

## АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ С СИНТЕЗИРОВАНИЕМ АПЕРТУРЫ

Оценка направления прихода сигналов может быть получена с помощью известных алгоритмов подпространств, например MUSIC [1], Min - Norm [2], ESPRIT [3; 4]. Алгоритмы такого класса работоспособны при условии, что предполагаемое количество принимаемых сигналов меньше числа степеней свободы антенной решетки. Нарушение этого условия приводит к потере источников и смещению в оценках направления прихода, которые зависят от соотношения их пространственно-энергетических параметров. Многочисленные экспериментальные исследования каналов подвижной радиосвязи позволяют считать, что вероятность возникновения описанной ситуации высока, поскольку рассматриваемым системам свойствен малый пространственный ресурс, а каналам присущи структурная многолучевость и системные помехи. Таким образом, в рамках концепции многосигнального воздействия низкая точность оценок направления прихода сигналов приводит к потере эффективности методов пространственно-временной обработки. В данной работе на основе алгоритма ESPRIT и синтеза апертуры антенной решетки предложен общий алгоритм оценки направления прихода сигналов для случая, когда количество принимаемых сигналов превышает число степеней свободы антенной решетки.

**Алгоритм оценки.** Рассмотрим  $P$  узкополосных сигналов, принимаемых  $L$ -элементной линейной эквидистантной антенной решеткой с однородными изотропными антенными элементами. Углы прихода сигналов различны и  $P \geq L$ . Принимаемый  $i$ -м антенным элементом суммарный сигнал в  $m$ -й момент времени может быть представлен выражением

$$\dot{x}_{im} = \sum_{k=1}^P \dot{S}_{km} \exp(j \Psi_{im}(\vartheta_k)) + \dot{n}_{im}, \quad (1)$$

где  $\dot{S}_{km}$ ,  $j\Psi_{im}$ ,  $\dot{n}_{im}$  — комплексные параметры: огибающая, фаза  $k$ -го сигнала и шум наблюдения. Предполагается, что шум наблюдения не коррелирован с сигналами, в соседних антенных элементах он является белым гауссовским случайным процессом с нулевым средним и одинаковой дисперсией  $\sigma_n^2$ .

Фазу каждого сигнала  $\Psi_{im}$  можно выразить в виде суммы постоянного набега фазы  $\Phi_i$ , обусловленного пространственным разнесом  $L$  элементов в  $m$ -й момент времени, и произвольного набега фазы  $\Phi_m$ , вызванного перемещением подвижного объекта на расстояние  $D_{m-1/m}$  за интервал времени  $\Delta t_{m-1/m}$  между  $m$ -м и  $(m-1)$ -м временными отсчетами. Таким образом, полная фаза определяется выражением

$$\begin{aligned} \Psi_{im}(\vartheta_k) &= \Phi_i(\vartheta_k) + \Phi_m(\vartheta_k) = \\ &= (i-1)\varphi(\vartheta_k) + \Phi_m(\vartheta_k) = \\ &= (i-1)(2\pi d/\lambda_c) \sin \vartheta_k + 2\pi D_{m-1/m} / \lambda_c \cos \vartheta_k, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $d$  — расстояние между соседними антенными элементами;  $\lambda_c$  — рабочая длина волны. В данном выражении угол направления прихода сигнала отсчитывается по отношению нормали к антенной решетке.

Образуем выборку объемом  $M$  пространственно-временных отсчетов. Выберем оператор временного окна, удовлетворяющего условию

$$\chi_N(n) = \begin{cases} \alpha, & 1 \leq n \leq N; \\ 0, & n > N. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $N, n$  — ширина окна и текущий индекс окна;  $\alpha$  — параметр, определяемый типом окна. По полученной выборке построим матрицу данных

$$\dot{Z}^T = [\dot{Y}_1 \quad \dot{Y}_2 \quad \dots \quad \dot{Y}_L], \quad (4)$$

элементы которой  $\dot{Y}_i$  представляют собой блоки размера  $N \times (M - N + 1)$ , образованные вектор-столбцами  $\dot{X}_{im/m+N-1}$  с элементами

$$\dot{X}_{im/m+N-1} = \{ \dot{x}_{im} \chi_N(n), m \leq n \leq m + N - 1 \}, m = \overline{1, M - N + 1}. \quad (5)$$

