

УДК 621.372

*Н. А. КОРОБЧЕНКО*

**ВНУТРЕННЯЯ ПРОВОДИМОСТЬ НЕРЕЗОНАНСНОЙ НАКЛОННОЙ  
ЩЕЛИ НА УЗКОЙ СТЕНКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА**

---

Электрические свойства щелевых излучателей, расположенных на широкой стенке прямоугольного волновода, изучены достаточно подробно. Например, решена задача возбуждения прямоугольного волновода произвольно ориентированной нерезонансной щелью в его широкой стенке и определена ее внутренняя проводимость [1]. Последняя необходима при исследовании свойств матрицы рассеяния и при расчете волноводно-щелевых антенн [2].

Однако расчет внутренней проводимости наклонной щели в узкой стенке прямоугольного волновода в литературе отсутствует, хотя такие излучатели находят все большее практическое применение.

Опишем расчет внутренней проводимости наклонной нерезонансной щели, произвольно расположенной на узкой стенке прямоугольного волновода с зарезами на широкие стенки.

Рассмотрим бесконечный прямоугольный одномодовый волновод сечением  $a \times b$  с бесконечно тонкими идеально проводящими стенками. В его узкой стенке произвольным образом прорезана щель, осевая длина которой равна  $2L$ , ширина —  $d$ . Здесь  $d \ll \ll L$ ;  $2L \approx \lambda/2$ ,  $\lambda$  — длина волны в среде распространения с абсо-

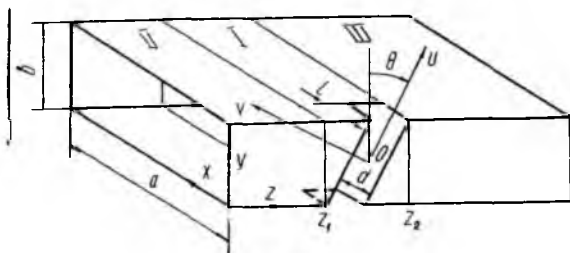


Рис. 1

лютными диэлектрической  $\epsilon_a$  и магнитной  $\mu_a$  проницаемостями. Щель имеет достаточно сложную форму, поскольку ее раскрыв простирается на широкие стенки в виде зарезов длиной  $l$  (рис. 1).

Свяжем с волноводом систему координат  $x, y, z$ , а со щелью — локальную систему координат  $u, v$ , причем ось  $ou$  направим вдоль оси щели. Орты  $\vec{u}^0, \vec{v}^0, \vec{n}$  ( $\vec{n}$  — орт внешней к волноводу нормали) образуют правую тройку. Центр щели совпадает с началом локальной системы координат и с началом отсчета продольной координаты  $z$ . Щель наклонена к оси  $y$  под углом  $\theta$ .

Полагаем, что некоторый сторонний источник электромагнитных волн частоты  $\omega$  возбуждает на поверхности щели электрическое поле  $\vec{e}$ . Требуется определить комплексную внутреннюю проводимость такой щели.

Собственную внутреннюю проводимость произвольно ориентированной щели запишем в виде [2]

$$Y = \frac{1}{V_0 d} \int_{S_{\text{щ}}} \psi H_u ds, \quad (1)$$

где  $\psi$  — нормированная к максимальному значению функция распределения электрического поля в щели;  $H_u$  — проекция на ось щели вектора магнитного поля, возбужденного щелью внутри волновода;  $V_0 = E_0 d$  — неизвестный амплитудный коэффициент с физическим смыслом напряжения между краями щели в пучности поля  $E_0$ ;  $S_{\text{щ}}$  — площадь раскрыва щели.

