УДК 007:612.843.72

Б. К. ЛОПАТЧЕНКО, канд. техн. наук

АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ МЕТРИКИ В БИНОКУЛЯРНОМ ЗРИТЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ. *СООБЩЕНИЕ 1*

Восприятие человеком трехмерного физического пространств во многом обеспечивается бинокулярным механизмом. Субъектив ный образ пространства, полученный только за счет бинокуляр ного восприятия, существенно отличается от пространства стиму лов [1].

Для изучения процессов зрительного восприятия используе метод «черного ящика». Условия психофизического эксперимент предполагают выполнение ряда требований. Испытуемый рассмат ривается как некоторый преобразователь информации — «черны ящик», входными сигналами которого являются зрительные кар тины. Зрительные образы, возникшие в результате действия механизмов восприятия, недоступны непосредственному измере нию. Для получения информации о законах восприятия входны сигналы подбирались таким образом, чтобы испытуемый работа в режиме нуль-органа, сравнивая образы. Выходными сигналам «черного ящика» служат двоичные ответы «да» или «нет», сви детельствующие о равенстве или неравенстве зрительных обра зов. Таким образом множество входных сигналов (зрительны картин) $x_1, x_2, \ldots, x_n \in X$ отображается на множество выходны $y \in Y$, $Y = \{0, 1\}$.

Испытуемый может работать в следующих режимах:

1. На вход поступают пары сигналов (x_1, x_2) из множества X. Испытуемый реализует функцию

$$y = f(x_1, x_2), \qquad (1)$$

которую можно представить в виде

$$f(x_1, x_2) = L(\gamma F(x_1), \gamma F(x_2)), \qquad (2)$$

где L — характеристическая функция диагонали квадрата

$$L(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{если } u = v; \\ 0, & \text{если } u \neq v, \end{cases}$$

γ — некоторая взаимно однозначная функция. При исследовани алгоритмов зрительного восприятия под входными сигналами x_1, x_2 следует понимать элементы физического пространства зрения, под выходными — ответы испытуемого «да» или «нет», свидетельст вующие о равенстве или неравенстве зрительных ощущений $F(x_1)$ и $F(x_2)$. Оператор F и есть искомый оператор преобразовани физических стимулов и субъективный зрительный образ. Дл представления функции f в виде (2) она должна удовлетворят следующим необходимым и достаточным условиям 1) $f(x_1, x_1) =$

(рефлексивность); 2) если $f(x_1, x_2) = 1$, то $f(x_2, x_1) = 1$ (симметричность); 3) если $f(x_1, x_2) = 1$ и $f(x_2, x_3) = 1$, то $f(x_1, x_3) = 1$ (транзитивность).

2. На вход поступают тройки сигналов (x_1, x_2, x_3). Испытуемый реализует функцию

$$y = f(x_1, x_2, x_3) = L(g(F(x_1), F(x_2)), F(x_3)), \tag{3}$$

где $g(u, v) = (u + v)/2$.

Эксперимент, описываемый формулой (3), заключается в том, что испытуемому предъявляют три стимула: x_1, x_2, x_3. Если один из стимулов (x_3) воспринимается субъективно средним между остальными двумя, испытуемый должен ответить «да», в противном случае — «нет». Необходимо отметить, что субъективно средний стимул, как правило, не является таковым в физическом пространстве. Нахождение физического стимула x_3, воспринимаемого наблюдателем субъективно средним между стимулами x_1 и x_2, принято называть операцией субъективного равноделения $x_3 = x_1 \bigcirc x_2$, где $\bigcirc$ — операция внутреннего равноделения.

Нахождение точки x_4, для которой x_1 видится средней между точками x_2 и x_4 (или точки x_5, для которой x_2 воспринимается средней между x_1 и x_5), называется операцией внешнего равноделения: $x_4 = x_1 * x_2$; $x_5 = x_2 * x_1$, где $*$ — операция внешнего равноделения.

