}. \quad (4)$$

Задаваясь значением  $Q_n \sim 10^7$  для СПР на частоте 10 ГГц, с помощью соотношения (4) можно установить следующее: затухание 3 дБ достигается в полосе частот около  $10^3$  Гц, а 60 дБ — в полосе порядка 2 Гц. При этом значение коэффициента связи  $\beta$  не должно отличаться от единицы более чем на  $\pm 1 \cdot 10^{-3}$ , что, естественно, достаточно сложная техническая задача.

Большинство режекторных фильтров СВЧ-диапазона имеют конструкцию, представляющую собой передающую линию, к которой подсоединены резонансные элементы, настроенные на частоту режектируемого сигнала. Для анализа работы и расчета таких фильтров пользуются эквивалентными схемами типа цепочки параллельно включенных последовательных резонансных контуров или цепочки последовательно соединенных параллельных контуров, подключенных друг к другу с помощью четвертьволновых соединительных линий [3]. Для анализа работы фильтра на единичном резонансном элементе достаточно рассмотреть один из соответствующих колебательных контуров.

Если колебательный контур не имеет активных потерь (идеальный случай), то фильтр на частоте настройки обладает бесконечным затуханием. Однако реальные контуры имеют потери и на резонансной частоте характеризуются активными сопротивлениями  $R_{к. рез} = Q_n \rho$  — для параллельного контура, и  $R_{к. рез} = \rho / Q_n$  для последовательного, где  $\rho$  — волновое сопротивление колебательного контура. Пользуясь приведенными соотношениями, эквивалентные схемы фильтра на резонансной частоте можно представить в виде последовательно или параллельно соединенных сопротивлений. При согласовании с источником сигнала затухание на резонансной частоте оценим соотношением

$$L = 10 \lg \left( 1 + \frac{Q_n \rho}{R_n} \right); \quad L = 10 \lg \left( 1 + \frac{R_n Q_n}{\rho} \right), \quad (5)$$

где  $R_n$  — сопротивление нагрузки. Видно, что значение  $Q_n$  определяющее в достижении максимальной режекции.

Конструктивно режекторный фильтр на одиночном резонаторе может выполняться на основе волноводного тройника *E*- или *H*-типа, к симметричному плечу которого подключен отделенный от двух других плеч элементом связи (например, диафрагмой) объемный резонатор. В работе [2] показано, что наиболее полно свойства одиночного объемного резонатора при его оконечном включении используются в схемах режекторных фильтров с амплитудно-фазовой компенсацией.

Блок-схема такого фильтра показана на рис. 1. Здесь 1 — ферритовый циркулятор; 2 — фазовращатель; 3 — устройство связи; 4 — резонатор. Сигнал, поступающий на вход схемы, попадает в плечо I ферритового циркулятора. Большая часть сигнала через фазовращатель и устройство связи приходит на вход резонатора, от которого затем отражается и возвращается через устройство связи и фазовращатель в плечо II, а затем — в плечо III и на выход схемы. Ввиду неидеальности характеристик реальных фер-

ритовых циркуляторов часть сигнала с выхода фильтра просачивается непосредственно из плеча I в плечо III и оказывается на выходе устройства. Для массовых образцов ферритовых циркуляторов эта величина на 20 дБ меньше сигнала на входе. Подбирая с помощью фазовращателя и устройства связи фазу и ам-

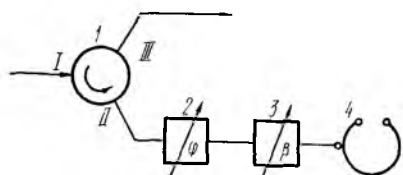


Рис. 1

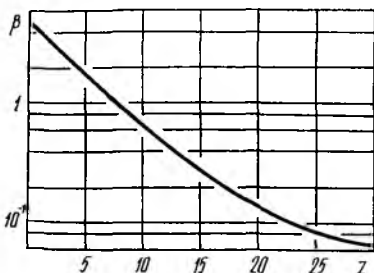


Рис. 2

плитуду сигнала, отраженного от резонатора, можно создать условия, когда на выходе фильтра будет осуществляться полная компенсация нежелательного сигнала на резонансной частоте резонатора, прошедшего непосредственно с его входа на выход. Потери полезного сигнала при этом будут не более 0,04 дБ [2].

Экспериментально исследовалась схема режекторного СВЧ-фильтра с СПР, представленная на рис. 1. Один из наиболее важных элементов схемы — регулируемое устройство связи со сверхпроводящим резонатором, которое обычно выполняется на основе запердельных волноводов. При использовании коаксиальных линий связи регулируемый элемент представляет собой отрезок запердельного круглого волновода, один конец которого соединен с резонатором через отверстие связи, а в другой вставляется перемещаемая коаксиальная линия. В таких устройствах, однако, необходимо постоянно обеспечивать хороший омический контакт наружного проводника коаксиальной линии с поверхностью запердельного волновода во избежание нежелательных трудноучитываемых рассогласований в линии связи, что технически довольно сложно осуществить. При волноводных линиях связи применяются регулярные или нерегулярные запердельные волноводы, внутри которых перемещается диэлектрическая вставка, позволяющая плавно изменять степень запердельности, а соответственно и связь с резонатором [4]. При таких регулируемых связях отпадает необходимость в обеспечении электрических контактов каких-либо проводящих поверхностей, однако указанные элементы связи узкополосны и могут эффективно использоваться только с узкополосными устройствами. Устройство связи, применявшееся при выполнении данной работы, представляло собой нерегулярный запердельный волновод прямоугольного сечения, по которому перемещалась фторопластовая вставка. Коэффици-

ент связи с резонатором в этом случае можно оценить с помощью соотношения [4]

$$\beta = C \exp\left(-\frac{8\pi z}{\lambda + 2a'} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda + 2a'}{2\lambda}\right)^2}\right), \quad (6)$$

где  $C$  — коэффициент связи, определяемый размерами отверстия в диафрагме между волноводом и резонатором;  $\lambda$  — рабочая длина волны;  $a'$  — размер широкой стенки волновода в конце

запредельного участка;  $z$  — длина запредельного участка волновода. Соотношение (6) справедливо, если диэлектрическая вставка выведена из запредельного волновода.