Согласно (1) для расчета внутренней проводимости предварительно необходимо определить электрическое и магнитное поля в раскрыве щели. Вследствие узости щели и ограниченности ее длины считаем, принимая во внимание результаты работ [2; 3], что электрическое поле в щели всюду, за исключением малых областей порядка  $d$  у ее краев и местах ее изломов поперечно и имеет косинусоидальный вид

$$\vec{e} = E_0 \vec{\psi}, \quad (2)$$

где

$$\vec{\psi} = \begin{cases} z^{\circ} \cos \frac{\pi}{2L} \left( \frac{b}{2 \cos \theta} + x \right), & y = 0, b, 0 \leq x \leq l; \\ \vec{v}^{\circ} \cos \frac{\pi}{2L} u, & x = 0, -\frac{b}{2 \cos \theta} \leq u \leq \frac{b}{2 \cos \theta}. \end{cases}$$

Для нахождения магнитного поля в области щели внутри волновода необходимо решить задачу возбуждения волновода исследуемой щелью. Решение этой задачи с использованием известных методов [4; 5] приводит к мало пригодным для практического использования конечным выражениям для внутренней проводимости.

Однако можно получить приемлемое для расчетов на ЭВМ решение методом, предложенным в работе [1] если область волновода, занимаемую щелью, рассматривать как резонатор, у которого поле на торцах (поперечных сечениях волновода за пределами щели) известно. Последнее легко определяется с помощью леммы Лоренца [2]. При этом поле в резонаторе можно найти, применяя метод, в основе которого лежит теория эквивалентности с использованием тензорной функции Грина [6], либо представляя это поле в виде вихревых и потенциальных рядов Фурье и «сшивая» его с известным полем на торцах [1]. Эти методы имеют примерно одинаковую сложность, однако учитывая геометрию щели, отдадим предпочтение второму, с помощью которого в работе [1] решена задача возбуждения прямоугольного волновода наклонной и крестообразной щелями в широкой стенке волновода. С этой целью рассмотрим поля в трех характерных областях волновода *I*, *II*, *III* (рис. 1). Область *I* включает в себя щель, которая нарушает регулярность волновода. Ограничим эту область сечениями  $z=z_1$  и  $z=z_2$ . Протяженность ее вдоль оси  $z$  обозначим  $s$ . Искомое магнитное поле в этой области запишем в виде разложения в ряд по вихревым и потенциальным базисным функциям прямоугольного параллелепипеда, совпадающего по размерам с областью *I*

$$\vec{H}_I = \sum_i h_i^h \vec{H}_i^h + \sum_i h_i^c \vec{H}_i^c + \sum_i h_i^n \vec{H}_i^n, \quad (3)$$

где  $\vec{H}_i^c, \vec{H}_i^h$  — вихревые базисные функции электрического и магнитного типов;  $\vec{H}_i^n$  — потенциальные базисные функции;  $h_i^h, h_i^c, h_i^n$  — неизвестные амплитудные коэффициенты, подлежащие опреде-

лению;  $i$  — обобщенный индекс, указывающий на число вариаций поля вдоль широкой и узкой стенок волновода, а также вдоль его оси на отрезке  $s$ .

Области II и III простираются от  $-\infty$  до  $z_1$  и от  $z_2$  до  $+\infty$  и являются регулярными областями волновода. Поля в этих областях, а следовательно, и на поперечных сечениях волновода  $z=z_1$  и  $z=z_2$ , можно представить в виде разложения по полям нормальных волн электрического  $E_{mn}$ - и магнитного  $H_{mn}$ -типов. Амплитуды этих волн  $C_{\pm\nu}^e$ ,  $C_{\pm\nu}^h$  зависят от геометрии щели, размеров волновода, частоты генератора и определяются в явном виде с помощью формул, представленных в работе [4]. Здесь  $\nu$  — обобщенный индекс, соответствующий определенной комбинации числа  $m$  вариаций поля вдоль широкой и числа  $n$  вариаций поля вдоль узкой стенки волновода, а знаки «-» «+» перед ним указывают на области II, III.

