

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту
(повна назва)

Кафедра прикладної математики
(повна назва)

АТЕСТАЦІЙНА РОБОТА
Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Застосування модифікованного методу Ньютона при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу
(тема)

Виконав:

студент 2 курсу, групи САУМ-18-1
Глуценко Б.С.
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 124 Системний аналіз
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системний аналіз і управління
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Гусарова І.Г.
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ПМ

Тевяшев А.Д.
(підпис) (прізвище, ініціали)

2019 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системний аналіз і управління

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____

(підпис)

“ _____ ” _____ 2019 р.

ЗАВДАННЯ
НА АТЕСТАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Глуценку Богдану Сергійовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Застосування модифікованного методу Ньютона при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу

затверджена наказом по університету від 31 жовтня 2019 р. № 1601 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 9 грудня 2019 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель нестационарного режиму транспорту газу по ділянці трубопроводу у загальному вигляді

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Системний аналіз проблеми моделювання та аналізу

нестационарного режиму течії газу та постановка задачі дослідження

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Системний аналіз проблеми _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	вересень 2019 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	жовтень – листопад 2019 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	жовтень – грудень 2019 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	листопад – грудень 2019 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	листопад – грудень 2019 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	грудень 2019 р.	виконано

Дата видачі завдання 2 вересня 2019 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____ проф. Гусарова І.Г.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 90 с., 26 рис., 14 табл., 2 додатка, 13 джерел.

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД НЬЮТОНА, НЕСТАЦІОНАРНИЙ НЕІЗОТЕРМІЧНИЙ РЕЖИМ ТЕЧІЇ ГАЗУ, ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, РІВНОМІРНА СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВА СІТКА, ЧАСТИННІ ПОХІДНІ.

Об'єкт дослідження – нестационарний неізотермічний режим течії газу (ННРТГ) по ділянці трубопроводу (ДТ).

Мета роботи – проведення системного аналізу проблеми моделювання ННРТГ; вибір математичної моделі (ММ) ННРТГ по ДТ; застосування методу скінчених різниць з використанням методу Ньютона (МН) та модифікованого методу Ньютона (ММН) для розв'язання системи рівнянь ММ; розробка на їх основі алгоритмів моделювання ННРТГ по ДТ; створення програмного продукту (ПП), який розраховує параметри газового потоку при ННРТГ по ДТ з використанням цих алгоритмів; порівняльний аналіз результатів комп'ютерного моделювання, отриманих на основі розробленого ПП.

Метод дослідження – методи чисельного інтегрування гіперболічної системи рівнянь у частинних похідних та методи розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь (СНАР).

Проведено системний аналіз даної проблеми. Побудована ММ ННРТГ по ДТ, яка виглядає як квазілінійна система диференціальних рівнянь у частинних похідних з заданими початковими і граничними умовами. Розглянутий метод скінчених різниць та побудований алгоритм розв'язання крайової задачі з використанням МН та ММН для розв'язання СНАР. Розроблений ПП, в якому реалізовані алгоритми методів. На основі проведених чисельних експериментів обраний найкращий з цих методів.

ABSTRACT

Introductory note: 90 pages, 14 tables, 28 figures, 2 appendixes, 13 sources.

MODIFIED NEWTON METHOD, NON-STATIONARY NOISOTHERMIC LIQUID MODE, SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS, FINITE-DIFFERENCE GRID, MATHEMATICAL MODEL

Object of research – unsteady unisothermal gas flow regime (UUGFR) through pipeline section (PS).

The purpose of attestation work is to carry out system analysis of the problem modeling and analysis of the UUGFR; selection of mathematical model (MM) of UUGFR; method selection and algorithm development for solving MM system of equations by finite difference method (FDM) using Modified Newton method and Newton methods; implementation of application product (AP); analysis of the research results.

Research method – methods of numerical integration of systems of hyperbolic equations in partial derivatives (HE PD) and methods of solving systems of nonlinear algebraic equations (SNAE).

A systematic analysis of the mentioned problem was conducted. The MM of UUGFR on the PS was constructed, which represents a quasi-linear system of HE PD with given initial and boundary conditions. For the solution of the boundary value problem, a FDM was used using the uniform finite-difference grid with the Modified Newton method and Newton methods for solving SNAE. The algorithms of the method under consideration using the Modified Newton method and Newton methods are constructed. Also created AP for modeling the parameters of the gas flow at UUGFR. The efficiency of the Modified Newton method and Newton methods is analyzed. After conducting numerical experiments, we can conclude that the Modified Newton method works faster than the Newton method for this problem.

ЗМІСТ

	С.
Перелік умовних позначень, скорочень і термінів	7
Вступ	8
1 Системний аналіз проблеми моделювання та аналізу нестационарного режиму течії газу з використанням рівномірної скінчено-різницевої сітки та постановка задачі дослідження.....	10
1.1 Вербальна модель системи.....	10
1.2 Функціональна модель системи.....	11
1.3 Інформаційна модель	14
1.4 Кваліметрична модель	17
1.5 Змістовна постановка задачі	21
2 Формальна постановка задачі	24
2.1 Математична модель стаціонарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу газотранспортної системи	25
2.2 Математична модель нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу газотранспортної системи	29
3 Вибір і обґрунтування використовуваного методу	34
3.1 Чисельний метод і алгоритм розрахунку стаціонарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу	34
3.2 Методи і алгоритми розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ з використанням модифікованого методу Ньютона і методу Ньютона.....	36
4 Програмна реалізація та аналіз результатів дослідження.....	46
4.1 Опис програмного продукту	46
4.2 Результати дослідження	47
Висновки	58
Перелік джерел посилання	59

Додаток А Код програми розрахунку ННРТГ по ДТ з використанням модифікованого методу Ньютона	61
Додаток Б Код програми розрахунку ННРТГ по ДТ з використанням методу Ньютона	69

ВСТУП

Газова промисловість є найважливішою галузю технічної бази яка пов'язана з економікою нашої країни. Ця промисловість має важливе значення у створенні матеріальної бази для України. Це дуже пов'язано з тим, що природний газ, який є високоефективним енергоносієм та широко застосовується сьогодні у всіх галузях виробництва, створює прямий вплив на збільшення випуску промислової продукції, зростання продуктивності праці і зниження питомих витрат палива.

На сьогодні Україна не володіє достатньою кількістю газових ресурсів для забезпечення потреб власної економіки, однак у нашої країни є інша перевага. Україна позиціонується як транзитна держава.

Через територію України здійснюється транзит російського газу в європейські країни, тому сучасний ринок газотранспортних послуг набуває важливу роль. Пропускна здатність всіх газопроводів, які проходять в Україну з Росії, складає понад 2000 млрд. м³ газу. Через територію України здійснюється транзит газу на експорт з Росії до Європи (в середньому за останні 9 років близько 86 млрд. м³ на рік за офіційними даними Нафтогазу). Рішення паливно-енергетичних проблем неможливо без вирішення ключових проблем транспортного комплексу, тому актуальність проблеми транспорту газу в нашій країні не викликає жодного сумніву.

Подальші перспективи розвитку української газової промисловості пов'язані з прирістом геолого-пошукових робіт, збільшенням обсягів пошукового буріння та прискоренням промислового освоєння відкритих родовищ. Поряд з цим слід обов'язково широко впроваджувати досягнення науково-технічного прогресу, зокрема новітніх технологій і техніки.

База для розвитку газової промисловості України – це як власні ресурси природного газу, так і розвинена мережа магістральних газопроводів і підземних сховищ газу.

В Україні вже використовуються великі газотранспортні мережі, а також

планується їх подальший розвиток. Також для транспортування газу по території України часто використовуються газопроводи досить великої протяжності. При цьому для газотранспортних компаній України є дуже актуальною проблема доставки газу кінцевому споживачеві без втрат.

Вирішення цієї проблеми приховано в оперативному управлінні транспортом газу, яке неможливо без повної автоматизації технологічних процесів. А автоматизація неможлива без попереднього створення важливих математичних моделей, які враховували б усі особливості режимів транспорту газу, а також без розробки методів та алгоритмів та програмного продукту, які з необхідною точністю та швидкістю розраховували параметри газового потоку при нестационарному режимі течії газу.