Использовался волновод, у которого  $z=30$  мм,  $a'=14$  мм. Рабочая длина волны  $\lambda \sim 32$  мм,  $C=5$ . На рис. 2 дана зависимость  $\beta$  от положения вставки в запредельном волноводе. Из графика видно, что в области  $\beta \sim 1$  изменение коэффициента связи  $\pm 0,05$  может быть достигнуто перемещением диэлектрика на 0,25 мм. Если нерегулярный волновод будет иметь слабую

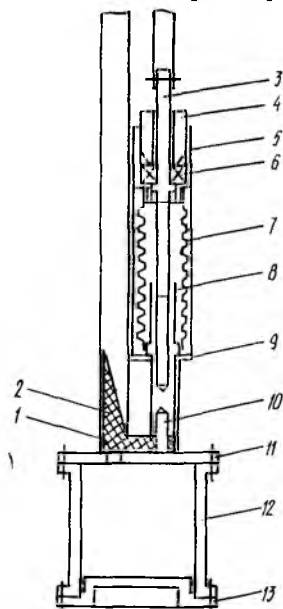


Рис. 3

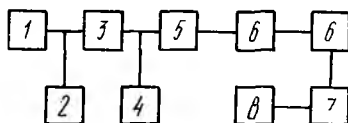


Рис. 4

запредельность, то с помощью такого устройства можно обеспечить очень плавную перестройку коэффициента связи, значение которого устанавливается с точностью не хуже  $\pm 1 \cdot 10^{-3}$ .

При конструировании низкотемпературного механизма регулируемого элемента связи с СПР особое внимание обращалось на сохранение герметичности объема СПР и обеспечение эффективного охлаждения всех рабочих узлов. Конструкция СПР с устройством регулирования связи изображена на рис. 3. Здесь 1 — прямоугольный волновод, заканчивающийся плавным переходом и запредельным отрезком волновода; 2 — диэлектрический вкладыш из фторопласта; 3 — винт перестройки связи; 4 — прижимная гайка; 5 — втулка; 6 — подшипник; 7 — сильфон; 8 — штырь перестройки связи; 9 — корпус механизма перестройки связи; 10 — винт; 11 — верхняя крышка СПР с отверстием связи; 12 — цилиндрическая часть резонатора; 13 — нижняя торцовая крышка СПР с четвертьволновым выступом для подавления вида колебаний  $E_{111}$ .

При вращении винта 3 с помощью ручки перестройки, расположенной в тепловой зоне, происходит перемещение штыря 8 и соответственно соединенного с ним винтом 10 диэлектрического вкладыша 2 в запредельной части волновода 1. Диэлектрический вкладыш передвигается через узкую щель в середине широкой стенки запредельного волновода. Защита рабочих поверхностей СПР от воздействия окружающей среды осуществляется герметичным соединением частей резонатора с помощью индиевого уплотнения и пайкой волновода 1 к крышке резонатора 11, корпуса 9—к волноводу 1 и крышке 11, втулки 5—к корпусу 9, сифона 7—к втулке 5 и штырю 8. Частота СПР перестраивается сверхпроводящим штырем, вводимым в полость резонатора устройством, аналогичным описанному выше. Для уменьшения теплопритоков в ванну жидкого гелия волновод выполнялся из тонкостенной нейзильберовой трубки, а соединение ручек перестройки частоты и связи с винтами перестройки производилось тонкостенными трубками из нержавеющей стали.

Детали резонатора вытачивались из меди, рабочие поверхности притирались, полировались и покрывались слоем свинца толщиной 1 мкм электролитическим методом. Резонансный объем цилиндрического СПР имел размеры  $42 \times 42$  мм. Резонатор возбуждался на виде колебаний  $H_{011}$  и имел в охлажденном до 4,2 К состоянии резонансную частоту 9450 МГц при нагруженной добротности ( $\beta \sim 1$ )  $\sim 3 \cdot 10^6$ . С помощью сверхпроводящего штыря частоту можно было перестраивать в пределах  $\pm 10$  МГц при сохранении добротности.

Исследование характеристик режекторного фильтра с СПР проводилось с помощью измерительной установки, блок-схема которой представлена на рис. 4. Измерения выполнялись следующим образом. Сигнал высокостабильного перестраиваемого СВЧ-генератора, в качестве которого используется стабилизированный СПР отражательный клистрон с относительной нестабильностью частоты около  $10^{-10}$  и выходной мощностью порядка 30 мВт, подается на вход схемы режекторного фильтра 5. Схема фильтра с помощью устройства регулирования связи с резонатором настраивается так, чтобы сигнал, проходящий через фильтр на резонансной частоте резонатора, был минимальным. Индикация амплитуды сигнала осуществляется измерительным приемником 7 типа П5-10 с подсоединенным к нему осциллографом 8 типа С1-48Б. Затем СПР фильтра отстраивается на 5—10 МГц, и посредством калиброванных аттенуаторов 6 типа ДЗ-33А устанавливается уровень сигнала на входе измерительного приемника, равный уровню сигнала при совпадении частоты генератора с частотой настройки фильтра. Разность показаний калиброванных аттенуаторов 6 по сравнению с их начальными значениями дает значение глубины режекции. Полосы режекции определяются путем уменьшения затухания, вносимого аттенуатором 6 на заданное значение, и последующим измерением частот перестраиваемого генератора 1, на которых сигнал становится равным на-

чальному значению, с помощью электронно-счетного частотомера 2 типа ЧО-7. Атенюатор 3 и индикатор мощности 4 используются для первоначальной калибровки схемы.

