

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТОКОВ ВЧ ПО ШАХТНЫМ КАБЕЛЬНЫМ СЕТЯМ

И. Ф. Огороднейчук, В. Д. Остроухов

Повышение уровня механизации производственных процессов в горно-рудной промышленности настойчиво требует широкого внедрения средств автоматики и телемеханики. При этом оказывается целесообразным использование в качестве канала связи шахтной силовой сети. Однако режимы работы систем телемеханики, проектируемых в настоящее время для шахт, как правило, подбираются ориентировочно, без достаточного обоснования по фактору влияния параметров силовой сети как канала связи. Это обусловлено тем, что аналитические методы расчета вследствие сильной разветвленности сети и большого количества концевых нагрузок оказываются весьма громоздкими. Кроме того, в процессе эксплуатации конфигурация сети и концевые нагрузки могут измениться таким образом, что расчеты, произведенные для начального положения, окажутся непригодными.

Одним из путей облегчения выбора оптимального режима работы частотной системы телемеханики может явиться метод моделирования. В настоящей статье рассматриваются вопросы электрофизического моделирования шахтных силовых кабелей.

1. Воспроизведение характеристик силовых кабелей путем представления их в виде цепочечного соединения звеньев с сосредоточенными постоянными.

а) Основные допущения и способы определения первичных параметров. Для построения модели кабеля необходимо определить его первичные параметры. Ввиду того, что аналитические методы весьма сложны, нами был выбран путь экспериментальных измерений и статистической обработки первичных параметров.

На первом этапе кабель рассматривается как линия без потерь ($R = 0$, $G = 0$), не учитываются также поверхностный эффект и эффект близости. Модель выполняется в универсальной форме, т. е. в виде звена с числом полюсов, равным числу жил кабеля. Такое исполнение более всего соответствует характеру четырехполюсных концевых нагрузок (3 фазы и корпус) — двигателей, трансформаторов и пускателей.

Первичные параметры (L и C) определялись путем измерений на коротких отрезках кабеля (20 ÷ 25 м), хотя эта длина может быть увеличена до 300—500 м на низких частотах (1—3 кГц).

Взаимные емкости определялись по измеренным значениям емкости путем представления их в виде функции взаимных емкостей и решения соответствующих уравнений. Число уравнений, или число измерений, должно быть равно числу искомых взаимных емкостей с учетом симметрии сечения кабеля, которая обычно имеется.

Индуктивности жил представлены в виде несвязанных катушек индуктивности. Величины индуктивностей определяются путем измерения индуктивности пары жил и составления уравнений, которые отражают

соответствие индуктивности пары жил кабеля и модели. Эти уравнения также составляются с учетом симметрии кабеля.

Главным критерием подобия модели и оригинала является равенство волновых сопротивлений и постоянных распространения. Из теории четырехполюсников известно, что для воспроизведения волновых свойств длинной линии в широком диапазоне частот наиболее пригодны звенья, выполненные по скрещенной схеме мостикового типа, где продольными и поперечными элементами являются двухполюсники с сопротивлениями, взаимнообратными в отношении Z_c^2 (Z_c — волновое сопротивление линии). Исходя из этих соображений, звено, воспроизводящее отрезок кабеля определенной длины, можно выполнить по схеме, представленной на рис. 1. Однако такое предположение нуждается в более строгом обосновании. Покажем на примере звена модели кабеля ГРШС $3 \times 35 + 1 \times 10$ (рис. 1), что схема, построенная таким образом, отражает волновые свойства ка-

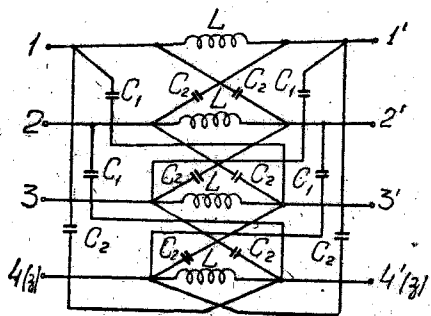


Рис. 1.

б) Определение волновых параметров (Z_c и g) звена модели кабеля ГРШС $3 \times 35 + 1 \times 10$, эквивалентного 25 м кабеля:

$$C_1 = \frac{C_{13}}{2} = \frac{C_{24}}{2} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ ф}; \quad C_2 = \frac{C_{12}}{2} = 1,35 \cdot 10^{-9} \text{ ф};$$

$$L = 9 \cdot 10^{-6} \text{ гн.}$$

Преобразуем схему рис. 1 таким образом, как показано на рис. 2. Тогда звено при передаче через зажимы 1—2 представляет параллельное соединение двух четырехполюсников, из которых один в свою очередь

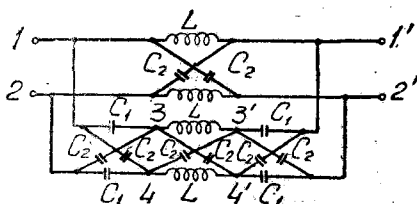


Рис. 2.

