КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

УДК 681. 335 (075. 8)

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ПРИРАЩЕНИЙ ПРИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ЕДИНИЧНЫХ КОДОВ

ЛАРЧЕНКО Л.В.

В настоящее время отсутствует единый подход к непрерывному формированию в специализированных вычислительных средствах целочисленных значений одинаково ограниченных функций, аргумент которых представлен единичным кодом. Предлагается метод вычисления функций одного класса, позволяющий в значительной мере устранить этот пробел.

1. Введение

Одним из направлений научно-технического прогресса является совершенствование существующих и создание новых специализированных вычислительных средств (СВС) для систем и приборов обработки информации в области низких и инфранизких частот. Такие устройства широко используются при реализации различных математических зависимостей в автоматических системах управления, моделирования, измерения и контроля; при построении аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей форм представления информации; при исследовании акустических и гидроакустических сигналов, колебательных процессов механических систем и др.

В связи с тем, что в диапазоне низких и инфранизких частот СВС часто работают с запасом по скорости, снижение быстродействия при последовательных операциях в них может допускаться в ряде случаев без ущерба для качества их работы. Это явилось той основной причиной, по которой входные x и выходные y величины СВС различного назначения представляют единичным кодом, реализация большинства операций с которым оказывается более простой по сравнению с другими видами кодирования.

Это преимущество, даже если оно связано с уменьшением быстродействия, зачастую значительно важнее, чем в универсальных ЭВМ, так как, например, в области измерения, управления и контроля предъявляются более жесткие требования к надежности работы. Кроме того, тот факт, что по своей природе единичный код является непозиционным, представляет дополнительную ценность, так как он создает высокую помехозащищенность. Возможно, по этой причине он взят на вооружение биологическими системами, в которых передача информации осуществляется именно этим кодом [1].

В связи с названными преимуществами вопросам теории, расчета и схемотехнической реализации СВС с этим видом кодирования посвящено большое число публикаций [2-7]. Вместе с тем, их анализ свидетельствует о том, что в настоящее время отсутствует единый подход к вопросам синтеза СВС, реализующих функциональные зависимости не только разного, но даже одного вида. Поэтому в настоящее время продолжает оставаться актуальным вопрос выработки таких подходов к решению задач их синтеза, которые, с одной стороны, позволяли бы вычислять более широкий спектр функциональных зависимостей одним методом, а с другой – использовали при технической реализации устройств, где применяются эти методы, однотипные узлы и блоки в целях их унификации.

Ниже предлагается метод вычисления функций одного класса, позволяющий выработать такой подход.

2. Анализ проблемы

В технике низких и инфранизких частот широко применяются СВС для вычисления функций $y = f(x)$, ограничениями которых являются условия:

$$\left.\begin{array}{r} x, y \ge 0, \\ y_i \ge y_{i\text{-}1}, \\ y \le x, \\ \text{функция } y = f(x) \\ \text{имеет обратную } \ x = \psi(y) \end{array}\right\}. \qquad (1)$$

Как правило, при синтезе таких устройств в первую очередь минимизируют время и погрешность вычисления.

В случае, когда аргумент x и значение функции y представлены единичными кодами, минимально возможное время вычисления будет обеспечено, если за время ввода в СВС x единиц входного кода на его выходе формируется значение функции y. Ограничение $y \le x$ позволяет утверждать, что обеспечить такое непрерывное формирование приращений функции y можно путем последовательной выборки определенных разрядов входного кода по мере их поступления на вход СВС. Так, при $x = 100$ значение функции $y = \sqrt{x}$ равно 10. Это означает, что структура СВС, реализующая данную функцию, должна обеспечить выборку десяти разрядов из ста, поступивших на его вход. Возникает вопрос: разряды с какими номерами x_y должны подлежать выборке $\left(y = \overline{1,10}\right)$?

В большинстве случаев число разрядов аргумента x вычисляемой функции y есть величина случайная и заданы лишь его граничные значения $x_{\min}$ и $x_{\max}$, причем $x_{\max}$ имеет порядок $10^6 \div 10^9$ и более. Кроме того, даже при сравнительно небольшой разрядности чисел x и y существует большое количество вариантов организации выборки y разрядов из x, поскольку оно равно C_x^y. Очевидно, число вариантов при больших x стремительно возрастает, что ставит задачу поиска рациональных и оптимального вариантов выборки.