Поскольку фильтр с СПР представляет собой довольно узкополосное устройство, для предварительного сопряжения частот применялась следующая методика. На отражатель клистрона, стабилизированного СПР, включенным на проход, подавался сигнал пилообразного напряжения с выхода осциллографа. При этом на экране осциллографа можно было наблюдать зону затягивания частоты отражательного клистрона стабилизирующим СПР, ширина которой зависит от добротности и связи с резонатором и составляет несколько килогерц. Изменяя частоту стабилизирующего резонатора и резонатора фильтра, можно добиться появления на зоне затягивания отметки, огибающая которой соответствует амплитудно-частотной характеристике режекторного фильтра.

Были измерены полосы режекции  $2-3 \cdot 10^3$ ,  $1,5 \cdot 10^2$ , 16 и 8 Гц при значениях режекции 3, 30, 50 и 60 дБ соответственно. Полученные экспериментально значения хорошо согласуются с оценками, даваемыми соотношением (4) при данной добротности. Определить значение глубины режекции на резонансной частоте СПР фильтра оказалось сложно ввиду трудности фиксации частоты генератора на частоте настройки фильтра. Однако в пределах полосы частот, соответствующей нестабильности частоты измерительного генератора, за время измерений (10—15 с) удалось установить, что глубина режекции не хуже 80—90 дБ. Полученный уровень затухания к тому же находится на пределе чувствительности имевшейся измерительной аппаратуры.

Измерения также показали, что относительное изменение частоты настройки фильтра составляет около  $10^{-9}$  за сутки. Это изменение частоты, по-видимому, связано с перераспределением температуры в криостате по мере выкипания жидкого гелия и может быть уменьшено изменением конструкции криостата.

**Список литературы:** 1. Менде Ф. Ф., Бондаренко И. Н., Трубицын А. В. Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы. — К.: Наук. думка, 1976. — 272 с. 2. Бондаренко И. Н., Гнесь А. С., Покусай В. В. Режекторные фильтры СВЧ с амплитудно-фазовой компенсацией//Радиотехника. — 1984. — Вып. 71. — С. 104—108, 3. Матгей Д. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи/Пер. с англ. — М.: Связь, 1972. — Т. 2. — 495 с. 4. Бондаренко И. Н., Гнесь Н. О., Гнесь А. С. Регулируемые элементы связи на основе запердельных волноводов//Радиотехника. — 1986. — Вып. 76. — С. 114—119.

*Поступила в редколлегию 27.01.86*

В. В. МОВЧАН, В. И. МОЛЯВКО, канд. физ.-мат. наук

## К РАСЧЕТУ ДИСПЕРСИОННЫХ СВОЙСТВ БУГЕЛЬНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Бугельные замедляющие системы находят широкое применение в приборах типа М. Основной особенностью их геометрии является неоднородность в поперечном сечении (рис. 1). Это за-

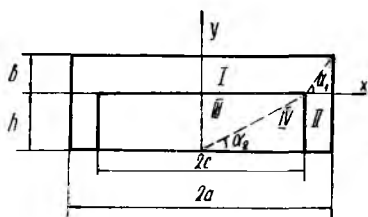


Рис. 1

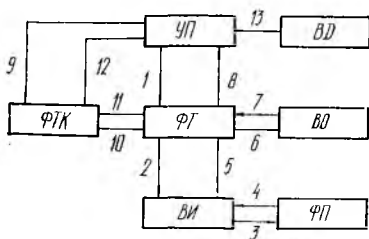


Рис. 2

трудняет строгий электродинамический анализ распространения волн, так как исключаются традиционные одномерные приближения.

Расчет дисперсионных свойств бугельных замедляющих систем производится на основе методов эквивалентных схем, многопроводных линий [1; 2]. Реальная система заменяется некоторой эквивалентной штыревой или лестничной структурой, что не позволяет в полной мере выяснить ее особенности. В настоящем сообщении предлагается методика расчета в более строгой электродинамической постановке. Оценивается ее эффективность.

Построение математической модели, в полной мере отражающей основные свойства бугельных замедляющих систем, применяемых на практике, не представляется возможным. Для оценки эффективности рассматриваемой методики используется упрощенная модель, соответствующая реальным системам при некоторых ограничениях. Задача решается в длинноволновом приближении для основной пространственной гармоники без учета волноводных видов колебаний. Это означает, что поперечные размеры проводников, образующих бугель, не учитываются и рассматривается распространение только медленных поверхностных волн. Такая модель соответствует реальной структуре с периодом и поперечными размерами, значительно меньшими длины волны.

Как следует из рис. 1, система симметрична относительно оси  $y$ . Следовательно, решение может быть проведено для положительных значений координаты  $x$ . Задача решается методом частичных областей. Области на рисунке пронумерованы римскими цифрами, границы между ними обозначены пунктирными линиями.

Предлагаемый способ разделения на частичные области (в отличие от традиционного, когда граничные поверхности совпадают с характерными поверхностями системы) более естественен для данной системы и удобен тем, что их количество уменьшается и исключается необходимость решения проблемы задания полей в угловых областях.