состоит из цепочно соединенных трех четырехполюсников, что схематически представлено на рис. 3.

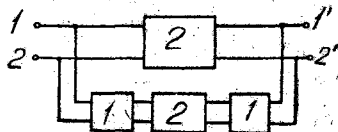


Рис. 3.

Для того чтобы найти матрицу проводимостей звена, необходимо отдельно найти матрицу $\|y\|_2$ и цепочного соединения 1—2—1 и затем эти матрицы сложить.

Цепочное соединение обозначим индексом *. Результирующая цепочная матрица соединения 1—2—1 определится как произведение цепочных матриц составляющих четырехполюсников ($A_1 = D_1$; $A_2 = D_2$)

$$\begin{vmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{vmatrix}.$$

Перемножая матрицы по правилу «строка на столбец», получим

$$A^* = A_1^2 A_2 + A_1 B_1 C_2 + A_1 C_1 B_2 + B_1 C_1 A_2;$$

$$B^* = 2A_1 B_1 A_2 + A_1^2 B_2 + B_1^2 C_2.$$

Для симметричного скрещенного четырехполюсника цепочечная матрица имеет следующий вид:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{z_2 + z_1}{z_2 - z_1} & \frac{2z_2 z_1}{z_2 - z_1} \\ 2 & \frac{z_2 + z_1}{z_2 - z_1} \end{vmatrix},$$

где z_1 — продольное сопротивление;

z_2 — поперечное сопротивление.

Для четырехполюсника 1 (рис. 4, 1)

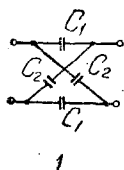
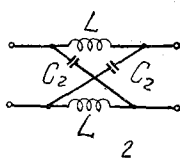


Рис. 4.

$$A_1 = D_1 = \frac{z_2 + z_1}{z_2 - z_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2};$$

$$B_1 = \frac{2z_2 z_1}{z_2 - z_1} = \frac{2}{j\omega (C_1 - C_2)};$$

$$C_1 = \frac{2}{z_2 - z_1} = \frac{2j\omega C_2 C_1}{C_1 - C_2}.$$

Для четырехполюсника 2 (рис. 4, 2)

$$A_2 = D_2 = \frac{z_2 + z_1}{z_2 - z_1} = \frac{1 - \omega^2 L C_2}{1 + \omega^2 L C_2};$$

$$B_2 = \frac{2j\omega L}{1 + \omega^2 L C_2}; \quad C_2 = \frac{2j\omega C_2}{1 + \omega^2 L C_2};$$

$$\begin{aligned} A^* &= A_1^2 A_2 + A_1 B_1 C_2 + B_1 C_1 A_2 = \frac{(C_1 + C_2)^2}{(C_1 - C_2)^2} \cdot \frac{1 - \omega^2 L C_2}{1 + \omega^2 L C_2} + \\ &+ \frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2} \cdot \frac{2}{j\omega (C_1 - C_2)} \cdot \frac{2j\omega C_2}{1 + \omega^2 L C_2} + \frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2} \cdot \frac{2j\omega C_2 C_1}{C_1 - C_2} \cdot \frac{2j\omega L}{1 + \omega^2 L C_2} + \\ &+ \frac{2}{j\omega (C_1 - C_2)} \cdot \frac{2j\omega C_2 C_1}{C_1 - C_2} \cdot \frac{1 - \omega^2 L C_2}{1 + \omega^2 L C_2} = \\ &= \frac{C_1^2 + 10C_1 C_2 + 5C_2^2 - \omega^2 L C_2 (5C_1^2 + 10C_1 C_2 + C_2^2)}{(C_1 - C_2)^2 (1 + \omega^2 L C_2)}, \end{aligned}$$