Каждый столбец  $\dot{Z}_{m/m+N-1}$  матрицы данных  $\dot{Z}$  в предположении равенства огибающей  $k$ -го сигнала  $\dot{S}_{km}$  на  $N$  соседних временных отсчетах может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \dot{Z}_m &= \dot{A}_{m/m+N-1} \dot{S}_{m/m+N-1} = \\ &= \exp \begin{pmatrix} j\Psi_{1m/m+N-1}(\vartheta_1) & j\Psi_{1m/m+N-1}(\vartheta_2) & \dots & j\Psi_{1m/m+N-1}(\vartheta_P) \\ j\Psi_{2m/m+N-1}(\vartheta_1) & j\Psi_{2m/m+N-1}(\vartheta_2) & \dots & j\Psi_{2m/m+N-1}(\vartheta_P) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ j\Psi_{Lm/m+N-1}(\vartheta_1) & j\Psi_{Lm/m+N-1}(\vartheta_2) & \dots & j\Psi_{Lm/m+N-1}(\vartheta_P) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{S}_{1m} \\ \dot{S}_{2m} \\ \dots \\ \dot{S}_{Pm} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_{im/m+N-1}(\vartheta_k)^T &= [\Psi_{im}(\vartheta_k) \quad \Psi_{im+1}(\vartheta_k) \quad \dots \quad \Psi_{im+N-1}(\vartheta_k)], k = \overline{1, P}, i = \overline{1, L}; \\ m &= \overline{1, M-N+1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\dot{A}_{m/m+N-1}, \dot{S}_{m/m+N-1}$  — матрицы направления прихода сигналов размера  $LN \times M - N + 1$  и огибающих сигналов размера  $M - N + 1 \times M - N + 1$ . Структура (6) позволяет выделить две синтезированные подрешетки 1 и 2. Матрица набега фаз  $\dot{F}$  вследствие их пространственного разнеса определена соотношением

$$\begin{aligned} \dot{F} &= \dot{A}_1^{\#} \dot{A}_2 = \\ &= \text{diag}(\exp(j\varphi(\vartheta_1)), \exp(j\varphi(\vartheta_2)), \dots, \exp(j\varphi(\vartheta_P))), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\dot{A}_1, \dot{A}_2$  — перекрывающиеся подматрицы, сдвинутые одна относительно другой на  $N$  элементов и содержащие соответственно  $(L-1)N$  первых и последних строк матрицы  $\dot{A}_{m/m+N-1}$ ;  $(\cdot)^{\#}$  — операция псевдообращения Мура — Пенроуза.

Следовательно, с помощью алгоритма ESPRIT элементы матрицы  $\dot{F}$  определяются как обобщенные собственные значения  $\dot{\gamma}_k, k = \overline{1, P}$  разложения

$$\dot{U}_{S1} \dot{U}_{S1}^H \dot{\epsilon}_k = \dot{\gamma}_k \dot{U}_{S1} \dot{U}_{S2}^H \dot{\epsilon}_k \quad (8)$$

где  $\dot{U}_{S1} \dot{U}_{S1}^H, \dot{U}_{S1} \dot{U}_{S2}^H$  —  $P$ -ранговые аппроксимации размера  $P \times P$  матриц ковариации и взаимной ковариации, без учета энергетических параметров. Матрицы  $\dot{U}_{S1}, \dot{U}_{S2}$  записаны через элементы собственных векторов  $\dot{U}_S$  подпространства сигнала матрицы ковариации

$$\dot{R} = \frac{1}{M-N+1} \dot{Z} \dot{Z}^H, \quad (9)$$

где  $(\cdot)^H$  — операция комплексно-сопряженного транспонирования. Столбцы матриц  $\hat{U}_{S1}, \hat{U}_{S2}$  охватывают подпространство столбцов матриц направлений  $\hat{A}_1, \hat{A}_2$  соответственно. При этом  $\hat{U}_{S1}$  содержит  $P$  первых строк  $\hat{U}_S$ , а  $\hat{U}_{S2}$  образована сдвигом относительно  $\hat{U}_{S1}$  на  $N$  строк. Мощность проходящих сигналов можно оценить, используя обобщенные собственные векторы  $\hat{E}_k$  разложения (8). Оценка матрицы  $\hat{F}$  может быть также найдена в результате разложения по собственным значениям решения (7) относительно  $\hat{U}_{S1}, \hat{U}_{S2}$  [4]. В этом случае задача оценки мощности сигналов при  $P > L$  значительно усложняется тем, что необходимо знать точную скорость подвижного объекта.

Таким образом, последовательность шагов алгоритма может быть представлена следующей схемой:

1. Осуществить инициализацию начальных параметров: получить оценки дисперсии шума наблюдения  $\hat{\sigma}_n^2, N = 1$ .

2. По выборке из  $M$  отсчетов сформировать выборочную оценку ковариационной матрицы  $\hat{R}$ , используя выражения (3) — (5), (9). Выполнить разложение  $\hat{R}$  по собственным значениям  $\hat{\lambda}_i$  и собственным векторам  $\hat{u}_i, i = \overline{1, LN}$ .