Таким образом, для области I определены поля в поперечных сечениях волновода  $z=z_1$  и  $z=z_2$  и электрическое поле в щели, а искомое магнитное поле представлено рядом (3) с неизвестными коэффициентами  $h_i^h$ ,  $h_i^e$ ,  $h_i^n$ . Последние в общем виде получены в работе [1]

$$h_i^h = \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left\{ (-1)^{p+1} \frac{e^{-\gamma l^2}}{kc} \left[ \omega_l \frac{\gamma}{k} (C_{-\nu}^h + C_{+\nu}^h) + \omega \frac{k_z}{k_l} (C_{-\nu}^h - C_{+\nu}^h) \right] - \int_{s_{\text{щ}}} [\vec{e} \vec{H}_i^{h*}] \vec{n} ds \right\}; \quad (4)$$

$$h_i^e = \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left\{ (-1)^{p+1} \frac{e^{-\gamma l^2}}{kc} \left[ \omega \frac{\gamma}{k} (C_{-\nu}^e + C_{+\nu}^e) + k_z \frac{\omega_l}{k_l} (C_{-\nu}^e - C_{+\nu}^e) \right] - \int_{s_{\text{щ}}} [\vec{e} \vec{H}_i^{e*}] \vec{n} ds \right\}; \quad (5)$$

$$h_i^n = \frac{j}{\omega} \int_{s_{\text{щ}}} [\vec{e} \vec{H}_i^{n*}] \vec{n} ds + j(-1)^{p+1} \frac{e^{-\gamma l^2}}{kc} \frac{\kappa}{k_l} (C_{-\nu}^h - C_{+\nu}^h), \quad (6)$$

где  $\vec{H}_i^{h, e, n}$  — базисные функции объема I; знак «\*» — означает комплексное сопряжение;  $k$  — волновое число,  $k = \omega \sqrt{\epsilon_{a1} \mu_a}$ ;

$$k_l = \omega_l \sqrt{\epsilon_{a1} \mu_a} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}; \quad k_x = \frac{m\pi}{a}; \quad k_y = \frac{n\pi}{b}; \quad k_z = \frac{2p\pi}{c};$$

$\kappa = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  — поперечные волновые числа для волн типов  $E_{mn}$ ,  $H_{mn}$  в прямоугольном волноводе;  $\gamma$  — постоянная распространения,  $\gamma = \sqrt{k^2 - \kappa^2}$ .

Итак, выражение (3) с учетом (4)–(6) в общем виде определяет магнитное поле, возбужденное щелью в области волновода  $I$ , а следовательно, и на раскрыве самой щели. При этом суммы по  $i$  в (3) соответствуют тройным суммам по  $m, n, p$ .

Получение коэффициентов  $h_i^h, h_i^e, h_i^n$  в явном виде для случая исследуемой наклонной щели в узкой стенке прямоугольного волновода с зарезами на широкие стенки связано с достаточно громоздкими выкладками. Окончательно их можно записать так:

$$h_i^h = \frac{E_0}{d} \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{\mu_a abc}} \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left[ (-1)^{p+1} \frac{ke^{-\gamma^2}}{\omega\gamma} \times \right. \\ \left. \times (j\omega_i \frac{\gamma}{k} F^h - \omega \frac{k_z}{k_i} V^h) + jF_1^h - V_1^h \right]; \quad (7)$$

$$h_i^e = \frac{E_0}{d} \frac{2}{\sqrt{\mu_a abc}} \frac{j\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \left[ (-1)^{p+1} \frac{ke^{-\gamma^2}}{\omega\gamma} \times \right. \\ \left. \times \left( \omega \frac{\gamma}{k} V^e + jk_z F^e \right) + jF_1^e + V_1^e \right]; \quad (8)$$

$$h_i^n = \frac{E_0}{d} \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{\mu_a abc}} \frac{j}{\omega} \left[ jF_1^n - V_1^n - (-1)^{p+1} \frac{ke^{-\gamma^2}}{\omega\gamma} \frac{x}{k_i} V^h \right]. \quad (9)$$