или

$$A^* = \frac{a - b\omega^2}{1 + d\omega^2}.$$

Здесь

$$a = \frac{C_1^2 + 10C_1 C_2 + 5C_2^2}{(C_1 - C_2)^2};$$

$$b = \frac{L C_2 (5C_1^2 + 10C_1 C_2 + C_2^2)}{(C_1 - C_2)^2};$$

$$d = L C_2;$$

$$\begin{aligned} B^* &= 2A_1 B_1 A_2 + A_1^2 B_2 + B_1^2 C_2 = 2 \frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2} \cdot \frac{2}{j\omega (C_1 - C_2)} \times \\ &\times \frac{1 - \omega^2 L C_2}{1 + \omega^2 L C_2} + \frac{(C_1 + C_2)^2}{(C_1 - C_2)^2} \cdot \frac{2j\omega L}{1 + \omega^2 L C_2} + \frac{4}{(j\omega)^2 (C_1 - C_2)^2} \cdot \frac{2j\omega C_2}{1 + \omega^2 L C_2} = \\ &= \frac{4(C_1 + 3C_2) - \omega^2 2L(4C_1 C_2 + 3C_2^2 + C_1^2)}{j\omega (C_1 - C_2)^2 (1 + \omega^2 L C_2)}, \end{aligned}$$

или

$$B^* = \frac{m - n\omega^2}{j\omega(1 + d\omega^2)}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} m &= \frac{4(C_1 + 3C_2)}{(C_1 - C_2)^2}; \\ n &= \frac{2L(4C_1C_2 + 3C_2^2 + C_1^2)}{(C_1 - C_2)^2}; \\ y_{11}^* &= y_{22}^* = \frac{A^*}{B^*} = j\omega \frac{a - b\omega^2}{m - n\omega^2}; \\ y_{12}^* &= y_{21}^* = \frac{1}{B^*} = j\omega \frac{1 + d\omega^2}{m - n\omega^2}. \end{aligned}$$

Для четырехполюсника 2

$$\begin{aligned} y_{11}^{(2)} &= \frac{A_2}{B_2} = \frac{1 - \omega^2 LC_2}{2j\omega L} = \frac{1 - d\omega^2}{2j\omega L}; \\ y_{12}^{(2)} &= \frac{1}{B_2} = \frac{1 + \omega^2 LC_2}{2j\omega L} = \frac{1 + d\omega^2}{2j\omega L}; \\ \|y\| &= \|y^*\| + \|y_2\|, \\ y_{11} &= y_{22} = y_{11}^* + y_{11}^{(2)} = j\omega \frac{a - b\omega^2}{m - n\omega^2} + \frac{1 - d\omega^2}{2j\omega L} = \\ &= \frac{\omega^4(2Lb + nd) - \omega^2(2La + md + n) + m}{2j\omega L(m - n\omega^2)}, \end{aligned}$$

или

$$y_{11} = \frac{p\omega^4 - q\omega^2 + m}{2j\omega L(m - n\omega^2)}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} p &= 2Lb + nd; \\ q &= 2La + md + n; \\ y_{12} &= y_{12}^* + y_{12}^{(2)} = j\omega \frac{1 + d\omega^2}{m - n\omega^2} + \frac{1 + d\omega^2}{2j\omega L} = \frac{m - r\omega^2 - s\omega^4}{2j\omega L(m - n\omega^2)}; \\ r &= n + 2L - md; \quad s = nd + 2L. \end{aligned}$$

Волновое сопротивление звена

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{\frac{y_{22}}{y_{11}}} \cdot \frac{1}{|y|} = \sqrt{\frac{1}{|y|}}; \\ |y| &= y_{11}^2 - y_{12}^2 = \frac{(p\omega^4 - q\omega^2 + m)^2}{[2j\omega L(m - n\omega^2)]^2} - \frac{(m - r\omega^2 - s\omega^4)^2}{[2j\omega L(m - n\omega^2)]^2}. \end{aligned}$$

После несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} |y| &= \frac{[(p - s)\omega^4 - (r + q)\omega^2 + 2m][(q - r) - (p - s)\omega^2]}{4\omega^2 L^2 (m - n\omega^2)^2}; \\ Z_c &= \sqrt{\frac{4\omega^2 L^2 (m - n\omega^2)^2}{[(p - s)\omega^4 - (r + q)\omega^2 + 2m][(q - r) - (p + s)\omega^2]}}. \end{aligned}$$

Как показывает расчет, при данных C_1 , C_2 , L и при $f < 10^6$ кГц членами, содержащими ω^3 и ω^4 можно пренебречь.

$$Z_c = \sqrt{\frac{4L^2 m^2}{2m(q - r)}} = \sqrt{\frac{2L^2 m}{q - r}};$$

$$q - r = 2La + md + n - n - 2L + md = 2[L(a - 1) + md].$$

Подставляя в приведенные выше выражения a , d и m , найдем

$$Z_c \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L(C_1 + 3C_2)}{C_2(C_2 + C_1)}} = \sqrt{\frac{2L}{\frac{8(C_2 + C_1)C_2}{C_1 + 3C_2}}};$$

$$C_1 + 3C_2 = (0,5 + 3 \cdot 1,35) \cdot 10^{-9} = 4,55 \cdot 10^{-9};$$

$$C_2 + C_1 = 1,85 \cdot 10^{-9};$$

$$Z_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-6} \cdot 4,55 \cdot 10^{-9}}{1,35 \cdot 1,85 \cdot 10^{-18}}} = 64 \text{ ом.}$$

