

10.01.07

ISSN 1560-4128

**ЭВ
&
ЭС**

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ

10'2006

www.radiotec.ru/

т. 11

В НОМЕРЕ :

**Оценивание остаточной
надежности на основе
модели утраты работоспособности**

**Новые аналоговые плоскострунные
и дифференцирующие
линейные фильтры**

**Акустооптический метод
измерений скорости звука**

и др.



Тел./факс: (495) 625-9241
E-mail: info@radiotec.ru
[Http://www.radiotec.ru](http://www.radiotec.ru)

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 71961 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

Физика и техника СВЧ

УДК 517.958:537.8

Рассеяние электромагнитных волн на полупрозрачной конической поверхности с внутренним идеально проводящим экраном

В.А. Дорошенко

Рассмотрена задача рассеяния электромагнитных волн на полупрозрачной конической поверхности с внутренним сплошным идеально проводящим конусом, решенная методом, основанным на использовании интегральных преобразований Конторовича-Лебедева и эквивалентных краевых условий на поверхности полупрозрачного конуса, учитывающих его кривизну; найдены аналитические решения краевой задачи без ограничений на параметры структуры; изучено влияние угловых размеров конусов и параметра полупрозрачности на поведение поля у вершины конической структуры.

A problem of electromagnetic waves scattering on a semi-transparent conical surface with an interior isotropic perfectly conducting cone is considered. The solution method is based on using the Kontorovich-Lebedev integral transforms and the equivalent boundary conditions on the semi-transparent cone, those are depending on the cone curvature. Boundary problem analytical solutions are obtained without restrictions for structure parameters. Effects of conical angular dimensions and the semi-transparent parameter on field behavior near the cone tip are studied.

Введение. Исследование задач рассеяния электромагнитных волн на конусах и биконусах представляет интерес в связи с их широким использованием в широкополосных и сверхширокополосных антенных и радиолокационных системах [1,2]. Сложность решения краевых задач в конических областях обусловлена кривизной конической поверхности и наличием вершины. Изучению рассеивающих свойств идеально проводящих сплошных конусов и биконусов посвящен ряд работ [3-9], в которых строгими и приближенными методами получены решения краевых задач для таких структур. Замена идеально проводящих поверхностей неидеально проводящими (в том числе полупрозрачными и импедансными) значительно расширяет рамки применения результатов исследования соответствующих краевых задач, но усложняет их решение. Одним из эффективных методов решения электродинамических задач для полупрозрачных поверхностей является приближенный метод, базирующийся на применении усредненных (эквивалентных) граничных условий (УГРУ) [10,11]. Методом УГРУ получены аналитические решения электродинамических задач с гармонической зависимостью поля от времени для плоских или слабо искривленных сетчатых структур [10,11].

Цель настоящей работы – решение строгим методом краевой задачи электродинамики для полупрозрачного конуса с вставкой в виде сплошного идеально проводящего конуса. В качестве краевых условий на поверхности полупрозрачного конуса используются усредненные граничные условия для поля, полученные на основе строгого решения для густой конической решетки и учитывающие ее кривизну [12].

Постановка задачи. Аналитическое решение. Коническая структура Σ , состоящая из коаксиальных полубесконечных круговых тонких идеально проводящих сплошного конуса Σ_1 и кругового Σ_2 с N периодическими продольными щелями Σ_2 ($\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$), находится в поле электрического ($\chi = 1$) или магнитного ($\chi = 2$) диполя (рис.1). Поле источника, который помещен в точку $B_0(r_0)$, гармонически меняется во времени по закону $e^{ia\omega t}$ ($a = \pm 1$). Через $2\gamma_j$ ($j = 1, 2$) обозначим угол раскрытия конуса Σ_j , а d и $l = 2\pi/N$ – угловую ширину щелей и период конической структуры соответственно. Ширина щелей и период равны величинам двугранных углов, которые образованы плоскостями, проходящими через ось конусов и ребра соседних конических секторов. Во введенной сферической системе координат r, θ, φ с началом в вершине конической структуры Σ каждый из конусов Σ_j определяется уравнением $\theta = \gamma_j$. В общей постановке момент диполя произвольно ориентирован. Однако, разлагая его по локальному базису в точке B_0 радиальной $P_r^{(\chi)}$ и поперечной $P_{\perp}^{(\chi)}(r)$ компонентам, можно показать, что базовой задачей для исходной является задача возбуждения конической структуры Σ радиальным диполем с моментом