С учетом изложенных приближений поля в частичных областях могут быть определены посредством следующих векторов Герца для четырех областей:

$$I \quad \vec{\Pi}_{1m}^e = T_{1m}^e(kx) \frac{\text{sh}}{\text{ch}} \gamma(b-y) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z;$$

$$II \quad \vec{\Pi}_{2m}^e = A_{2m}^e \frac{\text{sh}}{\text{ch}} \gamma(a-x) \frac{\sin}{\cos} k(y+h) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z;$$

$$III \quad \vec{\Pi}_{3m}^e = T_{3m}^e(kx) \frac{\text{sh}}{\text{ch}} \gamma(y+h) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z;$$

$$IV \quad \vec{\Pi}_{4m}^e = \Gamma_{4m}^e(\gamma x) \frac{\sin}{\cos} k(y+h) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z.$$

В этих уравнениях

$$T_m^e(kx) = A_m^e \sin kx + B_m^e \cos kx;$$

$$\Gamma_m^e(\gamma x) = A_m^e \text{sh } \gamma x + B_m^e \text{ch } \gamma x;$$

цифровые индексы (в последних двух уравнениях опущены) обозначают номера соответствующих областей;  $A_m^e$ ,  $B_m^e$  — постоянные интегрирования;  $k$  — постоянная распространения электромагнитной волны в свободном пространстве,  $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ ;

$\gamma$  — постоянная распространения поверхностной волны,  $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ ;

$\lambda_g$  — ее длина;  $\vec{j}_z$  — единичный вектор, направленный вдоль координат оси  $z$ .

В силу длинноволновых приближений в областях I, III вдоль координаты  $x$  и II, IV вдоль координаты  $y$  электромагнитное поле может быть представлено в виде  $T$ -волн, что приводит к простым соотношениям между постоянными интегрирования.

Традиционный аналитический метод вывода дисперсионного уравнения сводится к определению условий совместимости системы уравнений, полученной на основе граничных условий. Определение корней дисперсионного уравнения, как правило, трансцендентного, производится численными методами с применением быстродействующих ЭВМ. В данном случае задача усложняется, так как непараллельность граничных и координатных плоскостей приводит к необходимости усреднения полей на границах, что связано с вычислением интегралов, не разрешаемых аналитиче-

скими методами. В связи с этим рационально поручить ЭВМ не только вычисление корней дисперсионного уравнения, но и большую часть процесса его вывода.

Исходные уравнения определяются условиями непрерывности тангенциальных составляющих полей на границах частичных областей. Границы раздела областей задаются такими уравнениями (см. рис. 1): I, II— $y = (x - c) \operatorname{tg} \alpha_1$ ; III, IV— $y = x \operatorname{tg} \alpha_2 - h$ ; II, IV— $x = c$ ; I, III— $y = 0$ . Следовательно, исходная система уравнений записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \int_c^a E_{1z} dx &= \int_c^a E_{2z} dx \\ \int_c^a H_{1z} dx &= \int_c^a H_{2z} dx \end{aligned} \right|_{y=(x-c)\operatorname{tg}\alpha_1};$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^c E_{3z} dx &= \int_0^c E_{4z} dx, \\ \int_0^c H_{3z} dx &= \int_0^c H_{4z} dx, \\ \int_0^c E_{3y} \operatorname{tg} \alpha_2 dx &= \int_0^c E_{4x} dx \end{aligned} \right|_{y=x\operatorname{tg}\alpha_2-h};$$

$$\int_{-h}^0 E_{2z} dy = \int_{-h}^0 E_{4z} dy \Big|_{x=c}; \quad \int_0^c E_{1z} dx = \int_0^c E_{3z} dx \Big|_{y=0}.$$

Эта система позволяет получить дисперсионное уравнение  $[F_1(1 - \cos kc) + F_2 \sin kc] D \operatorname{sh} \gamma b = [D_1(1 - \cos kc) + D_2 \sin kc] F_3 \operatorname{sh} \gamma h$ , в котором функции  $F_1, F_2, F_3$  определяются выражениями

$$F_1 = \frac{A_{12} B_{21} - A_{22} B_{11}}{A_{11} B_{21} + A_{21} B_{11}}; \quad F_2 = \frac{A_{12} B_{11} + A_{22} A_{11}}{B_{11} A_{21} + B_{21} A_{11}}.$$

Здесь

$$B_{11} = \int_c^a \frac{\sin}{\cos} kx \operatorname{sh} [\gamma(p - x \operatorname{tg} \alpha_1)] dx;$$

$$B_{21} = \int_c^a \frac{\cos}{\sin} kx \operatorname{ch} [\gamma(p - x \operatorname{tg} \alpha_1)] dx;$$

$$A_{12} = \int_c^a \frac{\sin}{\cos} [k(r + x \operatorname{tg} \alpha_1)] \operatorname{sh} \gamma(a - x) dx; \quad p = b + \operatorname{ctg} \alpha_1;$$

$$r = h - \operatorname{ctg} \alpha_1; \quad F_3 = \frac{\operatorname{sh} \gamma(a - c)}{\frac{D_3}{D} \operatorname{sh} \gamma c + \operatorname{ch} \gamma c};$$

$D, D_1, D_2, D_3$  — составленные по правилу Крамера определители системы уравнений

$$A_{3e}A_{I_{33}} + B_{3e}B_{I_{33}} - A_{4e}A_{I_{34}} = B_{4e}B_{I_{34}};$$

$$A_{3e}A_{I_{43}} + B_{3e}B_{I_{43}} - A_{4e}A_{I_{44}} = B_{4e}B_{I_{44}};$$

$$A_{3e}A_{I_{53}} \operatorname{tg} \alpha_2 + B_{3e}B_{I_{53}} \operatorname{tg} \alpha_2 - A_{4e}A_{I_{54}} = B_{4e}B_{I_{54}},$$