Проведенный в этом направлении анализ показывает, что существует жесткая функциональная зависимость между видом вычисляемой функции $y = f(x)$, предельным значением $0{,}5 \le |\delta_{\max}| < 1$ абсолютной погрешности ее вычисления, номерами $y = 1, 2, 3, \ldots$ разрядов выходного кода СВС и соответствующими им разрядами x_y входного кода, позволяющая найти все эти варианты. Перейдем к установлению этой зависимости.

Прежде заметим, что при данном подходе целочисленные значения функции y, вычисляемые с заданной погрешностью $|\delta_{\max}|$, могут быть воспроизведены на выходе СВС одной из двух ступенчатых функций:

$$y = \left[f(x) + |\delta_{\max}|\right], \tag{2}$$

либо

$$y = \left[f(x) + 1 - |\delta_{\max}|\right], \tag{3}$$

где квадратные скобки обозначают целую часть числа.

Поэтому упомянутая зависимость в равной степени может быть установлена путем анализа любого из этих выражений. Ниже мы будем ориентироваться на функцию (2).

Для этой функции с учетом ограничения $y \le x$ можно утверждать, что для любого из уровней $y - |\delta_{\max}|$, где $y = 1, 2, 3, \ldots$, можно указать такую пару соседних целочисленных значений аргумента $x_y - 1$ и x_y, для которых имеет место система неравенств

$$\begin{cases} f(x_y - 1) < y - |\delta_{\max}| \ , \\ f(x_y) \ge y - |\delta_{\max}|. \end{cases} \tag{4}$$

Определяя из системы (4) значение x_y, получаем формулу

$$\psi\left(y - |\delta_{\max}|\right) \le x_y < \psi\left(y - |\delta_{\max}|\right) + 1 \tag{5}$$

общего члена числовой последовательности $x_1, x_2, x_3, \ldots$, соответствующего выбираемым разрядам входного кода, где $\psi\left(y - |\delta_{\max}|\right)$ – функция, обратная $f(x)$.

Значения x_y могут быть найдены путем последовательной подстановки $y = 1, 2, 3, \ldots$ в неравенство (5) вычислением левой его части и округлением получаемых дискретных значений в большую сторону до ближайшего целого числа, либо вычислением правой его части и округлением в меньшую сторону. Так как левая и правая части неравенства (5) отличаются на единицу, каждое такое округление позволяет получить единственное значение целого числа x_y. С учетом этого неравенство (5) можно заменить равенством

$$x_y = \left[\psi\left(y - |\delta_{\max}|\right)\right] + 1. \tag{6}$$

При значениях y, которым соответствуют целочисленные значения $\psi\left(y - |\delta_{\max}|\right)$, неравенство (5) трансформируется в равенство

$$x_y = \psi\left(y - |\delta_{\max}|\right). \tag{7}$$

Путем аналогичных рассуждений может быть получена формула

$$\psi\left(y - \left(1 - |\delta_{\max}|\right)\right) \le x_y < \psi\left(y - \left(1 - |\delta_{\max}|\right)\right) + 1 \tag{8}$$

общего члена x_y числовой последовательности $x_1, x_2, x_3,$ для функции (3) и производные от нее

$$x_y = \left[\psi\left(y - \left(1 - |\delta_{\max}|\right)\right)\right] + 1, \tag{9}$$

$$x_y = \psi\left(y - \left(1 - |\delta_{\max}|\right)\right), \tag{10}$$

аналогичные (6) и (7).

Выбор группы расчетных соотношений (5)-(7), либо (8)-(10) при синтезе СВС в каждом конкретном случае должен определяться предпочтительностью одной из них по отношению к другой, например, с точки зрения простоты технической реализации.

Так как $\left(1 - |\delta_{\max}|\right) \to 0{,}5$ при $|\delta_{\max}| \to 0{,}5$, по мере приближения $|\delta_{\max}|$ к постоянной 0,5 значения x_y, определяемые каждой парой неравенств (5), (8), равенств (6), (9) и (7), (10), сближаются, и в частном случае при $|\delta_{\max}| = 0{,}5$ принимают единственные значения:

$$\psi(y-0{,}5) \le x_y < \psi(y-0{,}5)+1, \qquad (11)$$

$$x_y = [\psi(y-0{,}5)]+1, \qquad (12)$$

$$x_y = \psi(y-0{,}5), \qquad (13)$$

соответствующие оптимальному варианту выборки с точки зрения точности вычисления значений функции y в целочисленных точках независимой переменной x.