3. Оценить количество проходящих сигналов  $\hat{P}$  на основе статистического критерия. При выполнении условия

$$\begin{cases} \hat{P} > (L-1)N, N > 1; \\ \hat{\lambda}_{\hat{P}+1}(\hat{R}) > \hat{\sigma}_n^2, N = 1 \end{cases} \quad (10)$$

увеличить размер окна  $N = N + 1$  и перейти к п. 2, а в противном случае — к п. 4.

4. Определить направления прихода сигналов алгоритмом ESPRIT и их мощность.

Выбор длины окна (размера синтезированной апертуры в алгоритме) основан на априорной информации о дисперсии шума наблюдения и оценке количества принимаемых сигналов. Оценку дисперсии шума наблюдения в системах связи можно получить заранее, а для определения количества проходящих сигналов может быть использован информационно-теоретический критерий [ 5 ].

**Модель сигнала.** В качестве модели распределения обгибающей была принята марковская модель частично когерентных сигналов

$$d\bar{X}(t)/dt = F\bar{X}(t) + BG\bar{\xi}(t), \quad (11)$$

Здесь  $\bar{X}(t)$  — вектор амплитуд сигналов в квадратурных каналах;  $F$  — матрица временных связей размера  $2L \times 2L$ ;  $B$  — матрица амплитуд размера  $2L \times 2L$ ;  $G$  — матрица пространственных связей размера  $2L \times 2L$ ;  $\bar{\xi}(t)$  —  $2L$ -мерный белый гауссовский шум с матрицей ковариации  $\langle \bar{\xi}(t) \bar{\xi}(\tau)^T \rangle = I \delta(t - \tau)$ , где  $I$  — единичная матрица. Матрицы  $F, B, G$ , входящие в уравнение (11), имеют следующие элементы:

$$\begin{aligned} F_{ii} &= 1/\tau; F_{iv} = 0, i \neq v; \\ B_{ii} &= \sigma \sqrt{\left( 2F_{ii} / \sum_{v=1}^{2L} G_{iv} \right)}; B_{iv} = 0, i \neq v; \\ G_{iv} &= \exp(-d_{iv}/r), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\tau, r, \sigma$  — интервалы когерентности  $i$ -й компоненты процесса  $\bar{X}(t)$  во времени, в пространстве и его стандартное отклонение;  $d_{iv}$  — расстояние между  $i$ -м и  $v$ -м элементами антенной решетки. Данная модель учитывает наличие регулярной и флуктуационной компонент в каналах приема и позволяет получить различные распределения огибающей сигнала, например Рэлея, Райса, трехпараметрическое.

**Результаты эксперимента.** Исследование эффективности синтезированного алгоритма выполнено методом машинного моделирования. Двухэлементной антенной решеткой однородных изотропных элементов с межэлементным расстоянием  $\lambda_c/2$  принималось два частично когерентных сигнала, описываемых моделью

(10)–(11) на фоне белого гауссовского шума с дисперсией  $\sigma_n^2$ . Степень когерентности каждого сигнала моделировалась разным отношением уровня регулярной к уровню флуктуационной компоненты  $\eta_k$  в антенных элементах. Отношение сигнал-шум на выходах антенных элементов определялось как  $h_k^2 = 10 \lg(S_k^2 / \sigma_n^2)$ .

Параметры сигналов в эксперименте:  $\eta_1 = \eta_2$ ;  $\Delta t / \tau_k = 0,1$ ;  $d/r_k = 1$ ;  $k = 1, 2$ ;  $h_1^2 = h_2^2$ . Скорость подвижного объекта и шаг дискретизации приняты постоянными, так что  $D_{m-1/m} / \lambda = 0,1$ . Рассмотрено прямоугольное окно с параметром  $\alpha = 1$ , длина временного окна  $N = 2$ . Показатели эффективности алгоритма выражены среднеквадратическим отклонением ошибки  $\sigma_{\bar{s}}$  оценки, смещением

$\Delta\mu_{\tilde{\theta}}$  оценки направления прихода сигналов. Для каждой полученной точки было выполнено 500 статистически независимых испытаний. Объем выборки в экспериментах составил 100 отсчетов данных.

В первом эксперименте (рис. 1) исследовано влияние степени когерентности принимаемых сигналов на точность получаемых оценок при различном отношении сигнал-шум. Направления прихода сигналов:  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 35^\circ$ . С ростом отношения сигнал-шум точность получаемых оценок возрастает. Вместе с тем нарушение условия когерентности принимаемых сигналов в интервале синтетизирования приводит к снижению эффективности алгоритма. В диапазоне отношения уровня регулярной к уровню флуктуационной компоненты 15...40 дБ рост среднеквадратической ошибки оценки направления прихода (рис. 1, а) может составлять 10...20 дБ. Смещение в этом случае (рис. 1, б) возрастает на 3...5°.