$$P_r^{(\chi)}(r) = M_r^{(\chi)} e_r \delta(r - r_0).$$

Среда, в которой находятся коническая структура Σ и источник, является однородной, изотропной и стационарной с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε, μ соответственно. Полупрозрачный конус представляет собой предельный случай конической поверхности с продольными щелями Σ_2 при условии существования предела

$$W_\chi = \lim_{\substack{N \rightarrow +\infty \\ d/l \rightarrow 2-\chi}} \left[-\frac{1}{N} \ln \sin \left(\frac{\pi}{2} (\chi - d/l) \right) \right] > 0. \quad (1)$$

Электромагнитное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ в присутствии конической структуры и источника удовлетворяет уравнениям Максвелла, краевому условию на поверхности конуса Σ_1 :

$$\mathbf{E}_{\text{tg}}|_{\Sigma_1} = 0,$$

а также усредненным краевым условиям на полупрозрачной конической поверхности Σ_2 :
при $\chi = 1$

$$\left[E_r \right]_{\Sigma_2} = 0, \quad \frac{-q}{wW_1 \sin \gamma_2} E_r \Big|_{\Sigma_2} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r \tilde{H}_\varphi), \quad (2)$$

или

$$\frac{-q}{wW_1 \sin \gamma_2} E_r \Big|_{\Sigma_2} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r j_r),$$

при $\chi = 2$

$$\left[E_\varphi \right]_{\Sigma_2} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r E_\varphi) \Big|_{\Sigma_2} = \frac{-wq}{4W_2 \sin \gamma_2} \tilde{H}_r, \quad (3)$$

или

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r E_\varphi) \Big|_{\Sigma_2} = \frac{-wq}{4W_2 \sin \gamma_2} j_\varphi,$$

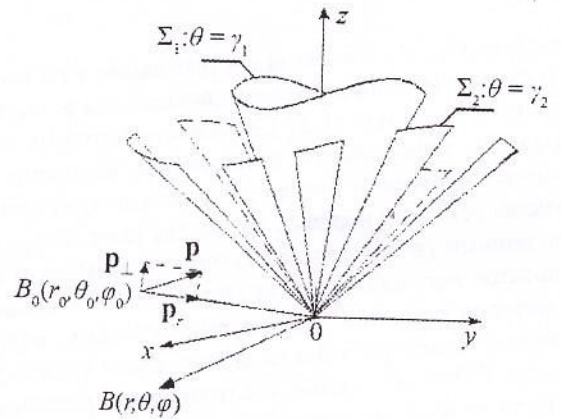


Рис.1. Коническая структура

а также условию на бесконечности и условию ограниченности энергии.

В (2) и (3) $\tilde{A}_\varphi = [A_\varphi]_{\Sigma_2} = A_\varphi|_{\theta=\gamma_2+0} - A_\varphi|_{\theta=\gamma_2-0}$; j_r - радиальная составляющая плотности поверхностного тока, наведенного на поверхности полупрозрачного конуса Σ_2 ; $w = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ - волновое сопротивление среды; $q = iak$, $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$; j_φ - азимутальная составляющая плотности поверхностного тока, наведенного на поверхности полупрозрачного конуса Σ_2 .

Электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение [13]. Для решения краевой задачи с конической геометрией удобно использовать электрический $v^{(1)}$ и магнитный $v^{(2)}$ потенциалы Дебая, через которые выражаются составляющие электромагнитного поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$:

при $\chi = 1$

$$E_r = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r v^{(1)}), \quad H_r = 0, \quad (4)$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r v^{(1)}), \quad H_\theta = \frac{q}{w \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} v^{(1)}, \quad E_\varphi = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} (r v^{(1)}), \quad H_\varphi = -\frac{q}{w} \frac{\partial}{\partial \theta} v^{(1)};$$

при $\chi = 2$

$$E_r = 0, \quad H_r = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r v^{(2)}), \quad (5)$$

$$E_\theta = -\frac{q\omega}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\varphi} v^{(2)}, \quad H_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial\theta} (rv^{(2)}), \quad E_\varphi = q\omega \frac{\partial}{\partial\theta} v^{(2)}, \quad H_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial\varphi} (rv^{(2)}).$$