Метою даної роботи є: проведення системного аналізу проблеми моделювання нестационарного неізотермічного режиму течії газу; вибір математичної моделі ННРТГ по ДТ; застосування методу скінчених різниць з використанням методу Ньютона (МН) та модифікованого методу Ньютона (ММН) для розв'язання системи рівнянь ММ; розробка на їх основі алгоритмів моделювання ННРТГ по ДТ; створення програмного продукту (ПП), який розраховує параметри газового потоку при ННРТГ по ДТ з використанням цих алгоритмів; порівняльний аналіз результатів комп'ютерного моделювання, отриманих на основі розробленого ПП з метою обрання найкращого методу з цих двох.

1 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗУ НЕСТАЦІОНАРНОГО РЕЖИМУ ТЕЧІЇ ГАЗУ З ВИКОРИСТАННЯМ РІВНОМІРНОЇ СКІНЧЕНО-РІЗНИЦЕВОЇ СІТКИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Вербальна модель системи

За систему, що досліджується, розглядатимемо складну систему «Комп'ютерне моделювання та аналіз нестационарного режиму течії газу з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки».

Метафункція системи – вивчення можливості використання методу Ньютона для цієї задачі.

Мета створення системи: створення математичної моделі нестационарного режиму течії газу, а також розв'язання задачі за допомогою методу скінченних різниць, та використання модифікованого методу Ньютона для вирішення системи нелінійних рівнянь, яка з'являється в процесі розв'язання.

Призначення системи: зробити прогнозування поведінки газу та трубопроводу у випадку аварії.

Ця система складається з двох підсистем:

а) апарат керування:

- 1) дослідник;
- 2) прикладне програмне забезпечення;

б) теоретична та обчислювальна база:

- 1) алгоритм методу скінченних різниць;
- 2) математичний апарат;
- 3) алгоритм модифікованого методу Ньютона.

Система «Комп'ютерне моделювання та аналіз нестационарного режиму течії газу з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки» відноситься до цілеспрямованих систем, для яких призначення визначається їх можливістю (властивістю) сприймати потреби та виконувати певні дії для їх задоволення.

Отже, призначенням системи є надання математичної моделі та її аналіз. Для реалізації цілі системи використовуються різноманітні ресурси. До них відносяться: інформаційні, технологічні, енергетичні, часові.

Головний вихід системи – проведений аналіз результатів. На вхід системи подаються дані про стаціонарний режим газу та граничні умови. За допомогою мов програмування та математичних пакетів і безпосередньо за участі дослідника, керуючись інформаційною базою, здійснюється реалізація процесу моделювання. Модель системи типу «чорний ящик» наведена на рисунку 1.1.

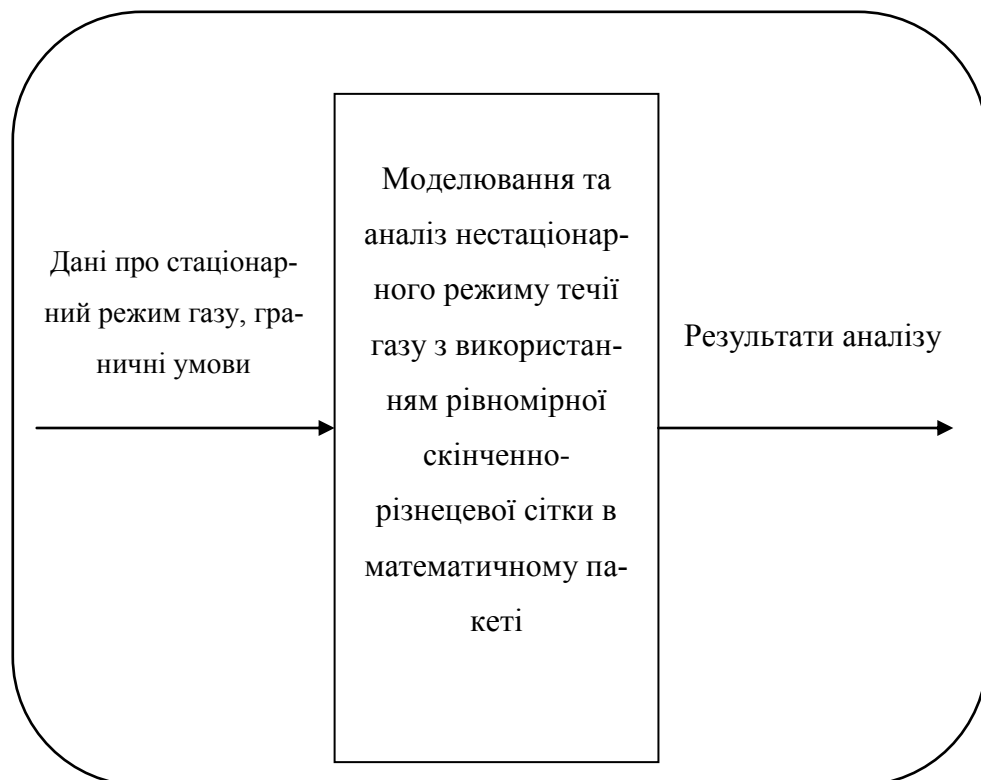


Рисунок 1.1 – Модель системи типу «чорний ящик»

1.2 Функціональна модель системи

В рамках методології IDEF0 процес подається у вигляді набору елементарних робіт, що взаємодіють між собою, а також показують ресурси, що надходять до кожної роботи [1]. На вхід системи подаються дані про стаціонарний

режим газу та граничні умови; керуючими засобами є метод скінченних різниць, математичний апарат та методи вирішення системи нелінійних рівнянь; до механізмів відносяться прикладне програмне забезпечення та дослідник; а на виході ми отримуємо результати аналізу моделі.

Для нових систем застосування IDEF0 має за ціль визначення вимог та функцій для подальшої розробки системи, що відповідає вимогам та реалізує виділені функції. Стосовно існуючих систем IDEF0 може бути застосована для аналізу функцій, які виконує система, та відображення механізмів, за допомогою яких ці функції виконуються. Перша діаграма в ієрархії діаграм IDEF0 завжди відображає функціонування системи в цілому (рисунок 1.2). Такі діаграми називають контекстними. Після того як контекст описано, проводиться побудова наступних діаграм в ієрархії.

