



ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ГИБРИДНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Тевяшев А.Д., Матвиенко О.И.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В докладе рассматривается новый класс задач оптимального стохастического управления гибридными динамическими системами, т. е. многомерными и многосвязными системами, содержащими большое количество технологических элементов, в которых динамические процессы могут быть разделены на два непересекающихся класса: быстро и медленно протекающие. При этом динамические свойства гибридной системы определяются динамическими свойствами взаимодействия конечной системы технологических элементов с медленно протекающими процессами. При постановке и решении задач оптимального управления гибридными динамическими системами динамическими свойствами быстротекущих процессов можно пренебречь и учитывать только динамические свойства медленно текущих процессов.

К такому классу систем относятся трубопроводные системы энергетики, включающие в себя системы водоснабжения и водоотведения и магистральные продуктопроводы углеводородного сырья (нефть и нефтепродукты, конденсат и т.д.) с парками резервуаров на входах и выходах, многониточными трубопроводами и многоцеховыми насосными станциями (НС).

В докладе приводятся математическая постановка и метод решения рассматриваемого класса задач оптимального стохастического управления режимами работы гибридных динамических систем для трёхзонного тарифа на электроэнергию.

Исходными данными для задачи являются: структура системы, представленная в виде ориентированного графа, входами и выходами которой являются резервуары; параметры многониточных трубопроводов, многоцеховых насосных станций и резервуаров. Интервал управления $[0, T]$ (одни сутки), который разбивается на 24 подынтервала, соответствующих каждому часу периода управления $k=0, \dots, 23$. На каждом k -ом подынтервале времени известны прогнозы притоков целевого продукта в резервуары на входах системы, попутных отборов и отборов из резервуаров на выходе системы в виде условных математических ожиданий $\bar{q}_{i0}(l) = M_{\omega}(q_{il}(\omega))$ и их дисперсий $\sigma_{q_{i0}}^2(l) = D_{\omega}(q_{il}(\omega))$, вычисляемых в момент времени $k=0$ с упреждением $l=1, 2, \dots, 23$; измеренные значения уровней целевого продукта в каждом z -ом резервуаре $H_{zk}(\tilde{\omega})$; фактическое количество включённых насосных агрегатов (НА).

Целевая функция задачи оптимального стохастического управления режимами работы гибридных динамических систем представляется в виде математического ожидания суммарной стоимости электроэнергии, затрачиваемой всеми работающими НА на интервале управления $[0, T]$:

$$M_{\omega} \sum_{k=0}^{23} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} N_{ijk}(q_{ik}(\omega)) \cdot r_k \rightarrow \min_{u^{(k)} \in \Omega}, \quad (1)$$



где $N_{ijk}(q_{ik}(\omega))$ - мощность, затрачиваемая j -ым НА i -ой НС на k -ом интервале времени; r_k - значение трёхзонного тарифа на электроэнергию на k -ом интервале времени; n - количество НС; m_i - количество работающих НА на i -ой НС.

Область ограничений Ω определяется стохастической моделью квазистационарных режимов транспорта и распределения целевых продуктов в трубопроводных системах энергетики [1]:

$$M_{\omega} \left(H_{ri}^{\alpha}(\omega) - H_{rk}^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in L} b_{lri} h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) + \sum_{i \in R} b_{lri} h_{RZik}(q_{ik}(\omega)) + \sum_{i \in M} b_{lri} (H_{in}^{\alpha}(\omega) - H_{ik}^{\alpha}(\omega)) \right) = 0, \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; \quad k = 0, \dots, 23), \quad (2)$$

$$M_{\omega} \left(h_{NSjk}(\omega) - H_{zk}(\omega) - h_{NAjrk}(q_{rk}(\omega)) + h_{RZjrk}(q_{rk}(\omega)) + \sum_{i \in M} b_{lri} (H_{in}^{\alpha}(\omega) - H_{ik}^{\alpha}(\omega) + h_i^{(g)}) \right) = 0, \quad (j = 1, \dots, n; \quad r = 1, \dots, m; \quad z = 1, \dots, Z). \quad (3)$$

$$q_{ik}(\omega) = M_{\omega} \left(\sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{lri} q_{rk}(\omega) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{lri} q_{rk}(\omega) \right), \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (4)$$

$$q_{ik}(\omega) > 0, \quad i \in L. \quad (5)$$

$$H_{in}^{\alpha}(\omega) - H_{ik}^{\alpha}(\omega) = \text{sgn} q_{ik}(\omega) S_i(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in M, \quad \alpha \geq 1, \quad (6)$$

$$h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = a_{0i}(\omega) + a_{1i}(\omega) q_{ik}(\omega) + a_{2i}(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in L, \quad (7)$$

$$\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = d_{0i}(\omega) + d_{1i}(\omega) q_{ik}(\omega) + d_{2i}(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in L, \quad (8)$$

$$N_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = \frac{9,81 \cdot h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) \cdot q_{ik}(\omega)}{0,9 \cdot \eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))}, \quad i \in L, \quad (9)$$

$$h_{RZik}(q_{ik}(\omega)) = \frac{q_{ik}(\omega) C_i(\omega)}{E_{ik}^2}, \quad i \in R, \quad (10)$$