Введенные потенциалы Дебая $v^{(\chi)}$ удовлетворяют уравнению Гельмгольца вне конуса и источника, краевым условиям на сплошном конусе Σ_1 :

$$\frac{\partial^{\chi-1}}{\partial n^{\chi-1}} v^{(\chi)} \Big|_{\Sigma_1} = 0, \quad (6)$$

и усредненным краевым условиям на полупрозрачном конусе Σ_2 :

$$\text{при } \chi = 1 \\ \left[v^{(1)} \right]_{\Sigma_2} = 0, \quad (7)$$

$$v^{(1)} \Big|_{\Sigma_2} - W_1 \sin \gamma_2 \left[\frac{\partial}{\partial\theta} v^{(1)} \right]_{\Sigma_2} = 0; \quad (8)$$

$$\text{при } \chi = 2 \\ \left[\frac{\partial}{\partial\theta} v^{(2)} \right]_{\Sigma_2} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta} v^{(2)} \Big|_{\Sigma_2} - \frac{1}{4W_2 \sin \gamma_2} \left[v^{(2)} \right]_{\Sigma_2} = 0, \quad (10)$$

а также принципу предельного поглощения и условию ограниченности энергии.

$$\text{В (7) и (8)} \quad \left[\frac{\partial^{\chi-1} g}{\partial \theta^{\chi-1}} \right]_{\Sigma_2} = \frac{\partial^{\chi-1} g}{\partial \theta^{\chi-1}} \Big|_{\Sigma_2} - \frac{\partial^{\chi-1} g}{\partial \theta^{\chi-1}} \Big|_{\Sigma_2^+}, \quad \Sigma_2^+ : \theta = \gamma_2 \pm 0.$$

В соответствии со структурой поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}, t) + \mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t),$$

где $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ – поле диполя (первичное поле); $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$ – поле, обусловленное присутствием конической структуры (вторичное поле), а искомые потенциалы $v^{(\chi)}$ представим так:

$$v^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_0^{(\chi)}(\mathbf{r}) + v_1^{(\chi)}(\mathbf{r}), \quad (11)$$

где $v_0^{(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{\hat{p}_\chi}{r_0} \frac{e^{-qR}}{4\pi R}$ – потенциал для первичного поля, а потенциал $v_1^{(\chi)}$, определяющий вторичное поле, удобно искать в виде интеграла Конторовича–Лебедева [12, 14]:

$$v_1^{(\chi)} = -\frac{\hat{p}_\chi}{2\pi^2 r_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m e^{-im\varphi_0} \int_0^\infty \tau \operatorname{th}(\pi\tau) \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)} \hat{b}_{m\tau}^{(\chi), p} \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \hat{U}_{m\tau}^{(\chi)}(\theta, \varphi) d\tau. \quad (12)$$

В (12) $\hat{p}_\chi = \frac{M_r^{(\chi)}}{\varepsilon^{2-\chi} \mu^{\chi-1}}$; $K_{i\tau}(qr)$ – функция Макдональда; $\Gamma(z)$ – гамма-функция, а коэффициенты

$\hat{b}_{m\tau}^{(\chi), p}(\gamma_p, \theta_0)$ определяются месторасположением источника:

$$\hat{b}_{m\tau}^{(\chi), p}(\gamma_p, \theta_0) = \eta(2, 5 - p) \eta[(-1)^p (\theta_0 - \gamma_2)] \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} U_{m\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0) + \eta(p - 2, 5) \eta(\theta_0 - \gamma_p) \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_p^{\chi-1}} U_{m\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0),$$

$$\gamma_p < \theta_0 < \gamma_{p+1} \eta(2, 5 - p) + \pi \eta(p - 2, 5), \quad p = 1, 2, 3,$$

$$U_{m\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0) = \begin{cases} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0), & \theta < \theta_0, \\ P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta_0), & \theta_0 < \theta; \end{cases}$$

$\eta(y)$ – функция Хевисайда; $P_{-1/2-i\tau}^m(\cos\theta)$ – присоединенные функции Лежандра; $\hat{U}_{m\tau}^{(\chi)}(\theta, \varphi)$ – неизвестная функция.