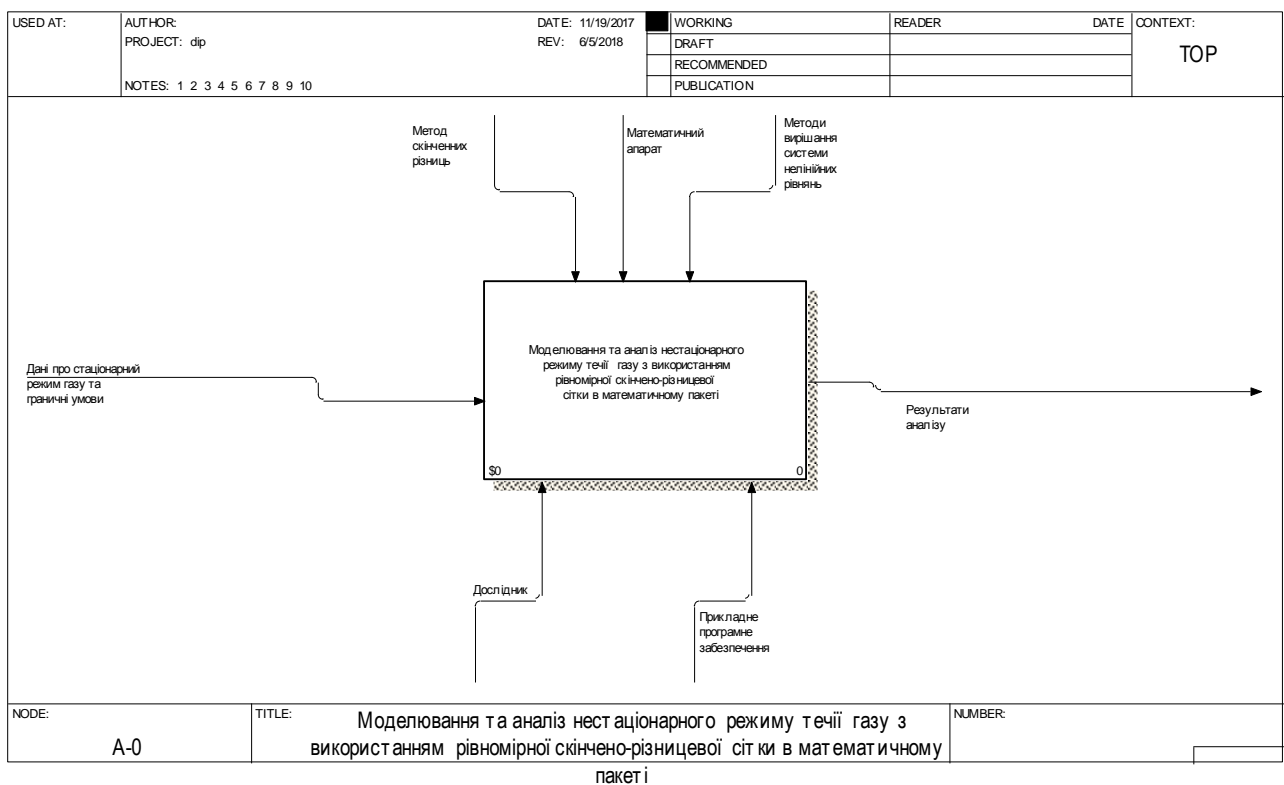


Рисунок 1.2 – Контекстна діаграма системи

Кожна наступна діаграма є більш детальним описом (декомпозицією однієї з робіт на вищій діаграмі. Результат декомпозиції контекстної діаграми си-

стеми наведено на рисунках 1.3 – 1.4.

З рисунку 1.3 можна робити висновки щодо внутрішньої будови системи, що розглядається. Основну проблему можна розбити на дві великих задачі: отримання моделі та аналіз отриманих результатів.

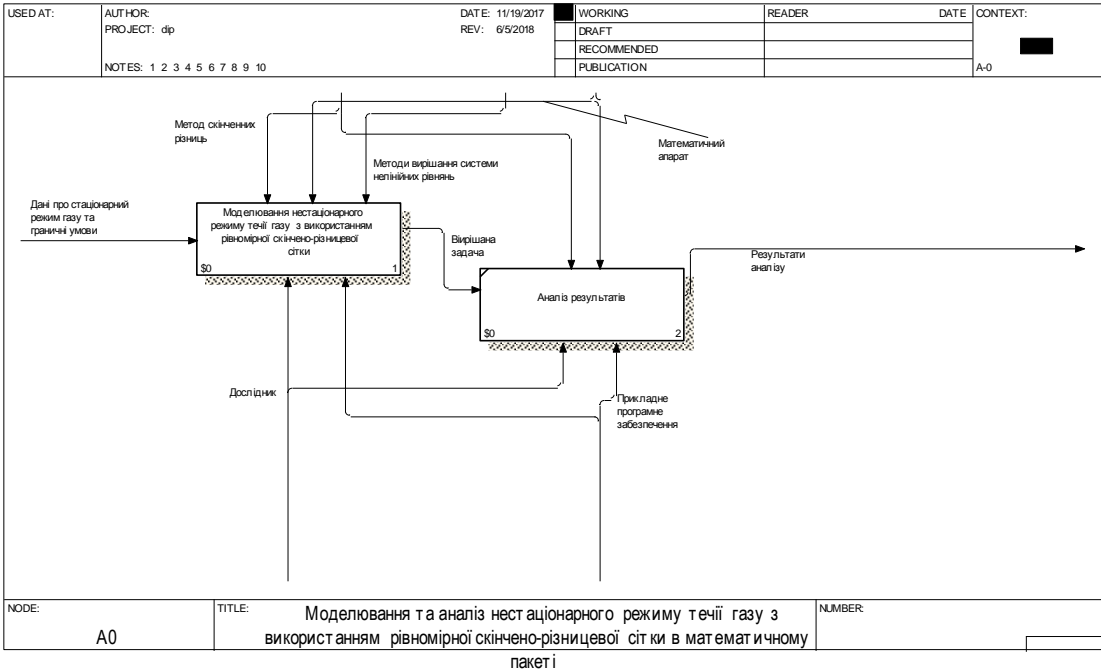


Рисунок 1.3 – Діаграма декомпозиції. Рівень A0

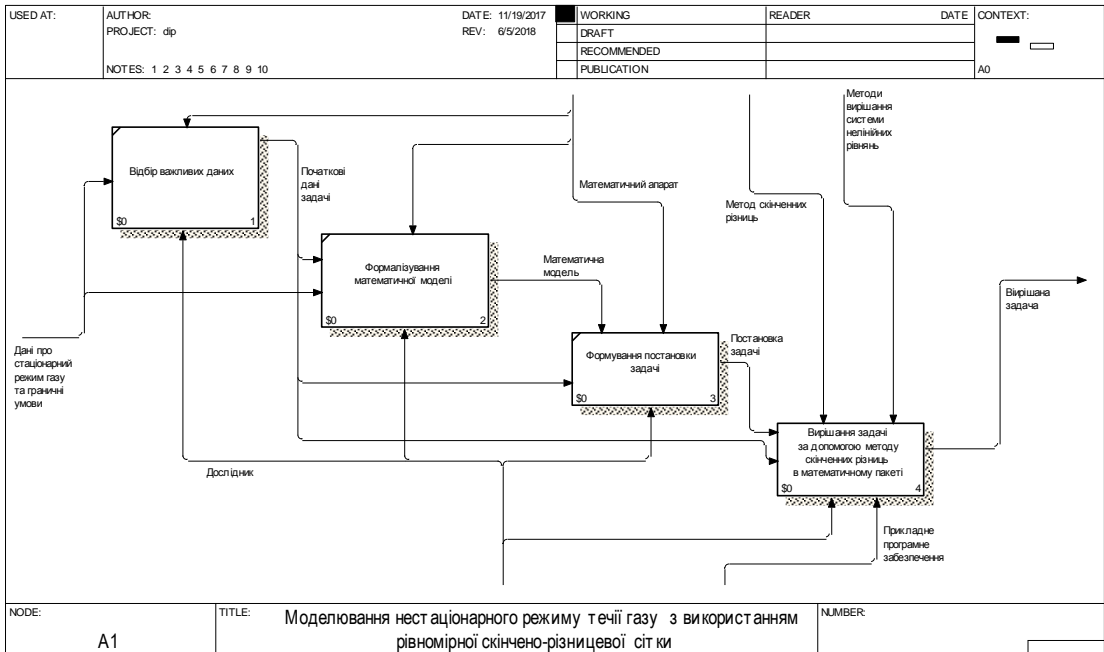


Рисунок 1.4 – Діаграма декомпозиції. Рівень A1

Розглянемо декомпозицію підсистеми A1 «Моделювання нестационарного

режиму течії газу з використанням рівномірної скінчено-різницевої сітки» декомпозиції рівня A0, що зображено на рисунку 1.4. На даному етапі при дослідженні будується модель складного фізичного процесу, а також отримується чітке рішення, на основі якого буде можливо в подальшому зробити висновки та провести аналіз. При розгляді блоку A14 «Розв’язання задачі за допомогою методу скінченних різниць в математичному пакеті» також використовується декомпозиція, що зображена на рисунку 1.5. Ця декомпозиція пояснює, як буде розроблятися програмний продукт на ЕОМ.