Здесь 
$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0; \\ 2, & m \neq 0; \end{cases} \quad \varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 2, & n \neq 0; \end{cases}$$

$$F^h = 2J^h + [(-1)^n + 1] \frac{\gamma k_x}{k_x} G \sin\left(\gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta\right);$$

$$V^h = 2D^h - [(-1)^{n+1} + 1] \frac{\gamma k_x}{k_x} G \cos\left(\gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta\right);$$

$$f^h = \cos \frac{k_y b}{2} \left( \frac{\alpha^h \rho^h}{r^2 - \omega^2} - \frac{\beta^h \Pi^h}{M^2 - N^2} \right);$$

$$D^h = \sin \frac{k_y b}{2} \left( \frac{\alpha^h \rho^h}{r^2 - \omega^2} - \frac{\beta^h \Pi^h}{v_1^2 - N^2} \right);$$

$$G = \frac{8L}{\pi} \frac{\sin\left(\frac{\gamma d}{2 \cos \theta}\right)}{\gamma} \frac{1}{1 - \left(\frac{2}{\pi} L k_x\right)^2} \left[ \left( A - B \frac{2}{\pi} L k_x \right) \times \right. \\ \left. \times \cos \Lambda \sin \frac{k_x l}{2} + \left( B - A \frac{2}{\pi} L k_x \right) \sin \Lambda \cos \frac{k_x l}{2} \right];$$

$$\alpha^h = \frac{\gamma k_y}{k_x} \cos \theta + \frac{\alpha}{k} \sin \theta; \quad \beta^h = \frac{\gamma k_y}{k_x} \cos \theta - \frac{\alpha}{k} \sin \theta;$$

$$P^h = (z + W)r - (U + Q)\omega; \quad z = \sin \frac{Xd}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \sin f \cos \varphi;$$

$$W = \cos \frac{Xd}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \cos f \sin \varphi; \quad U = \sin \frac{Xd}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \cos f \sin \varphi;$$

$$Q = \cos \frac{Xd}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \sin f \cos \varphi; \quad \Pi^h = (R + \Gamma)M - (S + T)N;$$

$$R = \sin \frac{td}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \sin \zeta \cos \varphi; \quad \Gamma = \cos \frac{td}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \cos \zeta \sin \varphi;$$

$$S = \sin \frac{td}{2} \cos \frac{\Phi d}{2} \cos \zeta \sin \varphi; \quad T = \cos \frac{td}{2} \sin \frac{\Phi d}{2} \sin \zeta \cos \varphi;$$

$$f = \frac{\xi b}{2 \cos \theta}; \quad \varphi = \frac{\pi}{4L \cos \theta}; \quad \zeta = \frac{\eta b}{2 \cos \theta};$$

$$r = \xi X + \frac{\pi}{2L} \Phi; \quad W = \xi \Phi + \frac{\pi}{2L} X; \quad M = \eta t + \frac{\pi}{2L} \Phi;$$

$$N = \eta \Phi + \frac{\pi}{2L} t; \quad X = \psi + \xi \operatorname{tg} \theta; \quad \Phi = \frac{\pi}{2L} \operatorname{tg} \theta;$$

$$t = \chi + \eta \operatorname{tg} \theta; \quad \xi = k_y \cos \theta - \gamma \sin \theta;$$

$$\psi = -k_y \sin \theta - \gamma \cos \theta; \quad \eta = -k_y \cos \theta - \gamma \sin \theta;$$

$$\chi = k_y \sin \theta - \gamma \cos \theta; \quad A = \sin \frac{\pi l}{4L} \cos \frac{k_x l}{2};$$

$$B = \cos \frac{\pi l}{4L} \sin \frac{k_x l}{2}; \quad \Lambda = \frac{\pi}{4L} \left( \frac{b}{\cos \theta} + l \right);$$

$$F^e = -2J^e + \left[ (-1)^n + 1 \right] \frac{k_y}{x} G \sin \left( \gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta \right);$$

$$V^e = 2D^e + \left[ (-1)^{n+1} + 1 \right] \frac{k_y}{x} G \cos \left( \gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta \right);$$

$$J^e = \cos \theta \cos \left( \frac{k_y b}{2} \right) \frac{k_x}{x} \left( \frac{P^h}{r^2 - \omega^2} + \frac{\Pi^h}{M^2 - N^2} \right);$$

$$D^e = \cos \theta \sin \left( \frac{k_y b}{2} \right) \frac{k_x}{x} \left( \frac{P^h}{r^2 - \omega^2} + \frac{\Pi^h}{M^2 - N^2} \right).$$