Решение задачи в случае размещения источника внутри сплошного конуса Σ_1 ($0 < \theta_0 < \gamma_1$) приведено в [3] и поэтому здесь не рассматривается. Использование краевых условий (6)–(10) дает возможность найти функцию $\hat{U}_{m\tau}^{(\chi)}(\theta, \varphi)$, определить потенциал для вторичного поля

$$v_1^{(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \hat{v}_1^{(\chi)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (13)$$

$$\hat{v}_1^{(\chi)} = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \hat{y}_{m,n}^{(\chi)} \frac{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_2)}{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\gamma_2)} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) e^{im\varphi},$$

$$\hat{y}_{m,n}^{(\chi)} = \frac{1 + 2^{3-x} W_x^{\tilde{\rho}(\chi)} m^{\tilde{\rho}(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\varepsilon}_{m,2}^{(\chi)}) \hat{C}_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)}{1 + 2^{3-x} W_x^{\tilde{\rho}(\chi)} m^{\tilde{\rho}(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\varepsilon}_{m,2}^{(\chi)})},$$

$$\hat{C}_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_1^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_1) \frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\gamma_2)}{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_1^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\gamma_1) \frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_2)},$$

$$m^{\tilde{\rho}(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\varepsilon}_{m,2}^{(\chi)}) = \frac{(-1)^{m+x-1} \operatorname{ch} \pi \tau \Gamma(1/2 + i\tau + m)}{\pi (\sin \gamma_2)^{1-\tilde{\rho}(\chi)} \Gamma(1/2 + i\tau - m)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_2) \frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\gamma_2)} \frac{1}{1 - \hat{C}_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)},$$

$$a_{m\tau}^{(\chi)} = \hat{p}_\chi a_{m\tau}, \quad \hat{p}_\chi = \frac{M_r^{(\chi)}}{\varepsilon^{2-x} \mu^{x-1}}, \quad a_{m\tau} = \frac{1}{4} e^{-im\varphi_0} (-1)^m \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{1}{\operatorname{ch} \pi \tau} \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)}.$$

Одиночный полупрозрачный конус. При исчезновении сплошного конического экрана Σ_1 ($\gamma_1 \rightarrow 0$) рассматриваемая коническая поверхность Σ превращается в одиночный полупрозрачный конус Σ_2 . Потенциал Дебая $v^{(\chi)}(\mathbf{r})$ (11) преобразуется в потенциал $v_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r})$, соответствующий полному полю в случае одиночного полупрозрачного конуса Σ_2 :

$$v_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_{\text{сплн.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) + v_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r}), \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (14)$$

$$v_{\text{сплн.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_0^{(\chi)}(\mathbf{r}) + v_{\text{исплн.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}),$$

$$v_{\text{исплн.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \hat{v}_{\text{исплн.}\Sigma_2}^{(\chi)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (15)$$

$$\hat{v}_{\text{исплн.}\Sigma_2}^{(\chi)} = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \frac{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_2)}{\frac{d^{x-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\gamma_2)} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) e^{im\varphi},$$

$\psi_{\text{сплн.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r})$ – потенциал Дебая для рассеянного поля в случае одиночного идеально проводящего сплошного конуса Σ_2 , а слагаемое $f_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r})$ в (14) обусловлено наличием неоднородностей в виде щелей на поверхности конуса Σ_2 , где

$$f_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{-\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \hat{f}_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (16)$$

$$\hat{f}_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \hat{f}_{m\tau, \text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} \frac{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2)}{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \gamma_2)} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0) P_{-1/2-i\tau}^m(-\cos \theta) e^{im\varphi},$$

$$\hat{f}_{m\tau, \text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} = (2W_\chi)^{2-\chi} \frac{(A_{i\tau}^{(\chi),m})^{\chi-1}}{A_{i\tau}^{(\chi),m} + 2W_\chi},$$

$$A_{i\tau}^{(1),m} = (-1)^m \frac{\pi}{\operatorname{ch} \pi \tau} \frac{\Gamma(1/2 + i\tau - m)}{\Gamma(1/2 + i\tau + m)} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \gamma_2),$$

$$A_{i\tau}^{(2),m} = \frac{(-1)^{m+1} \operatorname{ch} \pi \tau}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{\Gamma(1/2 + i\tau + m)}{\Gamma(1/2 + i\tau - m)} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2-i\tau}^m(-\cos \gamma_2)}.$$