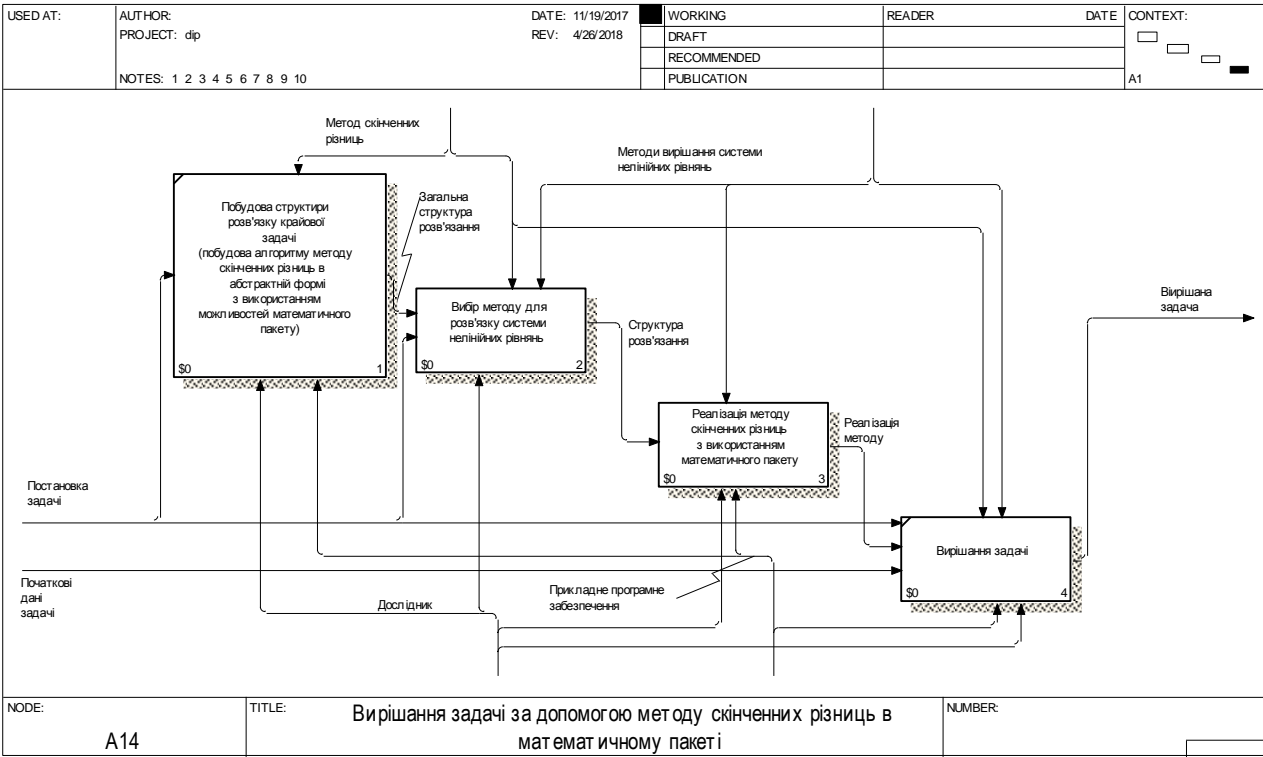


Рисунок 1.5 – Діаграма декомпозиції. Рівень A14

1.3 Інформаційна модель системи

Інформаційна модель системи відображає зв’язки між елементами системи у вигляді структур даних, акцентуючи увагу дослідника на склад та взаємозв’язках потоків даних.

Діаграми потоків даних (Data Flow Diagramming, DFD) використовуються

для опису документообігу та обробки інформації. Подібно до IDEF0, DFD є модельною системою. Вони зображують досліджувану систему у вигляді мережі пов'язаних між собою робіт. Їх можна використовувати як додаток до моделі IDEF0 для більш наочного відображення поточних операцій [3, 4].

Всього DFD використовує чотири важливі елементи:

- роботи (Роботи в DFD позначають функції або процеси, які обробляють і змінюють інформацію. Роботи представлені на діаграмах у вигляді прямокутників з округленими кутами);
- стрілки (Стрілки йдуть від об'єкта-джерела до об'єкта-приймача, позначаючи інформаційні потоки в системі документообігу);
- зовнішні посилання (Зовнішні посилання вказують на місце, організацію або людину, які беруть участь в процесі обміну інформацією з системою, але розташовуються за рамками цієї діаграми);
- сховища даних (Сховища даних являють собою власне дані, до яких здійснюється доступ, ці дані також можуть бути створені або змінені роботами. На одній діаграмі може бути присутнім кілька копій одного і того ж сховища даних) [3].

Розглянемо декомпозицію системи «Комп'ютерне моделювання та аналіз нестационарного режиму течії газу з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки в математичному пакеті» із застосуванням методології DFD.

У діаграмах потоків даних всі використовувані символи складаються в загальну картину, яка дає чітке уявлення про те, які дані використовуються, і які функції виконуються системою документообігу. При цьому часто з'ясовується, що існуючі потоки інформації, важливі для діяльності компанії, реалізовані ненадійно і потребують реорганізації [4].

На рисунку 1.7 зображена контекстна діаграма система, на рис. 1.8-1.9 декомпозиція системи рівня A0 і A3 відповідно.