В качестве примера используем предложенный выше метод вычисления функции y в целых числах с заданной предельной погрешностью $|\delta_{\max}| = 0{,}8$ для функции $y = \sqrt[3]{x}$.

Воспользуемся выражениями (5), (8), которые для заданных исходных данных принимают вид:

$$(y-0{,}8)^3 < x_y < (y-0{,}8)^3 + 1, \qquad (14)$$

$$(y-0{,}2)^3 < x_y < (y-0{,}2)^3 + 1. \qquad (15)$$

Подставляя в (14), (15) $y = 1, 2, 3, \ldots$ и вычисляя соответствующие целочисленные значения x_y, получаем две числовые последовательности $1, 2, 11, 33, 75, \ldots$ и $1, 6, 22, 55, 110, \ldots$, каждая из которых инициирует формирование на выходе СВС функций $y = \left[\sqrt[3]{x} + 0{,}8\right]$ и $y = \left[\sqrt[3]{x} + 0{,}2\right]$ соответственно.

Заметим, что приведенные здесь два решения поставленной задачи не являются единственными. Существует бесконечное множество числовых последовательностей $x_1, x_2, x_3, \ldots$, обеспечивающих погрешность вычисления функции y не хуже $0{,}8$ единицы младшего разряда числа x, так как эта погрешность будет обеспечена при замене в (5), (8) постоянной $|\delta_{\max}| = 0{,}8$ любой другой $0{,}5 \le |\delta_{\max}| < 0{,}8$.

При этом каждому фиксированному значению $|\delta_{\max}|$ из данного интервала (за исключением случая $|\delta_{\max}| = 0{,}5$) соответствует два решения задачи. Поэтому приведенные здесь решения гарантируют выполнение требований по точности только для правого конца интервала $[0{,}5;\, 0{,}8]$ погрешности $|\delta_{\max}|$.

В частном случае, при $|\delta_{\max}| = 0{,}5$ неравенства (5), (8) трансформируются в неравенство (11), которое и является основным расчетным соотношением для вычисления x_y. При этом решение получается единственным.

Для функции $y = \sqrt[3]{x}$ и $|\delta_{\max}| = 0{,}5$ неравенство (11) принимает вид:

$$(y-0{,}5)^3 < x_y < (y-0{,}5)^3 + 1. \qquad (16)$$

Подставляя в (16) $y = 1, 2, 3, \ldots$, получаем $x_y = 1$, 4, 16, 43. Эта последовательность формирует на выходе СВС функцию $y = \left[\sqrt[3]{x} + 0{,}5\right]$, оптимальную с точки зрения точности воспроизведения функции $y = \sqrt[3]{x}$ в целых числах.

Приведенный пример показывает преимущество предложенного метода.

Данный метод формирования целочисленных значений вычисляемых функций одного класса, аргумент которых представлен единичным кодом, основан на выборке определенной части разрядов исходного кода и обеспечивает минимально возможное время вычислений, определяемое длиной кода, при заданной предельной абсолютной погрешности из интервала $[0{,}5;\, 1)$.

Литература. 1. *Гитис Э.И., Пискунов Е.А.* Аналого-цифровые преобразователи: Учебное пособие для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1981. 360с. 2. *Meyer M.A., Gordon B.M.* Pulse-Rate multipler. Patent N 2. 910.237 (USA) (Filled Dec.5, 1952, Patented Oct. 27, 1959). 3. *Цифровые* аналоги для систем автоматического управления/ А.А. Воронов и др.М., Л.: АН СССР, 1960. 196с. 4. *Смолов В.Б.* Функциональные преобразователи информации. Л.: Энергоатомиздат, 1981. 248с.5.*Данчеев.В.П., Кинкладзе К.К.*. Развертывающие цифровые функциональные преобразователи: Гибкое использование памяти. М.: Энергоатомиздат, 1990. 120с. 6. *Ларченко Л.В., Лобода В.Г., Черкесов А.Б.* О системном проектировании функционально-ориентированных устройств систем управления // Изв. вузов, сер. Электромеханика, 1996. N 1-2. С. 110-112. 7. Л*арченко Л.В., Лобода В.Г., Черкесова Л.В.* Синтез операторной модели устройства воспроизведения гиперболической функции // Изв. вузов, сер. Электромеханика, 1997. N 4-5. С. 77-79.

Поступила в редколлегию 05.04.2001

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Загарий Г.И.

Ларченко Лина Викторовна, канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры охраны труда ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.