Функция $f_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r})$ (16) отвечает добавочным слагаемым в представлении (4), (5) к составляющим электромагнитного поля, рассеянному сплошным идеально проводящим конусом Σ_2 (при отсутствии щелей). В случае одиночного полупрозрачного конуса Σ_2 структура рассеянного полупрозрачным конусом Σ_2 поля такова, что в ней, согласно (14), помимо слагаемого, соответствующего рассеянному сплошной идеально проводящей конической поверхностью поля (15) присутствует слагаемое, обусловленное наличием неоднородностей в виде продольных щелей. Спектр краевой электродинамической задачи при этом определяется множеством полюсов подынтегральной функции в (16), являющихся корнями уравнения

$$A_{i\mu}^{(\chi),m} + 2W_\chi = 0, \quad (17)$$

после перехода к интегрированию по мнимой оси ($\hat{\mu} = i\tau$) и замыканию контура интегрирования в правой полуплоскости комплексного переменного интегрирования $\hat{\mu}$. Корни уравнения (17) зависят от типа возбуждения, который определяется параметром χ , углом полураскрыва конуса γ_2 , параметром заполнения W_χ и номером $m \in \mathbb{Z}$. По спектру краевой задачи находятся соответствующие собственные функции, являющиеся модами (волнами), которые присутствуют в структуре рассеянного поля. Наименьшее значение в спектре краевой задачи для сплошного конуса определяет поведение поля у его вершины.

В случае электрического радиального диполя ($\chi = 1$) спектр определяется корнями такого уравнения (при $\theta_0 = \pi, m = 0$):

$$\pi P_{-1/2-\hat{\mu}}(\cos \gamma) P_{-1/2+\hat{\mu}}(-\cos \gamma) + 2W_1 \cos \pi \hat{\mu} = 0. \quad (18)$$

Для произвольных значений параметра заполнения W_1 анализ спектра граничной задачи проведен на основе численного решения (18). Спектральные значения $\hat{\mu}$ зависят от угла γ_2 и параметра W_1 . Изменению параметра W_1 в пределах от нуля до больших значений соответствует изменение поверхностных свойств полупрозрачного конуса от свойств, близких к свойствам идеально проводящего конуса до свойств густой сетки слабо отражающей падающее на нее поле.

Поле в окрестности острия ведет себя следующим образом:

$$|\mathbf{E}| \sim (kr)^{-1+\alpha}, \quad |\mathbf{H}| \sim (kr)^\alpha, \quad (19)$$

где $\alpha = -\frac{1}{2} + \min(\mu_n)$.

Зависимость параметра α от W_1 и γ_2 показана на рис. 2. Отсюда видно, что особенность поля вблизи вершины конуса слабо зависит от угла раствора конуса γ_2 при больших значениях W_1 . С уменьшением параметра заполнения W_1 особенность поля у вершины полупрозрачного конуса приближается к такой, как у сплошного конуса.

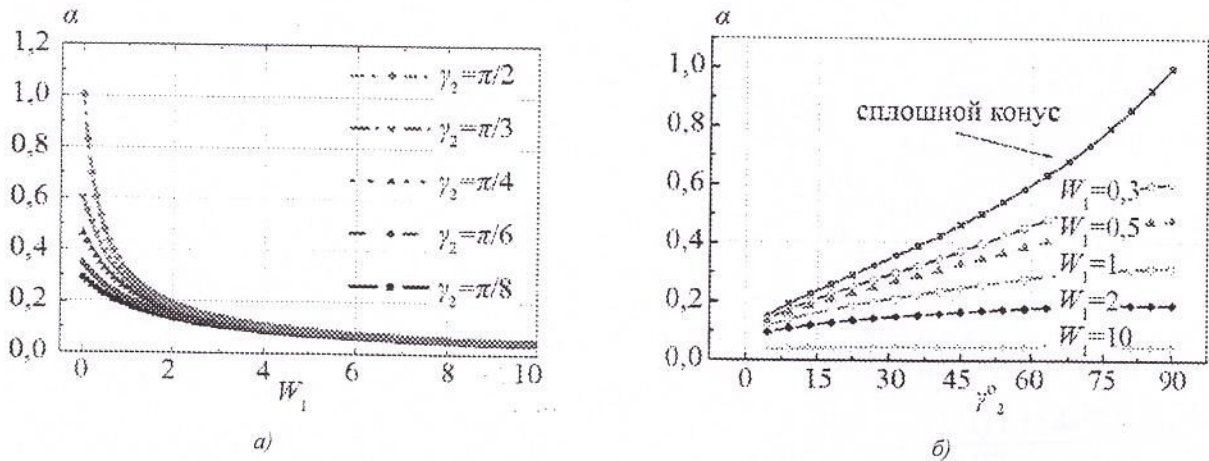


Рис. 2. Зависимость параметра α от параметра заполнения W_1 (а) и от угла полураскрытия полупрозрачного конуса γ_2 (б).