где

$$\frac{A}{B} I_{33} = \int_0^c \frac{\sin}{\cos} kx \operatorname{sh}(\gamma x \operatorname{tg} \alpha_2) dx; \quad \frac{A}{B} I_{34} = \int_0^c \sin(kx \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{\operatorname{sh}}{\operatorname{ch}} \gamma x dx;$$

$$\frac{A}{B} I_{43} = \int_0^c \frac{\cos}{\sin} kx \operatorname{ch}(\gamma x \operatorname{tg} \alpha_2) dx;$$

$$\frac{A}{B} I_{44} = \int_0^c \cos(kx \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{\operatorname{sh}}{\operatorname{ch}} \gamma x dx; \quad \frac{A}{B} I_{53} = \frac{B}{A} I_{43}, \quad \frac{A}{B} I_{54} = \frac{B}{A} I_{34}.$$

На рис. 2 показан процесс вычисления на ЭВМ корней дисперсионного уравнения. Цифрами и стрелками обозначена последовательность вычислений. Управляющая программа УП формирует массивы исходных данных, результатов, осуществляет их контроль, организует процесс вычислений. Подпрограмма ФТ организует вычисление функций, входящих в дисперсионное уравнение. Подпрограмма ВУ вычисляет интегралы по методу Симпсона, ФП — подынтегральные функции. После вычисления интегралов ФТ передает управление встроенной машинной программе ВО для вычисления определителей. Далее управляющая программа передает информацию подпрограмме ФТК для вычисления корней дисперсионного уравнения методом секущих с автоматическим выбором шага. Результаты вычислений накапливаются в массивах управляющей программы, которая организует их печать и построение дисперсных кривых при помощи подпрограммы ВД.

Реализация рассмотренного алгоритма вычисления дисперсии бугельной замедляющей системы на ЭВМ ЕС-1050 показала, что процесс вычислений связан с большими затратами машинного времени. Это объясняется несовершенством имеющихся программ поиска корней трансцендентных уравнений. Кроме того, решение подобных задач требует, очевидно, более рационального сочетания аналитических и численных методов.

**Список литературы:** 1. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. — М.: Сов. радио, 1966. — 631 с. 2. Старостенко В. В. Исследование характеристик бугельной замедляющей системы // Радиотехника. — 1984. — Вып. 69. — С. 84—86.

Поступила в редколлегию 20.03.86

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Симовская С. Ф., Сахновский Е. З.</i> Ортогональный фильтр Лагерра с параллельно-последовательной схемой его реализации	3
<i>Пресняков И. Н., Руденко О. Г., Сытник О. В.</i> Адаптивная система для подавления помех в условиях априорной неопределенности	6
<i>Письменецкий В. А., Савченко И. С., Яшков О. В.</i> Простая аппаратурная модель сигналов спектроанализатора	13
<i>Теряев Б. Г.</i> Отношение сигнал-помеха на выходе различных типов устройств синхронизации квазикогерентных демодуляторов ФМ-сигналов при наличии межсимвольных помех в канале	17
<i>Малофеев О. П., Тупкало В. Н., Камыш А. В.</i> О повышении помехоустойчивости приема в системах радиосвязи	23
<i>Бавыкина В. В., Коваль Ю. А., Кащеев Б. Л., Дудник Б. С.</i> Потенциальная точность фиксации временного положения импульсных радиосигналов с учетом требований к уровню допустимых внеполосных излучений	27
<i>Иванов М. А., Макаренко Б. И., Просунко О. Н.</i> Адаптивный метод повышения эффективности функционирования СВЧ-систем синхронизации высокоскоростных линий связи	34
<i>Вакуленко В. Д.</i> Инженерная методика оценки нелинейных искажений в радиоприемном тракте с помощью точки пересечения	40
<i>Кащеев С. Б.</i> Особенности селекции эхо-сигналов на фоне узкополосных помех в системах ближней радиолокации	46
<i>Волосюк В. К.</i> Оптимизация радиолокационного картографирования высоты рельефа поверхности	50
<i>Любчик Л. М., Мазманшвили А. С.</i> Статистика интегральных функций, содержащих квадратичные формы от компонент гармонического стохастического процесса	54
<i>Гостев В. И., Лысоволик А. Ю.</i> Численный метод расчета основных характеристик системы АРУ	62
<i>Антюфеев В. И., Султанов А. С., Кулаков В. А.</i> Оптимальная оценка антенной температуры модуляционным методом при нестабильном коэффициенте усиления радиометра	70
<i>Бондаренко В. Н., Мисюра В. А., Федоренко В. Н., Цымбал А. М.</i> Статистические характеристики мерцаний радиосигналов УКВ-диапазона на высоких широтах	76
<i>Бабкин С. И., Куценко В. И., Максимова Н. Г., Панченко А. Ю., Прошкин Е. Г., Ульянов Ю. Н.</i> Оценка погрешности двух методов радиоакустического температурного зондирования атмосферы. <i>Сообщение 1.</i> Разработка эксперимента	78
<i>Козарь А. И., Хижняк Н. А.</i> Резонансное рассеяние электромагнитных волн на двух сферах в волноводе	84
<i>Звягинцев А. А., Батраков Д. О.</i> Численный анализ поляризационных свойств полей, рассеянных импедансными цилиндрическими поверхностями	92
<i>Ефанов И. М., Жук Н. П., Петленко В. А.</i> Распределение тока вдоль проводящего вибратора в плоскостной среде	97
<i>Коробченко Н. А.</i> Внутренняя проводимость нерезонансной наклонной щели на узкой стенке прямоугольного волновода	102
<i>Нешмонин П. В., Тиховский В. Ю.</i> Автоматизированное проектирование систем связанных прямоугольных резонаторов, содержащих токонесущие элементы. <i>Сообщение 1.</i>	110
<i>Покарский С. А., Сапрыкин И. И., Петьков Г. М., Полуяненко А. П.</i> Синтез направленного ответвителя со слабой связью на основе многомодовой линии передачи	116
<i>Белявцев В. Б.</i> Направленность волноводных ответвителей со связью через закрытое металлической пленкой ступенчатое окно с синусоидальными ступеньками	120
<i>Бондаренко И. Н., Гнесь А. С.</i> Сверхпроводящий режекторный фильтр СВЧ-диапазона	124
<i>Мовчан В. В., Моляков В. И.</i> К расчету дисперсионных свойств бугельных замедляющих систем	131

*СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ*

**РАДИОТЕХНИКА**

Выпуск 82

Редактор *Н. А. Парфенова*  
Художественный редактор *Т. П. Короленко*  
Технический редактор *Л. Т. Ена*  
Корректор *А. Г. Долгова*

Информ. бланк № 11643

Сдано в набор 06.01.87. Подп. в печать 20.05.87. БЦ 09825. Формат 60×90/16.  
Бумага типогр. № 1. Лит. гарн. Выс. печать. Усл. печ. л. 9. Усл. кр.-отт. 9,25.  
Уч.-изд. л. 10. Тираж 1000 экз. Изд. № 1535. Зак. 15. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вища школа», 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

Харьковская городская типография № 16  
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

## РЕФЕРАТЫ

УДК 621.372

**Ортогональный фильтр Лагерра с параллельно-последовательной схемой его реализации/С. Ф. Симовская, Е. З. Сахновский//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 3—6.**

Рассмотрен ортогональный фильтр Лагерра, содержащий  $n$  ячеек из последовательно соединенных резистора и операционного усилителя с отрицательной обратной связью, и последовательность из  $n-1$  суммирующих усилителей. Показано, что параллельно-последовательное построение схемы фильтра Лагерра позволяет повысить точность формирования выходных сигналов в результате уменьшения искажений его импульсных характеристик.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396

**Адаптивная система для подавления помех в условиях априорной неопределенности/И. Н. Пресняков, О. Г. Руденко, О. В. Сытник//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 6—12.**

Рассмотрена управляемая адаптация антенная система, предназначенная для подавления шумоподобных помех, действующих в области боковых лепестков. Предложенный алгоритм адаптации позволяет оценивать вектор весовых коэффициентов антенной решетки и формировать диаграмму направленности антенны в реальном масштабе времени. Основой алгоритма является рекуррентная процедура с оптимальным значением константы сходимости для каждого шага адаптации. Результаты аналитического исследования адаптивной системы подтверждены моделированием на ЭВМ.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.391

**Простая аппаратная модель сигналов спектроанализатора/В. А. Письменецкий, И. С. Савченко, О. В. Яшков//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 13—17.**

Предложена простая функция, моделирующая сигналы и спектры, соответствующие реальным процессам в физическом эксперименте. Модель позволяет оценить необходимые требования к метрологическим параметрам анализаторов спектра. Проведено моделирование огибающих спектров различных процессов в физических условиях.

Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.396

**Отношение сигнал-помеха на выходе различных типов устройств синхронизации квазикогерентных демодуляторов ФМ-сигналов при наличии межсимвольных помех в канале/Б. Г. Теряев//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 17—23.**

Определены выражения отношения сигнал-помеха на выходе устройств синхронизации широко применяемых в высокоскоростных, квазикогерентных демодуляторах ФМ-сигналов при наличии на их входе искаженного межсимвольной помехой сигнала и аддитивного шума.

Табл. 4. Библиогр.: 5 назв.

**О повышении помехоустойчивости приема в системах радиосвязи/О. П. Малюфей, В. Н. Тупкало, А. В. Камыш//Радиотехника.—1987.—Вып. 82.—С. 23—27.**

Рассмотрен ряд алгоритмов первичной обработки сигналов, передаваемых по каналам радиосвязи с ухудшенными вероятностными характеристиками. Проведен сравнительный анализ известного и разработанного способов обработки сигналов с учетом сигналов стирания, который позволяет улучшить вероятностно-временные характеристики симплексных систем радиосвязи.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

**Потенциальная точность фиксации временного положения импульсных радиосигналов с учетом требований к уровню допустимых внеполосных излучений/В. В. Бавыкина, Ю. А. Коваль, Б. Л. Кашеев, Б. С. Дудник//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 27—34.**

Рассмотрена среднеквадратическая погрешность определения временного положения радиосигналов с различными формами огибающих в условиях нормированного излучения в заданной полосе частот. Учтено влияние на точность измерения ограничения полосы пропускания оптимального приемного устройства полосой частот, занимаемой излучением передатчика. Проведен анализ радиосигналов с постоянной энергией и постоянной пиковой мощностью.

Табл. 4. Библиогр.: 5 назв.

**Адаптивный метод повышения эффективности функционирования СВЧ-систем синхронизации высокоскоростных линий связи/М. А. Иванов, Б. И. Макаренко, О. Н. Просунко//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82.—С. 34—39.**

Предложен адаптивный алгоритм синхронизации СВЧ-радиосистем по информационному сигналу. Синтезирована реализующая данный алгоритм самоорганизующая схема системы синхронизации. Применение разработанного адаптивного метода позволяет ускорить входение в связь без снижения при этом точности синхронизации и без введения избыточности по энергетике синхронизатора.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

**Инженерная методика оценки нелинейных искажений в радиоприемном тракте с помощью точки пересечения/В. Д. Вакуленко//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 40—46.**

Изложена методика оценки нелинейности радиоприемного тракта во всех его сечениях с помощью точки пересечения. Совокупность параметров нелинейности во всех сечениях наглядно отражает уменьшение динамического диапазона от сечения к сечению по мере прохождения помех по тракту. Представлены графики, позволяющие производить такой анализ, а также связывающие точку пересечения с параметрами нелинейности по другим критериям.