и динамическими моделями резервуаров

$$H_{zk}(\omega) = H_{zk-1}(\omega) + c_{zk}(q_{zvkh}(\omega) - q_{zvhk}(\omega)), \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (11)$$

с вероятностными ограничениями на фазовые переменные:

$$P(H_{zk}(\omega) \leq H_z^{\max}) \geq \alpha, \quad P(H_{zk}(\omega) \geq H_z^{\min}) \geq \alpha, \quad \alpha \approx 0,97, \quad (12)$$

и экстремальными значениями ограничений на фазовые переменные для фиксированных моментов времени $k=6$ и $k=23$:

$$M_{\omega} \{ H_{z6}(\omega) \} \rightarrow \text{extr}_{q_{zvkh} \in \Omega}, \quad (k = 0, \dots, 6), \quad (13)$$

$$M_{\omega} \{ H_{z23}(\omega) \} \rightarrow \text{extr}_{q_{zvkh} \in \Omega}, \quad (k = 0, \dots, 23), \quad (14)$$

где $u(k)$ - вектор управления, определяющий количество работающих НА, положение регулирующих задвижек (РЗ); $H_{zk}(\omega)$ - уровень целевого продукта в z -ом резервуаре на заданном k -ом интервале времени, H_z^{\min} , H_z^{\max} - минимально и максимально допустимый уровень целевого продукта в каждом z -м резервуаре.

Случайные величины характеризуют: $q_{ik}(\omega)$ - расход целевого продукта на i -м участке трубопровода на k -ом интервале времени; $H_{in}^{\alpha}(\omega) - H_{ik}^{\alpha}(\omega)$ - потеря



напора на i -м участке трубопровода; $h_{NSjk}(\omega)$ – напор на выходе НС, $h_{NAik}(q_{ik}(\omega))$ – напор i -го НА. $S_i(\omega)$ – оценка гидравлического сопротивления i -го участка трубопровода ($i \in M$); $h_{RZik}(q_{ik}(\omega))$ – оценка падения напора на i -ой РЗ; $\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))$ – оценка КПД i -го НА; $a_{0i}(\omega), a_{1i}(\omega), a_{2i}(\omega), d_{0i}(\omega), d_{1i}(\omega), d_{2i}(\omega)$ – оценки параметров НА ($i \in L$); $C_i(\omega)$ – оценка параметров РЗ ($i \in R$); E_{ik} – степень открытия РЗ ($E \in (0,1]$); $l_i, d_i, h_i^{(g)}$ – длина, диаметр и геодезическая отметка i -го участка трубопровода ($i \in M$), $b_{1,ri}$ – элемент цикломатической матрицы; $q_{zvh}(\omega), q_{zvih}(\omega)$ – расход целевого продукта на входе и выходе резервуара; $V_z(\omega)$ – объём целевого продукта в z -ом резервуаре $M\{\cdot\}$ – математическое ожидание случайной величины $\{\cdot\}$.

Для разрешимости задачи (1) – (14) система уравнений (2) – (14) дополняется граничными условиями в виде прогнозов расходов всех потребителей системы $q_{ik}(l)$ (попутных и конечных), вычисленных в виде условных математических ожиданий в момент времени $k=0$, с упреждением $l=1,2,\dots, 23$, а также начальными условиями при $k=0$ в виде оценок математических ожиданий уровней целевого продукта в каждом z -ом резервуаре – H_{z0} .

Экстремальные значениями ограничений на фазовые переменные определяются спецификой объекта управления и трёхзонным тарифом на электроэнергию. Для систем водоснабжения и магистральных продуктопроводов углеводородного сырья в ограничении (13) extr заменяется на \min , в ограничении (14) extr заменяется на \max [2]. Для систем водоотведения, в ограничении (13) extr заменяется на \max , в ограничении (14) extr заменяется на \min [3]. В работе приведен приближённый метод решения рассматриваемой задачи, путём перехода от стохастической задачи (1) – (14) к её детерминированному эквиваленту, решение которого осуществляется модифицированным методом ветвей и границ.

Показано, что использование данного класса задач для оптимизации режимов работы для систем водоотведения позволило существенно до 50%, а для магистральных водоводов до 10% сократить расходы на оплату электроэнергии.

1. Tevyashev A. About one Approach to Solve the Problem of Management of the Development and Operation of Centralized Water-Supply Systems[Text] / A.Tevyashev, O. Matviienko. // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2014. – Vol. 3, Issue 3. – P. 61–76.

2. Тевяшев А. Д. Математическая модель и метод оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода [Текст] / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – № 6/4(78). – С. 45-53.

3. Tevyashev A. About one problem of optimal stochastic control of the modes of operation of water mains/ A. Tevyashev, O. Matviyenko // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2015. –Vol. 4, Issue 3. – P. 3–12.