Полупрозрачный конус с внутренним сплошным экраном. Потенциал для полупрозрачного конуса с внутренним сплошным идеально проводящим экраном можно записать так:

$$v_{\Sigma}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) + f_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)}(\mathbf{r}) \quad \Sigma_2, \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (20)$$

где $v_{\text{п.пр.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r})$ – потенциал Дебая для одиночного полупрозрачного конуса; $f_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)}(\mathbf{r})$ характеризует поправку к рассеянному одиночным полупрозрачным конусом полю за счет присутствия внутреннего сплошного экрана Σ_1 ;

$$f_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \hat{f}_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (21)$$

$$\hat{f}_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \hat{f}_{m\tau, \Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)} \frac{\frac{d\chi^{-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2)}{\frac{d\chi^{-1}}{d\gamma_2^{x-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \gamma_2)} \frac{P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta) e^{im\varphi}}{P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \gamma_2)}, \quad (22)$$

$$\hat{f}_{m\tau, \Sigma_1, \Sigma_2}^{**(\chi)} = \frac{2 \cdot 4^{1-x} W_{\chi}^{\rho(\chi)} m^{\rho(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\epsilon}_{m,2}^{(\chi)}) [1 - \tilde{C}_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)]}{1 + 2 \cdot 4^{1-x} W_{\chi}^{\rho(\chi)} m^{\rho(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\epsilon}_{m,2}^{(\chi)}) [1 - \tilde{C}_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)]} \frac{2 \cdot 4^{1-x} W_{\chi}^{\rho(\chi)} m^{\rho(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\epsilon}_{m,2}^{(\chi)})}{1 + 2 \cdot 4^{1-x} W_{\chi}^{\rho(\chi)} m^{\rho(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \tilde{\epsilon}_{m,2}^{(\chi)}) [1 - \tilde{C}_{i\tau}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)]}.$$

На основании представлений (20)–(22) заключаем, что в структуре рассеянного конической поверхностью $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ поля, кроме слагаемого для рассеянного одиночным полупрозрачным конусом поля, присутствует слагаемое, соответствующее полю, отраженному от сплошного экрана Σ_1 и прошедшему через полупрозрачный конус Σ_2 . В случае осесимметричного возбуждения электрическим радиальным диполем ($\theta_0 = \pi$) полупрозрачного конуса Σ_2 с внутренним экраном Σ_1 одна из составляющих полного электрического поля имеет вид ($q = ik$)

$$E_\theta = \frac{\tilde{a}_1^*}{rr_0\sqrt{rr_0}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\tilde{\mu}_p^* \left[(\tilde{\mu}_p^*)^2 - 1/4 \right]}{\cos^2 \pi \tilde{\mu}_p^*} J_{\tilde{\mu}_p^*}(kr_0) \frac{d}{dr} \left(\sqrt{r} H_{\tilde{\mu}_p^*}^{(2)}(kr) \right) \frac{\Delta_{\tilde{\mu}_p^*}^{(1,0)}(\gamma_1, \gamma_2)}{\frac{d}{d\mu} \hat{R}_{\tilde{\mu}}|_{\tilde{\mu}=\tilde{\mu}_p^*}} P_{-1/2+\tilde{\mu}_p^*}(-\cos \gamma_2) P_{-1/2+\tilde{\mu}_p^*}^{-1}(\cos \theta) +$$

$$+ \frac{\tilde{b}_1^* W_1}{rr_0\sqrt{rr_0}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\tilde{\mu}_p^* \left[(\tilde{\mu}_p^*)^2 - 1/4 \right]}{\cos \pi \tilde{\mu}_p^*} J_{\tilde{\mu}_p^*}(kr_0) \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{\tilde{\mu}_p^*}^{(2)}(kr) \right] \frac{1}{\frac{d}{d\mu} \hat{R}_{\tilde{\mu}}|_{\tilde{\mu}=\tilde{\mu}_p^*}} P_{-1/2+\tilde{\mu}_p^*}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\tilde{\mu}_p^*}^{-1}(-\cos \theta),$$

$\gamma_1 < \theta < \gamma_2, \quad r_0 < r,$

(23)