Это найденное значение Z_c совпадает с точностью до 5% с экспериментально определенным значением

$$\operatorname{th} g = \sqrt{\frac{|y|}{y_{11} \cdot y_{22}}} = \sqrt{\frac{y_{11}^2 - y_{12}^2}{y_{11}^2}} =$$

$$= \omega \sqrt{\frac{[2m - (r+q)\omega^2 + (p-s)\omega^4][(q-r) - (s+p)\omega^2]}{(m - r\omega^2 - s\omega^4)^2}}.$$

При $f < 10^6$ гц, пренебрегая членами, содержащими ω^2 и ω^4 , получим

$$\operatorname{th} g = \omega \sqrt{\frac{2m(q-r)}{m^2}} = \omega \sqrt{\frac{2(q-r)}{m}} = 4\omega \sqrt{\frac{LC_2(C_2 + C_1)}{C_1 + 3C_2}}.$$

При малых значениях f $\operatorname{th} g \approx g$, тогда

$$|g| \approx a \approx 4\omega \sqrt{\frac{LC_2(C_2 + C_1)}{C_1 + 3C_2}} = \omega \sqrt{2L \frac{8C_2(C_2 + C_1)}{C_1 + 3C_2}}.$$

или

$$g = \omega \sqrt{L_{\text{экв}} C_{\text{экв}}}.$$

Из последней формулы, а также из формулы для Z_c видно, что эквивалентная индуктивность звена $L_{\text{экв}} = 2L = 18 \cdot 10^{-6}$ гн, а эквивалентная емкость

$$C_{\text{экв}} = \frac{8C_2(C_2 + C_1)}{C_1 + 3C_2} = 4,4 \cdot 10^{-9} \text{ ф.}$$

Это значение $C_{\text{экв}}$ совпадает с точностью до 10% с измеренной величиной C_{12}^1 ($4,7 \cdot 10^{-9}$ ф).

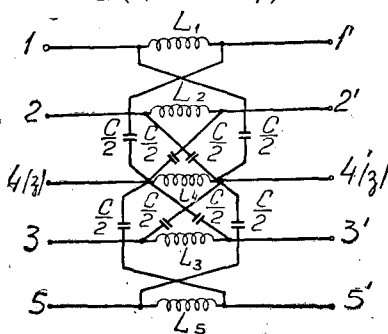


Рис. 5.

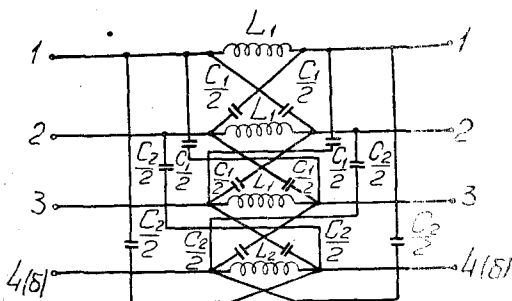


Рис. 6.

Итак, доказано, что звено, построенное по схеме рис. 1, воспроизводит волновые характеристики кабеля. Аналогичные выводы можно распространить и на другие типы кабелей, в том числе и бронированные. На рис. 5 и 6 представлены модели кабеля ГРШЭ и СБ 3×70 .

2. Определение необходимого числа звеньев для воспроизведения характеристики отрезка кабеля в заданном диапазоне частот.

При построении искусственных линий из звеньев типа, показанного на рис. 1, для того чтобы ошибка воспроизведения была не слишком большой, необходимо предварительно выбрать длину участка линии, которую с заданной точностью можно воспроизвести только одним звеном. Указанная длина определяется величиной модуля постоянной распространения воспроизводимой линии при наивысшей частоте диапазона воспроизведения.

Рассмотрим выражение

$$e^{\gamma l} = e^y = \frac{e^{\frac{y}{2}}}{e^{-\frac{y}{2}}} = \frac{1 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2 \dots}{1 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2 \dots},$$

где

$$y = \gamma l.$$

Тогда точность воспроизведения соответствует точности вычисления выражения $e^{\gamma l}$ при помощи разложения в ряды.

Зададимся погрешностью воспроизведения 10%. Если теперь ограничиться в разложении $e^{\gamma l}$ только линейными членами, т. е.

$$e^{\gamma l} = e^y \approx \frac{y + \frac{1}{2}y}{1 - \frac{1}{2}y},$$

то получение такой функции обеспечивается звеном типа представленного на рис. 1.