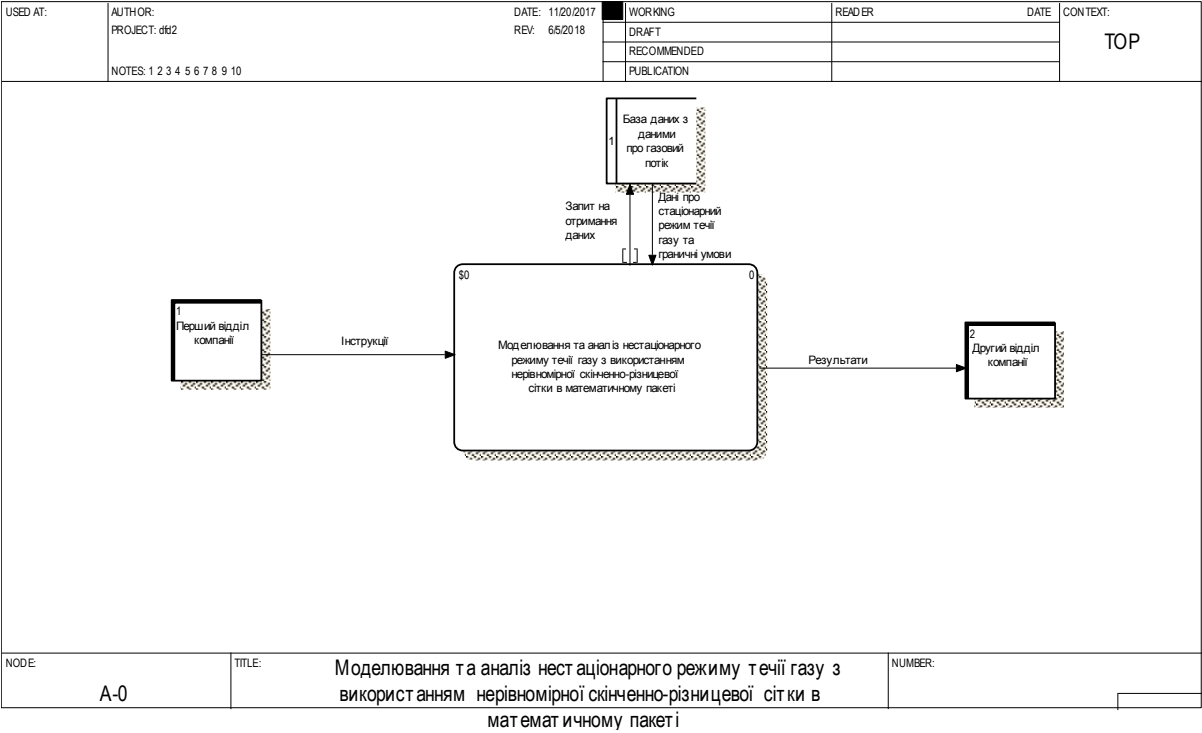


Рисунок 1.6 – Контекстна діаграма системи у методології DFD

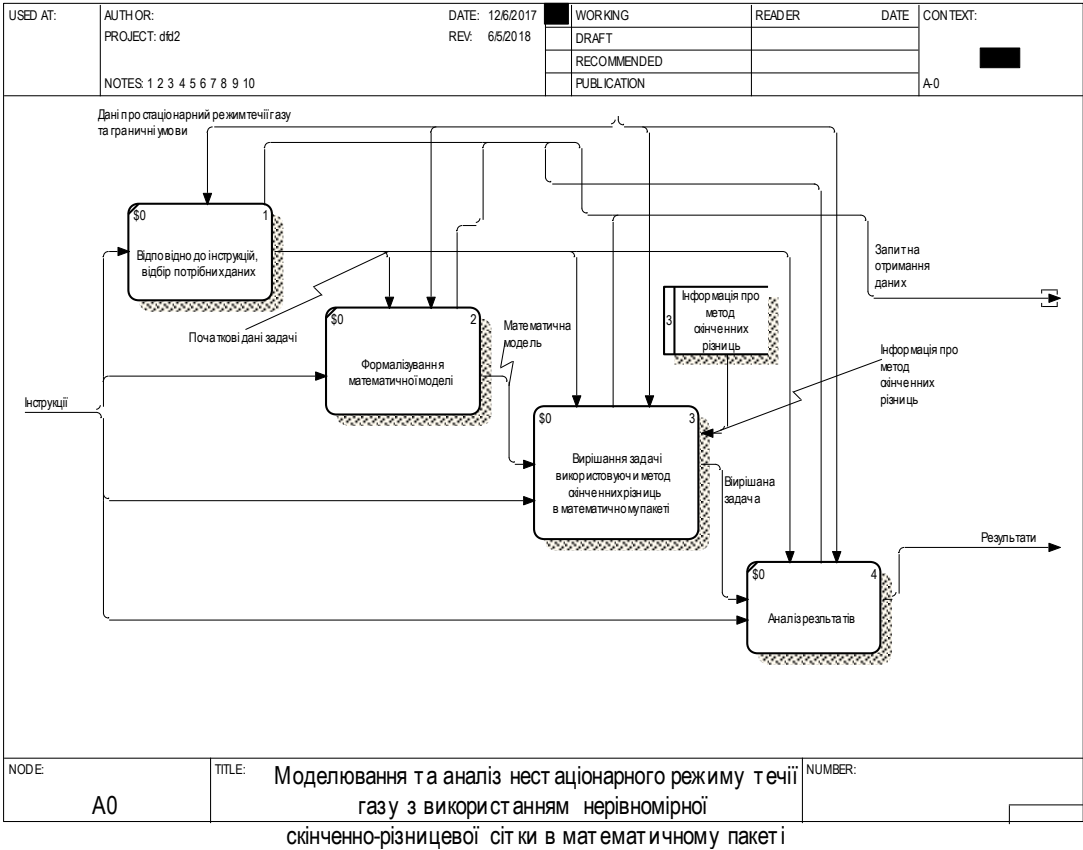


Рисунок 1.7 – Діаграма декомпозиції A0 у методології DFD

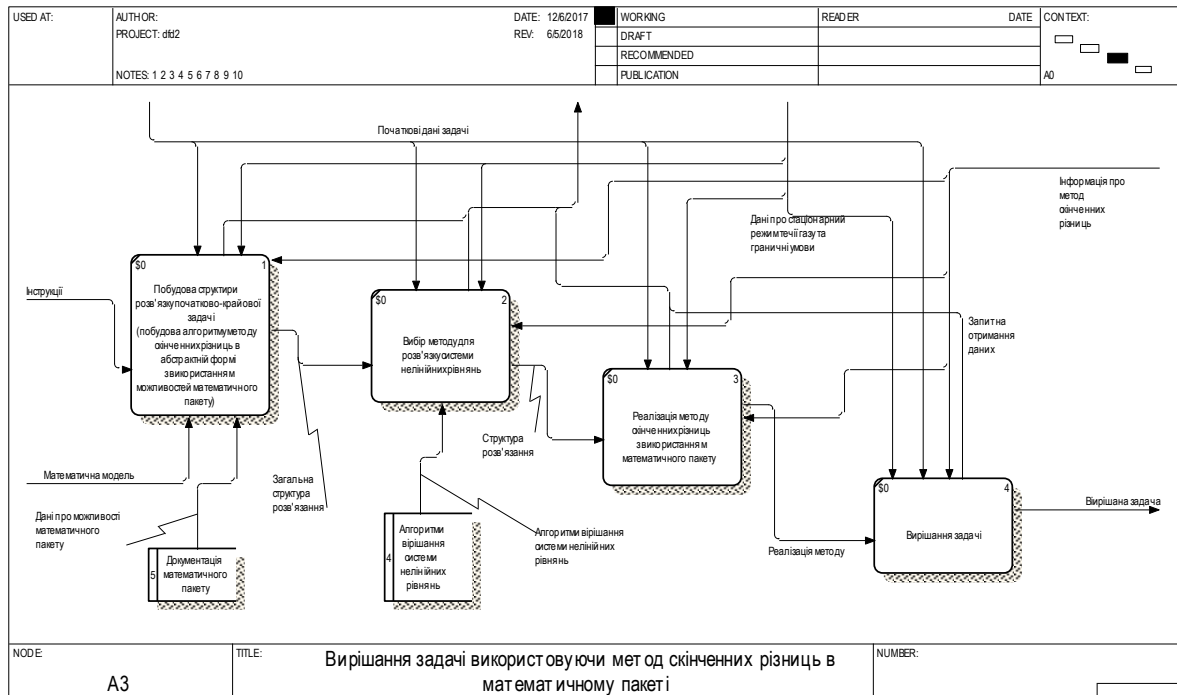


Рисунок 1.8 – Діаграма декомпозиції АЗ у методології DFD

На рівні А0 показано, як інструкції з першого відділу компанії створюють напрямок дослідження, на рівні А3 показано створення алгоритму для вирішення задачі та створення програмного продукту, який вирішує задачу.

1.4 Кваліметрична модель системи

Зрозуміло, що для розв'язання квазілінійної системи диференціальних рівнянь можливо обирати метод скінченних різниць. В процесі розв'язання такої системи створюється потреба в вирішенні системи нелінійних рівнянь. У нас є можливість порівняти та співставити деякі методи вирішення цієї системи, а саме метод Ньютона, метод Бroyдена та модифікований метод Ньютона, і оберемо один з них [5].

Для вибору методу скористались методом аналізу ієрархій [6]. Розробили ієрархічну модель властивостей якості системи.

Об'єкти:

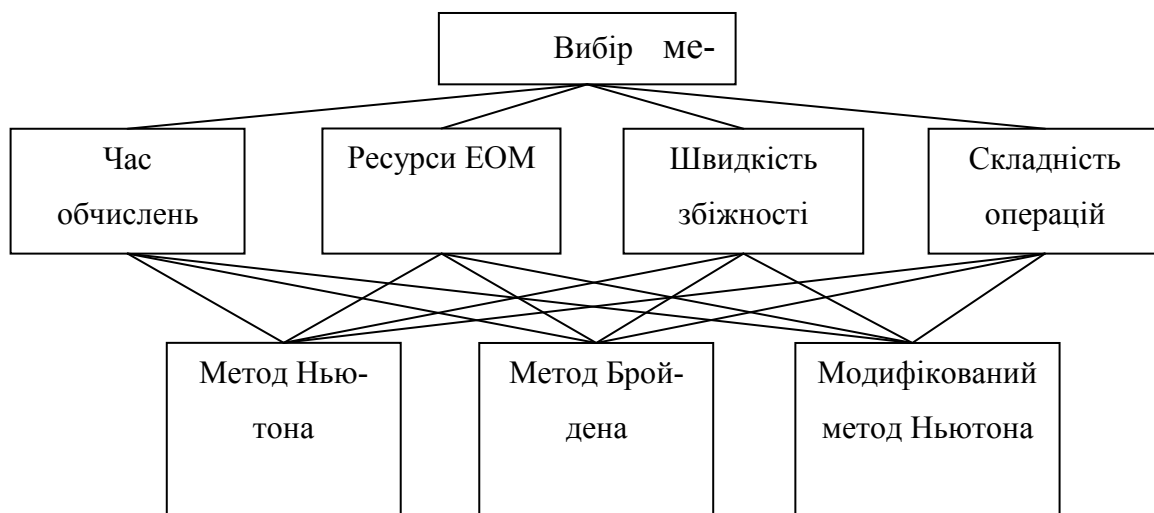
– метод Ньютона (A1);

- метод Бройдена (A2).
- модифікований метод Ньютона (A3);

Властивості:

- складність операцій (K1).
- ресурси ЕОМ (K2);
- час обчислення (K3);
- швидкість збіжності (K4);

Ієрархічна модель проблеми вибору у випадку багатокритеріальності має вигляд, зображений на рисунку 1.9.