где $\tilde{a}_1^*, \tilde{b}_1^*$ – известные коэффициенты, $\hat{R}_{\tilde{\mu}_p^*} = 0$,

$$\hat{R}_{\tilde{\mu}} = 2W_1 P_{-1/2-\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_1) - \frac{\pi}{\cos \pi \tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_2) \Delta_{\tilde{\mu}}^{(1,0)}(\gamma_1, \gamma_2);$$

$$\Delta_{\tilde{\mu}}^{(1,0)}(\gamma_1, \gamma_2) = P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_2) - P_{-1/2+\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\cos \gamma_2).$$

Суммирование в представлении (22) проводится по индексу спектральных значений краевой задачи для полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном. Составляющая электрического поля (22) определяется бесконечным набором волн, поля которых не зависят от азимутальной координаты φ .

Спектр собственных значений краевой задачи в данном случае $\{\tilde{\mu}_p^*\}_{p=1}^{+\infty}$ определяется корнями уравнения

$$2W_1 P_{-1/2-\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_1) - \frac{\pi}{\cos \pi \tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_2) \Delta_{\tilde{\mu}}^{(1,0)}(\gamma_1, \gamma_2) = 0.$$

На рис. 3 приведены зависимости параметра α , характеризующего поле у вершины полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном (19), от углов полуоткрыва конусов Σ_1 и Σ_2 и параметра полупрозрачности W_1 .

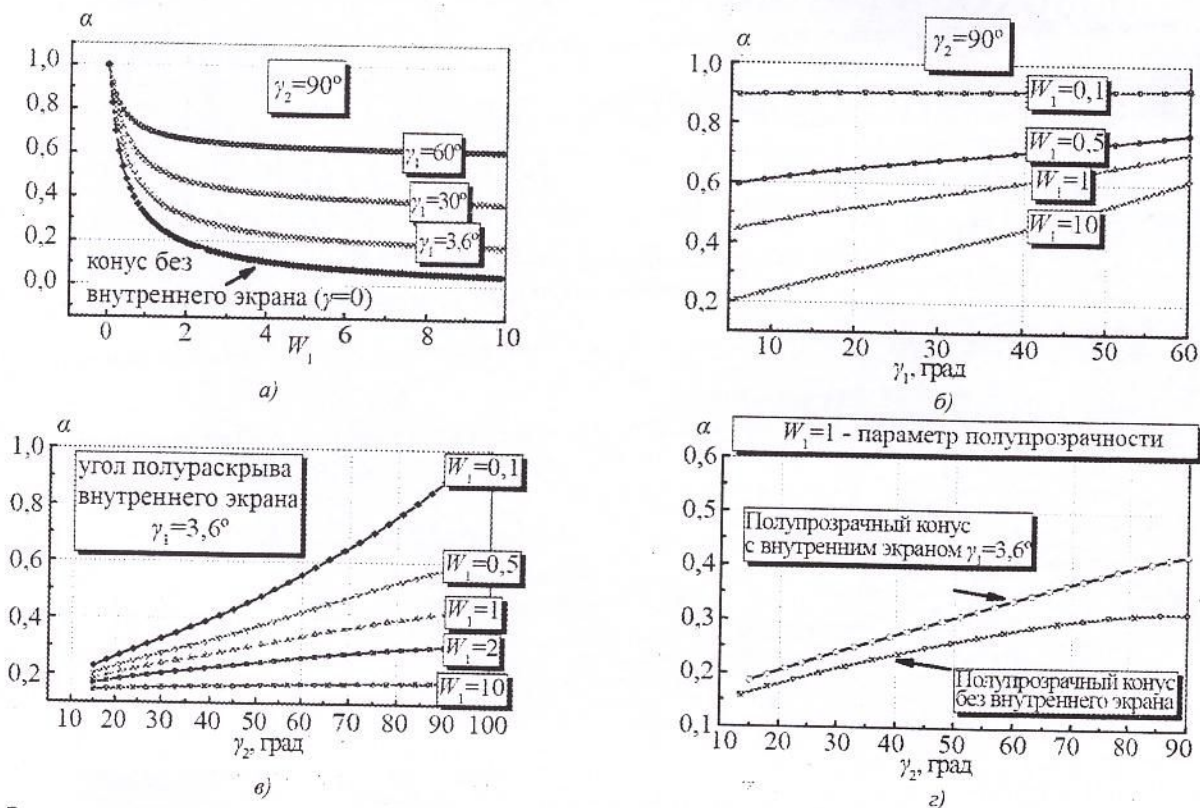


Рис. 3. Зависимости параметра α : а – от параметра заполнения W_1 ; б – от угла полуоткрыва внутреннего экрана γ_1 ; в, г – от угла полуоткрыва полупрозрачного конуса γ_2