При погрешности воспроизведения 10% максимальное значение $|\gamma|l$ равно 1. Отсюда, зная $|\gamma|$, можно определить максимальную длину, воспроизводимую одним звеном при наивысшей частоте диапазона воспроизведения. Так, например, для кабеля ГРШС $3 \times 35 + 1 \times 10$ при частоте $f_{\max} = 1$ мГц

$$|\gamma| = \omega l \sqrt{L_{\text{экв}} C_{\text{экв}}} = 2\pi \cdot 10^6 \cdot l \sqrt{1,76 \cdot 10^{-7} \cdot 7,2 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 2\pi \cdot 10^6 \cdot \sqrt{1,23 \cdot 10^{-10}} l = 2\pi \cdot 1,1 \cdot 10 l;$$

$$l = \frac{1}{2\pi \cdot 1,1 \cdot 10} \approx 20 \text{ м.}$$

При $f_{\max} = 200$ кГц, $l \approx 100$ м, $n = 10$ звеньев/км. Для уменьшения числа звеньев схему звена можно выполнить так, чтобы она воспроизводила функцию:

$$e^{\gamma l} = e^y = \frac{1 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2}{1 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2}.$$

Для одной пары жил эта схема будет иметь вид, показанный на рис. 7. При погрешности воспроизведения 10% $|\gamma|_{\max}$ для такой схемы будет равно 1,5. Следовательно, эта схема позволяет увеличить длину отрезка,

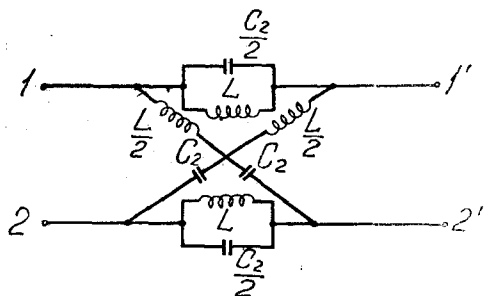


Рис. 7.

воспроизводимого одним звеном, в 1,5 раза по сравнению со схемой рис. 1, т. е. при данной длине отрезка линии звеньев требуется в 1,5 раза меньше. Однако в количестве элементов (L и C) мы при этом не выигрываем, наоборот их требуется больше в $\frac{2}{1,5} = 1,33$ раза, так как число элементов звена (рис. 7) увеличивается в два раза по сравнению со схемой рис. 1. Выбор той или иной схемы зависит от конкретных условий.

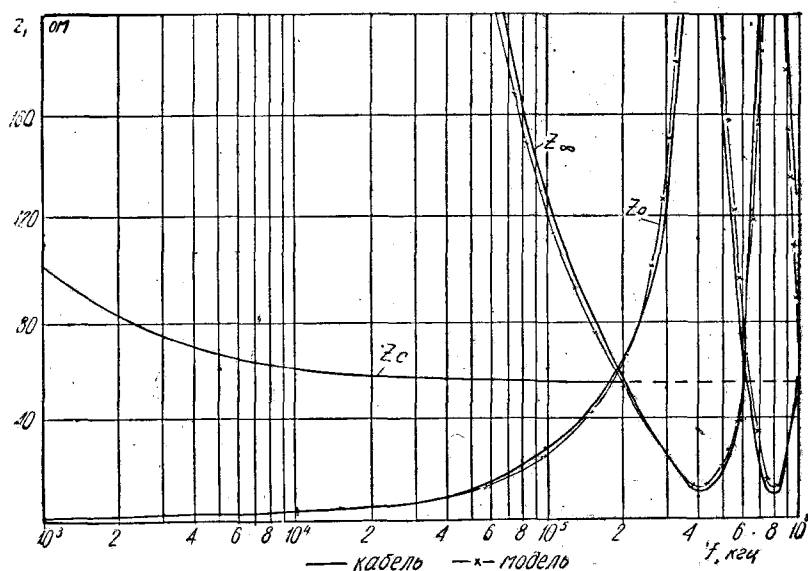


Рис. 8.

В заключение приводим для сравнения графики входных и волновых сопротивлений кабеля ГРШС $3 \times 35 + 1 \times 10$ и его модели ($l = 75$ м, рис. 8).

ЛИТЕРАТУРА

Н. Н. Гарновский. Теоретические основы электропроводной связи. Гос. изд-во литературы по вопросам связи и радио. М., 1956.

П. К. Акульшин, И. А. Кощеев, К. Е. Кульбацкий. Теория связи по проводам. Связьиздат, 1940.