Выражения для  $F_e^h, V^h, F_e, V_e$  получаем из соотношений для  $F^h, V^h, F, V$  заменой в них  $\gamma$  на  $k_z$  и  $k$  на  $k_i$ ; выражения для  $F_1^n, V_1^n$  получаем из соотношений для  $F_1^h, V_1^h$  заменой в них  $k_z k_x / k_l x, \alpha_1^h, \beta_1^h$  на  $k_x / k_l, \beta_1^n, \alpha_1^n$ , где

$$\alpha_1^n = \frac{k_y}{k_i} \cos \theta + \frac{k_z}{k_l} \sin \theta; \quad \beta_1^n = \frac{k_y}{k_i} \cos \theta - \frac{k_z}{k_l} \sin \theta.$$

С учетом (7)–(9) соотношение (3) позволяет получить конкретное выражение для вектора магнитного поля, возбуждаемого рассматриваемой щелью в непосредственной близости от нее. Далее, подставляя выражения для  $\Psi, H_u$  в формулу (1), получим следующее уравнение для собственной внутренней проводимости наклонной щели:

$$\begin{aligned}
 Y = & -j \frac{1}{abcd^2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \epsilon_n \sum_{p=0}^{\infty} \epsilon_p \left\{ (-1)^p e^{-l_1 \frac{c}{2}} \times \right. \\
 & \times \left[ \frac{k}{k_i^2 - k^2} \left( \frac{k k_z}{k_l \gamma} V^h V_1^h + \frac{k_l}{k} F^h F_1^h \right) - \frac{x}{\gamma k_l} V^h V_1^n \right] + \\
 & + \frac{(F_1^n)^2 + (V_1^n)^2}{k} - \frac{k}{k_i^2 - k^2} [(V_1^h)^2 + (F_1^h)^2] \left. \right\} - \\
 & - j \frac{4}{abcd^2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \epsilon_p (-1)^p e^{-l_1 \frac{c}{2}} \frac{k}{k_i^2 - k^2} \times \\
 & \times \left[ V^e V_1^e + \frac{k_z}{\gamma} F^e F_1^e - (V_1^e)^2 - (F_1^e)^2 \right], \quad (10)
 \end{aligned}$$

где

$$\epsilon_p = \begin{cases} 1, & p = 0; \\ 2, & p \neq 0. \end{cases}$$

Активная составляющая  $ReY$  соответствует возбуждению основной волны  $H_{10}$  в волноводе. В этом случае постоянная распространения  $\gamma = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$  — действительная величина. Реактивная составляющая  $ImY$  определяется основной волной и высшими нераспространяющимися типами волн, для которых  $\gamma$  — чисто мнимая.

Соотношение (10) удобно для получения численных результатов на ЭВМ, поскольку имеющиеся в нем ряды достаточно быстро сходятся (для обеспечения погрешности менее 1 % достаточно ограничиться первыми 15 членами каждого из рядов).

Выражение (10) можно использовать и для расчета внутренней проводимости щели с другими ее положениями на волноводе. В частности, результаты расчета проводимости продольной щели на узкой стенке волновода, расположенной у его ребра, совпали

с результатами, полученными с использованием соотношения (16) [1]. Кроме того, в отсутствие зарезов выражение (10) переходит в (16) указанной работы для произвольно ориентировочной щели в боковых стенках волновода.