В результате анализа кривых на рис. 3, а можно сделать вывод, что наличие сплошного экрана внутри полупрозрачного конуса, находящегося в поле электрического радиального диполя, приводит к уменьшению особенности поля вблизи вершины (по сравнению с особенностью у вершины одиночного полупрозрачного конуса). Расширение внутреннего сплошного конуса Σ_1 при фиксированном значении параметра W_1 способствует ослаблению особенности электрического поля (рис. 3, б). Расширение полупрозрачного конуса Σ_2 при фиксированном угле полураскрыва конуса Σ_1 приводит также к ослаблению особенности у электрического поля (рис. 3, в). Из рис. 3, г можно судить о степени влияния угла внутреннего конуса Σ_1 на параметр α при фиксированном значении W_1 . Магнитное поле у вершины рассматриваемой конической поверхности особенности не имеет и убывает по мере приближения к вершине. Однако степень убывания зависит от углов γ_1 , γ_2 и параметра W_1 .

Заключение. Исследована задача рассеяния монохроматических электромагнитных волн на полупрозрачной конической поверхности с вставкой в виде идеально проводящего конуса. На поверхности полупрозрачного конуса заданы усредненные (эквивалентные) краевые условия, учитывающие его кривизну. На основе полученного строгого решения изучена структура рассеянного поля и его поведение у вершины рассматриваемой конической поверхности. Приведены кривые зависимости параметра, характеризующего поведения поля вблизи одиночного полупрозрачного конуса и полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном, от параметра полупрозрачности (заполнения) и углов раскрыва конусов. Показано, что внесение сплошного идеально проводящего конуса во внутреннюю область полупрозрачного ослабляет имеющуюся особенность вблизи вершины последнего.

Автор выражает благодарность проф. Я.С. Шифрину и проф. В.Ф. Кравченко за полезные советы и замечания при обсуждении результатов работы, а также Е.К. Семенову за помощь в численных расчетах.

Литература

1. Айзенберг Г.З., Белоусов С.П., Журбенко Э.М. и др. Коротковолновые антенны. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. – М.: Сов. радио, 1975.
3. Фелсен Л., Маркуеиц Н. Излучение и рассеяние волн. – М.: Мир, 1978, т.1, 2.
4. Колодий Б.И., Куряк Д.Б. Осесимметричные задачи дифракции электромагнитных волн на конических поверхностях. – Киев: Наукова думка, 1995.
5. Горяинов А.С. Дифракция плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси конуса. – Радиотехника и электроника, 1961, т.6, №1, с.47-57.
6. Вилкова Л.П., Нефедов Е.И. Волны биконического рупора. – Радиотехника и электроника, 1979, т.24, №6, с. 1017-1026.
7. Smyshlyaev I.P. Diffraction by cones at high-frequencies. – Wave Motion, 1990, vol.12, pp.329-339.
8. Vafiadis E., Sahalos J.N. The electromagnetic field of a slotted elliptic cone. – IEEE Trans. on Ant. and Propagat, 1990, vol.38, no.11, pp.1894-1898.
9. Фельд Я.Н. Излучение биконуса, возбуждаемого включенной между конусами сторонней электродвижущей силой. – Радиотехника и электроника, 1996, т.41, №6, с.645-650.
10. Конторович М.И., Астрахан М.И., Акимов В.П. и др. Электродинамика сетчатых структур. – М.: Радио и связь, 1987.
11. Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Кориунова Е.Н. и др. Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями: Методы конструктивного синтеза. – М.: Наука, 1989.
12. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Возбуждение незамкнутых конических и биконических структур. – Электромагнитные волны и электронные системы, 2003, т.8, №6, с.4-78.
13. Хенл Х., Мауэ А., Вестфаль К. Теория дифракции. – М.: Мир, 1964.
14. Дорошенко В.А. Возбуждение сложной периодической идеально проводящей конической структуры. – Электромагнитные волны и электронные системы, 2005, т.10, №7, с.28-35.

Поступила 15 февраля 2006 г.

Дорошенко Владимир Алексеевич (1954 г.р.) – канд. физ.-мат. наук, доц. каф. высшей математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.
Область научных интересов: математическая физика, электродинамика.