Применение операции субъективного равноделения основано на выполнении следующих условий [2]: 4) для любых точек x_1, $x_2 \in R^n$ уравнение $x_1 \bigcirc x = x_2$ однозначно разрешимо; 5) для любых точек $x_1, x_2 \in R^n$ справедливо $x_1 \bigcirc x_2 = x_2 \bigcirc x_1$; 6) $x_1 \bigcirc x_1 = x_1$; 7) операция равноделения непрерывна на пространстве R^n. Для нахождения алгоритма преобразования физического пространства в воспринимаемое прежде всего необходимо выяснить метрический характер воспринимаемого пространства.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что для воспринимаемого бинокулярного пространства характерна геометрия Лобачевского [1]. Строгое решение задачи о виде метрики пространства сводится к проверке системы аксиом, из которых вытекает тот или иной вид пространства.

Известна аксиоматика Гильберта, состоящая для трехмерного пространства из 20 аксиом [3]. Но постулирование в ней таких элементов, как прямая, отрезок, плоскость затрудняет ее применение при экспериментальном исследовании. Формирование этих элементов в воспринимаемом пространстве должно быть согласовано с реальной методикой экспериментальной проверки. С этой целью построена аксиоматика, базирующаяся на операциях равноделения и сравнения расстояний.

Рассмотрим конкретное содержание пространства входных сигналов X, отображений f и F. Элементами пространства входных сигналов являются светящиеся точечные источники, предъявляемые испытуемому в затемненном помещении. В эксперименте испытуемый при предъявлении двух пар точек (a, b) и (c, d) должен отвечать «да», если видимые расстояния между точками в парах равны, и «нет» — в противном случае. Входными сигналами x_1 и x_2 «черного ящика» в этом случае будут пары точек (a, b) и (c, d), выходными — ответы испытуемого «да» или «нет». Функция f описывает поведение испытуемого в рассматриваемом эксперименте, отображая множество входных сигналов $X \times X$ на множество выходных $Y = \{0, 1\}$:

$$y = f(a, b, c, d). \qquad (4)$$

Психофизические эксперименты свидетельствуют о том, что выполняются следующие аксиомы:

Аксиома 1. Одинаковые пары точек воспринимаются испытуемым равными $f(a, b, a, b) = 1$ (свойство рефлексивности).

Аксиома 2. Порядок предъявления одинаковых пар точек не влияет на результат их восприятия. Если $f(a, b, c, d) = 1$, то $f(c, d, a, b) = 1$ (свойство симметричности).

Аксиома 3. Если пары точек (a, b) и (c, d) воспринимаются равными и субъективно равны пары точек (c, d) и (l, m), то пара (a, b) видится равной паре (l, m), т. е. если $f(a, b, c, d) = 1$ и $f(c, d, l, m) = 1$, то $f(a, b, l, m) = 1$ (свойство транзитивности).

Выполнение этих свойств в эксперименте означает, что функцию $f(a, b, c, d)$ можно представить в виде

$$f(a, b, c, d) = L(\rho(F(a), F(b)), \rho(F(c), F(d))), \qquad (5)$$

где ρ — расстояние в метрике воспринимаемого пространства; F — отображение физического пространства R^3 в воспринимаемое V^3.

При предъявлении наблюдателю пары светящихся точек a и b он с уверенностью вызывает точку c, которая кажется ему лежащей на равном и кратчайшем расстоянии между точками a и b. Таким образом в зрительном пространстве определено трехместное отношение $f(a, c, b)$, справедливое в том и только в том случае, если точка c является средней между a и b в указанном выше смысле. Функцию f можно представить в виде

$$f(a, b, c) = L(g(F(a), F(b)), F(c)), \qquad (6)$$

где g — операция равноделения в воспринимаемом пространстве V^3.

Аксиомы 1—3, а также аксиомы, сформулированные на основе условий 4—7, вошли составной частью в построенную аксиоматику. В остальных аксиомах в качестве элементов зрительного пространства используются более сложные объекты: «прямая», «угол», «отрезок», «плоскость». Построение этих элементов из светящихся точек производится с помощью операции субъективного равноделения.

Список литературы: **1.** *Лопатченко Б. К., Шульгин И. В.* Экспериментальные исследования бинокулярного восприятия пространства. — Проблемы бионики. Харьков, 1979, вып. 22, с. 15—18. **2.** *Майстровская Л. М., Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* О многомерных шкалах равноделения. Матер. II. Всесоюз. конф. «Биологическая и медицинская кибернетика», ч. 3. М. — Л., 1974, с. 135—136. 3. *Гильберт Д.* Основания геометрии. М.— Л., Гостехиздат, 1948. 280 с.