Рису-

нок 1.9 – Ієрархічна модель аналізу проблеми

Таблиця 1.1 – Матриця попарних порівнянь критеріїв

Критерії оцінювання	К 1	К 2	К 3	К4	Оцінка компонентів	Вектор пріоритетів	Величина значущості
К1	1	8	5	3	3,310	0,590	1,658
К2	1/8	1	1/4	1/2	0,354	0,063	15,000
К3	1/5	4	1	1/4	0,669	0,119	10,250
К4	1/3	2	4	1	1,278	0,228	4,750
Всього					5,610		4,228

$$\text{Індекс узгодженості (ІУ)} = \frac{4,228 - 4}{4 - 1} = 0,076.$$

Випадкова узгодженість 0,9.

$$\text{Відносна узгодженість (ВУ)} = \frac{0,076}{0,9} = 0,084 = 8,4\%.$$

Для прийняття рішення щодо вибору методу вирішення системи, необхідно провести порівняльний аналіз альтернатив [6]. Оцінивши їх відносно кожної з альтернатив, отримаємо данні, що представлені у таблицях 1.2 – 1.5. Випадкова узгодженість для матриць є рівною 0,58.

Таблиця 1.2 – Порівняння за першим критерієм

Критерій 1	A1	A2	A3	Вектор пріоритетів
A1	1	1/5	1/7	0,075
A2	5	1	1/2	0,333
A3	7	2	1	0,592

$$IU = 0,007. \text{ ВУ} = 0,0122 = 1,22\%.$$

Таблиця 1.3 – Порівняння за другим критерієм

Критерій 2	A1	A2	A3	Вектор пріоритетів
A1	1	1/7	1/6	0,067
A2	7	1	3	0,641
A3	6	1/3	1	0,293

$$IU = 0,050. \text{ ВУ} = 0,0861 = 8,61\%.$$

Таблиця 1.4. – Порівняння за третім критерієм

Критерій 3	A1	A2	A3	Вектор пріоритетів
A1	1	1/3	1/5	0,105
A2	3	1,0	1/3	0,258
A3	5	3	1,0	0,637

$IY = 0,020$. $VY = 0,034 = 3,4\%$.

Таблиця 1.5. – Порівняння за четвертим критерієм

Критерій 4	A1	A2	A3	Вектор пріоритетів
A1	1	1/5	1/8	0,060
A2	5	1	1/5	0,265
A3	8	5	1	0,691

$IY = 0,055$.

$VY = 0,147 = 14,70\%$.

З усіх отриманих результатів ми, як особа, що приймає рішення, можемо зробити кінцеві підрахунки, і зробити висновки.

Таблиця 1.6. – Кінцеві дані

Критерій/ Альтернатива	K1	K2	K3	K4	Узагальнені пріоритети
A1	0,075	0,067	0,814	0,058	0,159
A2	0,666	0,641	0,114	0,223	0,301
A3	0,592	0,293	0,072	0,719	0,540

У таблиці 1.6 наведено результати, що дають нам змогу сказати, що найкращою для нас буде третя альтернатива, а саме модифікований метод Ньютона. Відносна узгодженість буде дорівнювати 7,28%.

1.5 Змістовна постановка задачі

Об'єкт дослідження – нестационарний неізотермічний режим течії газу по ділянці трубопроводу.

Предмет дослідження – модель ННРТГ по ділянці трубопроводу і чисельний метод для розрахунку таких режимів по ДТ.

Метою даної атестаційної роботи є дослідження можливості використання методу Ньютона та модифікованого методу Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь, яка з'являється в процесі розв'язання системи диференціальних рівнянь, яка описує нестационарний неізотермічний режим течії газу.

Розвиток і ускладнення структури ГТС призводить до того, що проблем моделювання режимів транспорту газу по системам газопостачання присвячується значна кількість досліджень. Різні зміни граничних умов, які можуть бути викликані, наприклад, аварійними ситуаціями на ЛД, призводять до того, що РТГ по ГТС стають нестационарними і неізотермічними, тому необхідно розробляти програми з аналізу ННРТГ при різкій зміні граничних умов в ГТС, що дозволяють моделювати режими транспорту газу, в тому числі по ЛД ГТС.

В першу чергу проведено аналіз чисельних методів розв'язання систем гіперболічних диференціальних рівнянь в частинних похідних, які описують ННРТГ. Для чисельного розв'язання таких систем часто використовуються наступні методи, такі як, наприклад, метод скінченних різниць з використанням різних рівномірних і нерівномірних скінченно-різницевої сітки, метод характеристик (Массо, модифікований Массо), метод кінцевого об'єму, метод скінченних різниць з використанням методу Лагранжевих частинок (є модифікацією підходу до вирішення гіперболічних диференціальних рівнянь в частинних похідних методом характеристик), інтегро-інтерполяційний метод та ін. Кожен метод включає як переваги, так і недоліки, в роботі обраний метод скінченних різниць з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки.

Через велику складність систем ГТС побудова математична модель, обрання методу і алгоритму розв'язання систем рівнянь ММ є невід'ємною час-

тиною задачі моделювання та аналізу СНРТГ і ННРТГ по системі ГТС.

Свої основні завдання – безперебійний транспорт газу і подачу його споживачам із заданими якісними показниками ГТС виконує в умовах постійної зміни навантаження, стану навколишнього середовища, внутрішнього стану об'єктів газопроводу, а також в аварійних ситуаціях. Ці зміни, що представляють впливи, викликають необхідність моделювання та управління ННР транспорту газу з метою адаптації ГТС до постійно змінюваних умов. Для розробки автоматизованих систем управління необхідно враховувати ці специфічні властивості.

Найбільш нестаціонарні режими функціонування ЛД, прилеглих до споживачів та з місцями виникнення аварій. Тому доцільно використовувати критерій міри нестаціонарності РТГ і класифікувати за даним критерієм режими функціонування на лінійній ділянці на квазістаціонарних і нестаціонарні.

Міра нестаціонарності режимів транспорту газу по ЛД визначається за такою формулою

$$M = \max \left\{ \max_{i,j} |P_{H_i} - P_{H_j}|, \max_{i,j} |P_{K_i} - P_{K_j}| \right\},$$

де P_{H_i} ($i = 0, 1, 2, \dots$) – заміри тиску на початку ЛД в момент часу t_i , протягом аналізованого періоду $[0, T]$;

P_{K_j} ($j = 0, 1, 2, \dots$) – заміри тиску в кінці ЛД протягом того ж періоду часу.

Якщо $M \leq \varepsilon$, то режим вважається квазістаціонарним, в іншому випадку нестаціонарних в інтервалі часу $[0, T]$. Обов'язково враховувати два кінця лінійної ділянки, зазвичай, ε приймається рівною одній атмосфері.

При розробці систем аналізу і моделювання режимів транспорту газу по ГТС необхідно враховувати такі властивості як розподілений характер параметрів рівнянь транспорту газу. Найсуттєвішою рисою, яка відрізняє перехідні

процеси в цих системах, є інерційність перехідних процесів, що ставить специфічні завдання перед системами моделювання та управління такими режимами.

В атестаційній роботі розглядається ділянка трубопроводу заданої довжини фіксованого діаметру з жорсткими стінками. Задано початковий розподіл газу. На границях ділянки відбувається різка зміна граничних умов, тому режими течії газу стають нестационарними і неізотермічними. Вважаємо, що на границях ділянки задані або тиск, або витрата газу як функції часу, крім того задана температура газу, що надходить на ділянку.

Поставлена вище мета атестаційної роботи передбачає наступні етапи дослідження:

- вибір математичної моделі нестационарного неізотермічного режиму течії газу;
- застосування методу скінчених різниць для розв'язання рівнянь ММ з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки та модифікованого методу Ньютона при розв'язанні системи нелінійних алгебраїчних рівнянь;
- Розробка алгоритму моделювання ННРТГ по ділянці трубопроводу на основі розглянутих методів;
- Створення програмного продукту, який допоможе розрахувати параметри газового потоку при ННРТГ по ДТ з використанням модифікованого методу Ньютона;
- Аналіз результатів.