Табл. 1. Ил. 6. Библиогр.: 5 назв.

**Особенности селекции эхо-сигналов на фоне узкополосных помех в системах ближней радиолокации/С. Б. Кашеев//Радиотехника.—1987.—Вып. 82.—С. 46—50.**

Рассмотрено воздействие узкополосной помехи на гребенчатые фильтры различной схемной реализации. Получены соотношения сигнал-помеха на их

выходе. Показана необходимость учета дистанционной зависимости мощности отражений от поверхностно распределенных целей на точность измерений их характеристик при расстояниях, соизмеримых с шириной лепестка функции неопределенности зондирующего сигнала.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396

**Оптимизация радиолокационного картографирования высоты рельефа поверхности/В. К. Волосюк//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82.— С. 50—53.**

На основе метода максимума функционала правдоподобия получены интегральные уравнения для оценки высоты рельефа поверхности и указаны основные операции, которые должны выполняться при решении задачи ее оптимального картографирования. Показано, что при использовании плоских раскрывов выходной эффект системы формируется путем последовательного применения операций синтеза апертур и пространственного преобразования Фурье.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.39.519.27

**Статистика интегральных функционалов, содержащих квадратичные формы от компонент гармонического стохастического процесса/Л. М. Лубчик А. С. Мазманишвили//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 54—62.**

На основе уравнения движения для затухания стохастического осциллятора построены функционалы от квадратичных форм стохастического гармонического процесса. Получены условные и безусловные аналитические выражения для производящей функции таких функционалов, тем самым описана статистическая структура флуктуаций диссипативных потерь энергии в колебательной контуре. Приведены результаты численных расчетов, иллюстрирующих влияние начальных условий и процесса перехода к равновесному распределению.

Ил. 4. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.396

**Численный метод расчета основных характеристик систем АРУ/В. И. Гостев, А. Ю. Лысоволик//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 62—69.**

Изложен численный метод расчета основных динамических характеристик систем АРУ при входных сигналах с гармоническими огибающими. Приведен пример расчета основных характеристик конкретной системы АРУ. Метод справедлив при любых нелинейных регулировочных характеристиках, весовых функциях фильтра АРУ, различных задержках. Метод не накладывает ограничений на амплитуду, коэффициент модуляции и частоту входного сигнала.

Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.391

**Оптимальная оценка антенной температуры модуляционным методом при нестабильном коэффициенте усиления радиометра/В. И. Антюфеев, А. С. Султанов, В. А. Кулаков//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82.— С. 70—76.**

Методом максимума апостериорной плотности вероятности синтезирована структура и оценена потенциальная чувствительность радиометра, оптимального в классе модуляционных приемников слабых шумовых сигналов. Полученная схема занимает промежуточное положение между классической модуляционной и компенсационной, причем в предельных случаях сводится к последней.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.391

**Статистические характеристики мерцаний радиосигналов УКВ-диапазона на высоких широтах/В. Н. Бондаренко, В. А. Мисюра, В. Н. Федоренко, А. М. Цымбал//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 76—78.**

Представлены результаты исследований статистических характеристик мерцаний радиосигналов на высоких широтах. Для определения этих характеристик использовались регистрации амплитуды и разности фаз сигналов искусственных спутников Земли (ИСЗ) «Транзит». Приведены данные о величинах интервалов временной и пространственной корреляции флюктуаций амплитуды и разности фаз, а также коэффициента взаимной корреляции амплитуды сигналов разной поляризации.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.371

**Оценка погрешностей двух методик радиоакустического температурного зондирования атмосферы. Сообщение 1. Разработка эксперимента/С. И. Бабкин, В. И. Куценко, Н. Г. Максимова и др.//Радиотехника. — 1987.— Вып. 82. — С. 78—83.**

Описаны методики радиоакустического температурного зондирования с подстройкой под условие Брэгга и без подстройки. Приведены алгоритмы накопления и обработки данных зондирования на специализированном вычислительном устройстве «Электроника ДЗ-28». Описан состав аппаратуры радиоакустического зондирования, привлеченной к натурному эксперименту. Оценена инструментальная погрешность измерений температуры.

Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.372

**Резонансное рассеяние электромагнитных волн на двух сферах в волноводе/А. И. Козарь, Н. А. Хижняк//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 84—92.**

Рассмотрена задача о рассеянии электромагнитных волн на двух малых сферах в прямоугольном волноводе, находящихся на расстоянии, меньшем длины волны. Задача решена с помощью интегродифференциальных уравнений и метода изображений. Получены выражения для рассеянных полей.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 537.87

**Численный анализ поляризационных свойств полей, рассеянных импедансными цилиндрическими поверхностями/А. А. Звягинцев, Д. О. Батраков//Радиотехника.— 1987. — Вып. 82. — С. 92—96.**

На основе представления числами на двойной комплексной плоскости состояния поляризационной структуры электромагнитного поля изучено взаимодействие эллиптически поляризованных волн с криволинейными импедансными поверхностями. Полученные расчетные соотношения были использованы для создания алгоритмов и программ вычисления поляризационных характеристик. С их помощью проведены вычислительные эксперименты и предложено объяснение выявленных эффектов.