Расчеты внутренней собственной проводимости проведены для наклонной щели, прорезанной в узкой стенке волновода сечением  $23 \times 10$  мм с зарезами на широкие стенки. При этом исследовалась зависимость активной и реактивной частей внутренней соб-

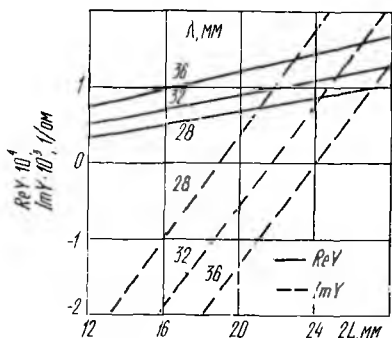


Рис. 2

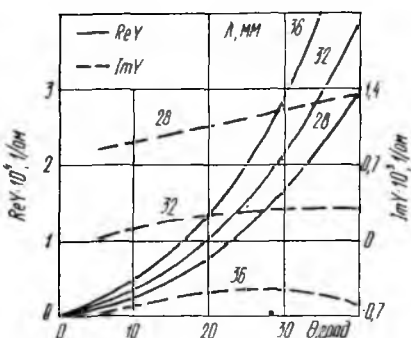


Рис. 3

ственной проводимости от длины щели, частоты, угла наклона и ее ширины.

На рис. 2 представлены зависимости активной и реактивной составляющих проводимости щели шириной  $d=1,5$  мм от длины щели (глубины зарезов) при  $\theta=20^\circ$  на трех фиксированных длинах волн. Из рис. 2 следует, что обе составляющие внутренней проводимости чувствительны к изменению частоты и возрастают с увеличением глубины зарезов. Характерно, что реактивная проводимость равна нулю («внутренний резонанс») при длине щели, близкой к половине длины волны в волноводе. Расчеты показали, что при изменении угла наклона щели в пределах от  $0^\circ$  до  $35^\circ$  в рассматриваемом диапазоне частот «внутренняя резонансная длина» изменяется на единицы процентов.

Влияние угла наклона щели на характер ее проводимости иллюстрируется рис. 3. Из рисунка видно, что изменение угла наклона оказывает существенное влияние на активную проводимость, а реактивная при этом изменяется слабо. Заметим, что при  $\theta=0$  (поперечная щель) проводимость чисто реактивная, т. е. щель возбуждает в волноводе только затухающие типы волн.

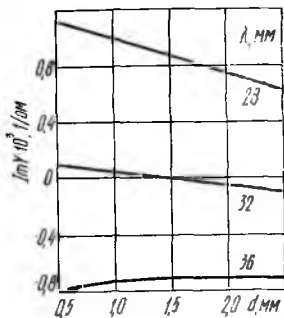


Рис. 4

Диапазонные свойства щели удобно показать на примере зависимости реактивной проводимости от ширины щели (рис. 4). В этом случае активная проводимость прак-

тически не изменяется. Из рис. 4 следует, что с увеличением ширины щели «разброс» реактивной составляющей в диапазоне частот уменьшается.

Таким образом, регулировку реактивной составляющей внутренней собственной проводимости целесообразно проводить глубиной зарезов. При этом проводимость становится чисто активной при длине щели, близкой к половине длины волны в волноводе. Частотные свойства щели улучшаются с увеличением ее ширины.

**Список литературы:** 1. Яцук Л. П., Жиронкина А. В., Катрич В. А. Возбуждение прямоугольного волновода наклонной и крестообразной щелями//Антенны (М.). — 1975. — Вып. 22. — С. 46—60. 2. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства. — М.: Б. и., 1959. — Т. 2.—551 с. 3. Chignell R. J., Roberts J. Compact resonant slot for waveguide arrays //IEE Proc., 1978. — 125. — N 11. — P. 1213—1216. 4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957.—581 с. 5. Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем. — М.: Б. и., 1949. — 426 с. 6. Яцук Л. П., Катрич В. А., Кононенко С. А. Возбуждение волновода с гребенчатой структурой поверхностным магнитным током//Вестн. Харьк. ун-та. — 1977. — № 151: Радиофизика и электрон. — Вып. 6. — С. 42—44.

*Поступила в редколлегию 01.04.86*