Результатом роботи та аналізу буде перевірка роботи програми з використанням модифікованого методу Ньютона та час роботи програми та порівняння з класичним методом Ньютона [13].

2 ФОРМАЛЬНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Газотранспортна система, розглядаючи з опису режимів транспорту газу, включає в себе: лінійні ділянки (ЛД) та компресорні станції (КС).

В роботі досліджується ДТ довжини L (рис. 2.1).

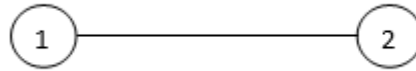


Рисунок 2.1 – Ділянка трубопроводу

На даному рисунку цей відрізок схематично демонструє ділянку трубопроводу, де кола 1, 2 це вхід та вихід нашої ДТ.

Будемо вважати, що режими течії газу по ДТ є нестационарними та неізо-термічними, тому що на вході та/або виході відбувається дуже різка зміна граничних умов.

Описати такі режими можна за допомогою функцій $W(x,t)$; $P(x,t)$; $T(x,t)$: питомої масової витрати, тиску і температури відповідно, заданих в області $\Lambda = \{(x,t), x \in [0,L], t \in [0, T_{\max}]\}$, де T_{\max} – кінцевий час процесу.

У вузлах 1, 2 задані граничні умови 1-го або 2-го типу, тобто задані або тиск, або витрата газу, як функція часу, крім того задана температура газу, що надходить. Задано початковий розподіл параметрів газового потоку:

$$\begin{aligned} W(x,0) &= W_0(x), \\ P(x,0) &= P_0(x), \\ T(x,0) &= T_0(x), \quad x \in (0,L), \end{aligned}$$

де $W_0(x), T_0(x), P_0(x)$ – задані функції.

Тоді граничні умови матимуть вид:

$$\begin{cases} P(0,t) = P^0(t), \\ G(0,t) = G^0(t), \\ T(0,t) = T^0(t), \end{cases} \quad \begin{cases} P(L,t) = P^1(t), \\ G(L,t) = G^1(t), \end{cases}$$

де $G(x,t)$ – масова витрата;

$G^0(t), T^0(t), P^0(t), G^1(t), P^1(t)$ – задані функції.

Для розрахунку нестационарних неізотермічних режимів транспорту газу по ділянці трубопроводу необхідно задати початковий розподіл параметрів газового потоку: витрат, тисків і температур, тому в якості такого розподілу можна взяти розподіл, який був отриманий при виконнанні умови стаціонарності режиму течії газу[12].

2.1 Математична модель стаціонарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу

Для проектування СРТГ можливо використовувати різні моделі. Розглянемо лише випадок горизонтального газопроводу.

Використаємо рівняння нерозривності (масова витрата газу по трубопроводу постійна), рівняння збереження кількості руху та рівняння енергії.

Рівняння кількості руху має наступний вигляд:

$$dP + 2\rho V dV + dh = 0, \quad (2.1)$$

де $P(x)$ – тиск газу;

$V(x)$ – швидкість руху газу в трубопроводі;

dh – питома енергія, витрачена на подолання тертя;

ρ – щільність газу.

Для ГТС другим членом в (2.1) можна знехтувати. В ГТС має місце турбулентний режим течії з квадратичним законом опору

$$dh = \rho \lambda \frac{V^2}{2D} dx, \quad (2.2)$$

де D – діаметр труби;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

x – координата, що збігається з віссю труби і спрямована за течією газу.

Нехай масова витрата газу $G = \rho VS$, де S – площа поперечного перерізу труби, тоді підставляючи вираз (2.2) в рівняння (2.1), отримаємо

$$\rho dP + \lambda \frac{G^2}{2DS^2} dx = 0. \quad (2.3)$$

Враховуючи що $S = \frac{\pi D^2}{4}$, вираз (2.3) прийме в такий вигляд:

$$\rho dP + 8\lambda \frac{G^2}{\pi^2 D^5} dx = 0. \quad (2.4)$$

Візьмемо рівняння стану у вигляді:

$$P = zgRT\rho, \quad (2.5)$$

де z – коефіцієнт стисливості газу;

R – питома газова стала;

T – температура газу.

За допомогою (2.5) виключаємо щільність ρ із рівняння (2.4), та отримаємо

$$PdP + 8zgRT\lambda \frac{G^2}{\pi^2 D^5} dx = 0. \quad (2.6)$$

Якщо проінтегрувати рівняння (2.6) від 0 до L , то отримаємо

$$P_n^2 - P_\kappa^2 = \frac{16}{\pi^2} z_{cp} gRT_{cp} \lambda \frac{L}{D^5} G^2, \quad (2.7)$$

де P_n, P_κ – тиск на початку і кінці труби;

z_{cp}, T_{cp} – середні значення коефіцієнта стисливості і температури;

L – довжина розрахункової ділянки газопроводу.

Після спрощення рівняння (2.7) набуде вигляду:

$$P_n^2 - P_\kappa^2 = cG^2, \quad (2.8)$$

$$\text{де } c = \frac{16}{\pi^2} z_{cp} gRT_{cp} \lambda \frac{L}{D^5}.$$

Середнє значення температури T_{cp} на ділянці газопроводу довжиною L обчислюється за формулою

$$T_{cp} = T_{zp} + (T_n - T_{zp}) \frac{1 - e^{-\theta L}}{\theta L}, \quad (2.9)$$

$$\text{де } \theta = \frac{\pi KD}{C_p G}.$$

В якості P_{cp} можна брати середнє інтегральне значення тиску по ділянці

$$P_{cp} = \frac{2}{3} \left(P_n + \frac{P_{\kappa}^2}{P_n + P_{\kappa}} \right). \quad (2.10)$$

Значення z_{cp} можна знайти за формулами:

$$z_{cp} = 1 + 0,07 \frac{P_{cp}}{P_{\kappa}} \frac{T_{\kappa p}}{T_{cp}} \left(1 - 6 \frac{T_{\kappa p}^2}{T_{cp}^2} \right), \quad (2.11)$$

$$P_{\kappa p} = (-2,4286 \cdot \sigma^2 + 2,19 \cdot \sigma + 46,776),$$

$$T_{\kappa p} = -20 \cdot \sigma^2 + 179,6 \cdot \sigma + 79,68,$$

де $P_{\kappa p}$, $T_{\kappa p}$ – критичні тиск і температура;

$$\sigma = 1,206 \cdot \Delta.$$

Для горизонтальних газопроводів енергетичне рівняння має вигляд:

$$\frac{dT}{dx} + \frac{4KS}{C_p DG} (T - T_{cp}) = 0, \quad (2.12)$$

де K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;

C_p – питома теплоємність газу при постійному тиску.

Розв'язуючи рівняння (2.12) методом розділення змінних

$$\frac{dT}{T - T_{cp}} = -\frac{4KS}{C_p DG} dx,$$

$$\ln(T_x - T_{cp}) - \ln(T_n - T_{cp}) = -\frac{4KS}{C_p DG} x,$$

отримаємо

$$T_x = T_{zp} + (T_n - T_{zp}) e^{-\frac{4KS}{C_p DG} x}.$$

З огляду на те, що $S = \frac{\pi D^2}{4}$, то отримаємо

$$T_x = T_{zp} + (T_n - T_{zp}) e^{-\frac{\pi KD}{C_p G} x}.$$

Температура газу в будь-якій точці x ділянки газопроводу знаходиться за формулою В. Г. Шухова

$$T_x = T_{zp} + (T_n - T_{zp}) e^{-\theta x}, \quad (2.13)$$

де x – відстань від початку ділянки до точки з координатою x ;

T_{zp} – середня температура ґрунту на глибині залягання газопроводу;

T_n – температура газу на початку ділянки.

Таким чином, ММ СРТГ описується системою (2.8), (2.13).