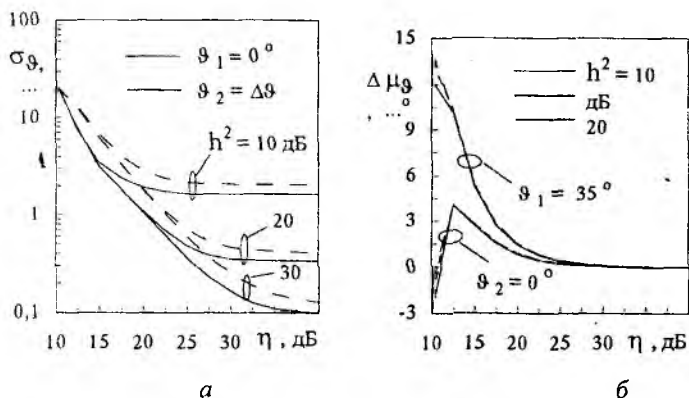


Рис. 1

Во втором эксперименте (рис. 2) исследовано влияние углового разнеса  $\Delta\theta$  в направлениях прихода сигналов на эффективность алгоритма при различном  $\eta$ . Результаты эксперимента представлены параметрами  $\sigma_{\tilde{\theta}}$  (рис. 2, а) и  $\Delta\mu_{\tilde{\theta}}$  (рис. 2, б) для оценок направления прихода сигналов мощности. Здесь отношение сигнал-шум составило  $h^2 = 20$  дБ, а  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = \Delta\theta$ . С увеличением  $\eta$  и  $\Delta\theta$  ошибка в оценках параметров уменьшается. Так, для  $\eta = 20$  дБ и  $\Delta\theta = 40^\circ$  эффективность алгоритма по  $\sigma_{\tilde{\theta}}$  и  $\Delta\mu_{\tilde{\theta}}$  сопоставима со случаем, когда  $\eta = 30$  дБ и  $\Delta\theta = 25^\circ$ .

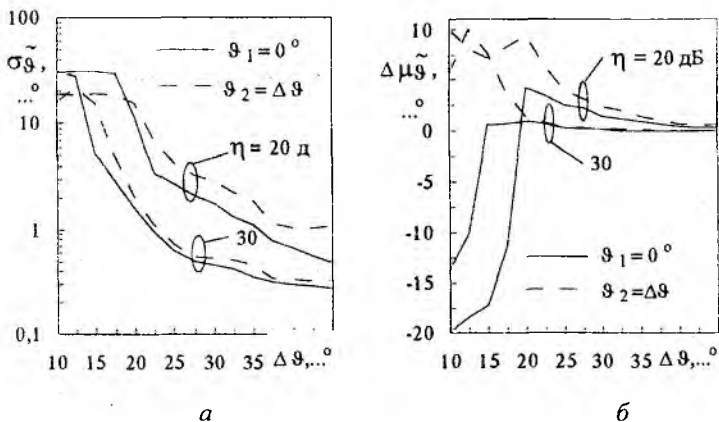


Рис. 2

Таким образом, представлен алгоритм оценки параметров сигналов, использующий синтезирование апертуры антенной решетки. Результаты исследования эффективности алгоритма на основе привлечения модели частично когерентных сигналов позволяют сделать следующие выводы:

1. Эффективность алгоритма в значительной мере зависит от степени когерентности принимаемых сигналов. Снижение степени когерентности сигналов сопровождается потерей эффективности алгоритма, что можно объяснить ослаблением корреляционных связей между сечениями выборок.

2. Предложенный алгоритм позволяет повысить точность оценок параметров принимаемых сигналов в многосигнальной обстановке для систем подвижной радиосвязи, исключая потерю сигналов, и может быть использован в каналах связи с отношениями уровня регулярной к уровню флуктуационной компоненты более 15 дБ. При этом нет необходимости знать точную скорость подвижного объекта в интервале оценивания параметров принимаемых сигналов.

**Список литературы:** 1. Schmidt R.O. Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1985. Vol. AP-34. P. 806 — 811. 2. Kumaresan R. D.W., Tufts D.W. Estimating the angles of arrival of multiple plan waves // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1983. Vol. AES-19. P. 134 — 139. 3. Полрадэ А., Рой П., Кайлатх Г. Оценивание параметров сигналов методом поворота подпространств // ТИИЭР. 1986. Т. 74, № 7. С. 165 — 166. 4. Roy R., Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. 1989. Vol. 37, N 7. P. 984 — 995. 5. Zhao L.C., Krishnaiah P.R., Bai Z.D. On detection of the number of signals in presence of white noise // J. of Multivariate analysis. 1986. Vol. 20, N 1. P. 1 — 25.

Харьковский государственный технический университет радиозлектроники

Поступила в редакцию 13.04.98