Ил. 3. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.396

**Распределение тока вдоль проволочного вибратора в плоскостной среде/И. М. Ефанов, Н. П. Жук, В. А. Петленко//Радиотехника. — 1987.— Вып. 82. — С. 97—102.**

На основе тензорных функций Грина уравнений Максвелла плоскостойких сред получено интегродифференциальное уравнение для функции распределения тока в проволочном вибраторе, размещенного в одном из слоев плоскостойкой структуры. Применен метод усреднения при решении полученного уравнения для тока. В результате построено общее асимптотическое выражение для тока в тонком вибраторе любой длины при произвольном возбуждении. Полностью решена задача о рассеянии произвольного первичного поля на вибраторе в однородном слое.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.372

**Внутренняя проводимость нерезонансной наклонной щели на узкой стенке прямоугольного волновода/Н. А. Коробченко//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 102—110.**

Решена задача возбуждения прямоугольного волновода наклонной нерезонансной щелью на узкой стенке с зарезами на ширине с использованием векторных базовых функций. Получена формула и приведены результаты расчета комплексной внутренней проводимости.

Ил. 4. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.372

**Автоматизированное проектирование системы связанных прямоугольных резонаторов, содержащих токонесущие элементы. Сообщение 1/П. В. Нешмонин, В. Ю. Тиховский//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 110—116.**

Разработана математическая модель и алгоритм для решения матричного уравнения, описывающего систему связанных прямоугольных резонаторов, содержащих токонесущие элементы. Алгоритм реализован в системе программ, позволяющих циклически рассчитывать параметры системы. Исследованы зависимости спектра частот от положения и геометрических размеров отверстий связи и штырей, а также — сходимость метода.

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.372

**Синтез направленного ответвителя со слабой связью на основе многомодовой линии передачи/С. А. Погарский, И. И. Сапрыкин, Г. М. Петьков, А. П. Полуяненко//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 116—120.**

Рассмотрена возможность создания направленного ответвителя со слабой связью при сохранении высокой направленности на многопроводной микрополосковой линии. Приведены результаты исследования макета ответвителя.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.372.83

**Направленность волноводных ответвителей со связью через закрытое металлической пленкой ступенчатое окно с синусоидальными ступеньками/В. Б. Белявцев//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 120—124.**

На примере биномиального амплитудного и равномерного фазового распределений показано, что вариацией длин ступенек окна связи и их смещений относительно друг друга можно минимизировать зависимость направленности от частоты ответвителей с распределенной непрерывно слабой связью. Выполнение ступеньки по форме полупериода синусоиды позволяет существенно увеличить значение минимальной направленности в диапазоне частот.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 537.312.62

**Сверхпроводящий режекторный фильтр СВЧ-диапазона/И. Н. Бондаренко, А. С. Гнесь//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 124—130.**

Экспериментально исследован сверхпроводящий резонатор с низкотемпературным устройством регулирования связи в схеме режекторного фильтра с амплитудно-фазовой компенсацией. Получены полосы режекции  $2-3 \cdot 10^3$ ,  $1,5 \cdot 10^2$ , 16 и 8 Гц при значениях режекции 3, 30, 50 и 60 дБ. Подавление сигнала на центральной частоте настройки фильтра свыше 90 дБ.

Ил. 4. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.385

**К расчету дисперсионных свойств бугельных замедляющих систем/В. В. Мовчан, В. И. Молявко//Радиотехника. — 1987. — Вып. 82. — С. 131—134.**

Рассмотрен расчет дисперсионных свойств бугельных замедляющих систем методом частичных областей в длинноволновом приближении. Оценена эффективность предлагаемого метода расчета при реализации его на ЭВМ.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

**ВНИМАНИЮ СТУДЕНТОВ,  
НАУЧНЫХ РАБОТНИКОВ,  
РАБОТНИКОВ БИБЛИОТЕК  
И БИБЛИОТЕЧНЫХ КОЛЛЕКТОРОВ!**

Харьковский книжный магазин № 8 «Вища школа» предлагает следующие книги:

1. **Полупроводниковые приборы и интегральные микросхемы.** Я ц ы ш и н В. И., Б у р д у к о в а С. С. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985. — 232 с. Ил. 169. Табл. 3. Библиогр.: 13 назв.

В учебном пособии рассмотрены физические процессы, устройство и принцип действия различных полупроводниковых приборов, их характеристики, параметры, области применения; принципы интеграции, структуры и свойства элементов, разновидности интегральных схем; микропроцессоры и функциональные интегральные микросхемы.

Предназначено для учащихся профессионально-технических училищ и техникумов радиотехнических специальностей.

2. **Проектирование операций механической обработки.** Г р и ш к е в и ч А. В., Ц ы м б а л И. Л. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985. — 144 с. Табл. 24. Ил. 26. Библиогр.: 26 назв.

В монографии освещены теоретические вопросы проектирования операций механической обработки. Рассмотрена структура проектирования, дана классификация поверхностей по кинематическому принципу, показаны прогнозирование способов обработки, определение операционных допусков и припусков, пространственные отклонения поверхностей, структурное развитие операций, линейные связи. Изложены принципы аналитического определения режимов операций. Построена математическая модель для проектирования технологических решений с использованием цифровых ЭВМ.

Для научных работников и специалистов в области технологии машиностроения.

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
ВЫПУСКАЕТ В 1988 г. СЛЕДУЮЩИЕ КНИГИ:**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

1. **Нелинейные колебания силовых передач.** В. Н. К а р а б а н, д-р техн. наук, Л. И. Ш т е й н-в о л ь ф, д-р техн. наук, Харьковский политехнический институт.

1988. 160 с. Предметный указатель. Библиография. 1 р. 70 к.