2.2 Математична модель нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу

Для загального випадку нестационарний неізотермічний режим течії газу по ДТ, який є циліндричною трубою постійного діаметра, може описуватися квазілінійною системою диференціальних рівнянь в частинних похідних, отриманої із загальних рівнянь Нав'є-Стокса газової динаміки для одновимірного випадку. Вважатимемо, що відсутній масообмін з навколишнім середовищем, стаціонарні режими теплообміну з навколишнім середовищем, та нехтуючи теплофізичними властивостями середовища, отримаємо таку систему рівнянь:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[P + (1 + \beta) \rho V^2 \right] = -\rho \left[\frac{\lambda |V| V}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right], \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V) = 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho V \left(E + \frac{P}{\rho} \right) \right) = \frac{4K}{D} (T_{ep} - T) - \rho V g \frac{dh}{dx}, \quad (2.16)$$

де $\rho(x, t)$, $V(x, t)$, $T(x, t)$, $P(x, t)$ – щільність, швидкість, температура, тиск газу;

t , x – часова і просторова координата;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

D – діаметр труби;

K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;

T_{ep} – температура ґрунту;

h – глибина залягання труби;

β – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей в перетині;

g – прискорення вільного падіння;

E – повна енергія одиниці маси.

Для нестационарних неізотермічних режимів транспорту газу, не порушуючи загальності, можна ввести такі припущення:

а) швидкості потоку газу розподілені рівномірно в перетині, і поправкою Коріоліса можна знехтувати;

б) в рівняннях (2.14) і (2.15) можна знехтувати зміною температури, так як похідні від температури дуже малі.

Доповнимо систему (2.14) – (2.16) рівнянням стану

$$\frac{P}{\rho} = zgRT. \quad (2.17)$$

Після відповідних перетворень, система (2.14) – (2.16) прийме вигляд:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left(1 - \alpha TS \frac{W^2}{P^2}\right) \frac{\partial P}{\partial x} + 2\alpha TS \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} + \beta TS \frac{W|W|}{P} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} = 0, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \alpha TS \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \alpha TS \frac{W}{P} \gamma \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha S \frac{T^2}{P} (\gamma - 1) \frac{\partial W}{\partial x} - \\ - \frac{4K}{D} (\gamma - 1) \frac{T}{P} (T - T_{ep}) - g (\gamma - 1) \frac{TW}{P} \frac{dh}{dx} = 0, \end{aligned} \quad (2.20)$$

де $\alpha = \frac{zgR}{S};$

$$\beta = \frac{\lambda \alpha}{2D};$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - zgR};$$

S – площа поперечного перерізу;

C_p – питома теплоємність газу;

$W(x, t)$ – питома масова витрата.

Систему рівнянь (2.18)-(2.20) напишемо в матричній формі

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi), \quad (2.21)$$

де

$$B(x, t, \phi) = \begin{bmatrix} 2\alpha TS \frac{W}{p} & 1 - \alpha TS \frac{W^2}{p^2} & 0 \\ \alpha TS & 0 & 0 \\ \alpha S \frac{T^2}{p} (\gamma - 1) & 0 & \alpha TS \frac{W}{p} \gamma \end{bmatrix},$$

$$\Phi(x, t, \phi) = \begin{bmatrix} -\beta TS \frac{W|W|}{p} - \frac{g}{\alpha S} \frac{p}{T} \frac{dh}{dx} \\ 0 \\ -\frac{4K}{D} (\gamma - 1) \frac{T}{p} (T - T_{zp}) - g (\gamma - 1) \frac{TW}{p} \frac{dh}{dx} \end{bmatrix}$$

– матриці, елементи яких задані неперервні та неперервно-диференційовані функції.

Визначимо тип системи рівнянь (2.21). Для цього необхідно знайти розв’язок рівняння

$$\det(E - \theta B) = 0, \quad (2.22)$$

де E – одинична матриця; \det – детермінант матриці.

Отримуємо:

$$B = \begin{bmatrix} 1 - \theta 2\alpha TS \frac{W}{p} & -\theta(1 - \alpha TS \frac{W^2}{p^2}) & 0 \\ -\theta \alpha TS & 1 & 0 \\ -\theta \alpha S \frac{T^2}{p} (\gamma - 1) & 0 & 1 - \theta \alpha TS \frac{W}{p} \gamma \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Значення θ знайдемо з рівняння

$$\left(1 - \theta \alpha T S \frac{W}{P} \gamma\right) \left(1 - \theta 2 \alpha T S \frac{W}{P} + (-\theta + \alpha T S \frac{W^2}{P^2}) \theta \alpha T S\right) = 0, \quad (2.24)$$

$$\theta_1 = \frac{P}{\alpha^2 \gamma W}, \quad \theta_2 = \frac{1}{\alpha^2 \frac{W}{P} - \alpha}, \quad \theta_3 = \frac{1}{\alpha^2 \frac{W}{P} + \alpha}.$$

Таким чином, в будь-якій точці (x, t, W, P, T) області $\Omega: \{x > 0, t > 0, W \leq 0, P > 0, T > 0\}$ нашого рівняння (2.24) щодо θ має три різних дійсних корені, а система (2.21) є гіперболічною в даній області.

Отже, ННРТГ в нашому випадку описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь гіперболічного типу (2.21), з відповідними граничними і початковими умовами. Граничні умови в першому вузлі:

$$\begin{cases} P(t, 0) = P^0(t), \\ G(t, 0) = G^0(t), \\ T(t, 0) = T^0(t). \end{cases} \quad (2.25)$$

Граничні умови в другому вузлі:

$$\begin{cases} P(t, L) = P^1(t), \\ G(t, L) = G^1(t), \end{cases} \quad (2.26)$$

де $G^0(t), T^0(t), P^0(t), G^1(t), P^1(t)$ – задані функції.

Початкові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} W(0, x) = W_0(x), P(0, x) = P_0(x), T(0, x) = T_0(x), \\ x \in (0, L), \end{aligned} \quad (2.27)$$

де $W_0(x), T_0(x), P_0(x)$ – задані функції.

3 ВИБІР І ОБГРУНТУВАННЯ ВИКОРИСТОВУВАНОВОГО МЕТОДУ

3.1 Чисельний метод і алгоритм розрахунку стаціонарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу

Розглянемо алгоритм розрахунку СРТГ, який в нашому випадку описується математичною моделлю (2.8),(2.13). За основу лежить метод ітерацій.

Для початку вводимо значення використовуваних величин і початкові дані.

На ділянці газопроводу зовнішній діаметр $D_H = D + 2\delta$.

Показники тиску і температури в кінці ділянки обчислюються за наступним алгоритмом:

$$\text{а) } \theta = \frac{62,6 \cdot k_T \cdot D_H}{C_p \cdot \Delta \cdot q \cdot 10^6};$$

б) переводимо в систему одиниць СІ:

$$T_{cp} = t_{cp} + 273,$$

$$T_n = t_n + 273;$$

в) температура газу T_l в даній точці ділянки газопроводу знаходиться за формулою (2.13):

$$T_l = T_{cp} + (T_n - T_{cp})e^{-\theta l},$$

$$t_l = T_l - 273,$$

$$z_{cp} = z_n;$$

г) знайдемо середню температуру газу:

$$T_{cp} = T_{zp} + (T_n - T_{zp}) \frac{1 - e^{-\theta l}}{\theta l};$$

д) $C = \frac{\Delta \cdot l \cdot T_{cp} \cdot z_{cp}}{\alpha^2 \cdot \phi^2 \cdot (1,64 \cdot 10^{-6})^2 \cdot D^{5,2} \cdot E^2};$

е) значення тиску P_l знаходиться з формули

$$P_n^2 - P_l^2 = C \cdot |q| \cdot q;$$

ж) середнє значення тиску газу дорівнює по формулі (2.10):

$$P_{cp} = \frac{2}{3} \left(P_n + \frac{P_l^2}{P_n + P_l} \right);$$

з) середній коефіцієнт стисливості газу по довжині ділянки:

$$z_{cp} = 1 - ((P_{cp} - 6) \cdot (0,345 \cdot 10^{-2} \cdot \Delta - 0,446 \cdot 10^{-3}) + \\ + 0,015) \cdot (1,3 - 0,0144 \cdot (T_{cp} - 282,8));$$

и) $S = P_l;$

і) $C = \frac{\Delta \cdot l \cdot T_{cp} \cdot z_{cp}}{\alpha^2 \cdot \phi^2 \cdot (1,64 \cdot 10^{-6})^2 \cdot D^{5,2} \cdot E^2};$

к) $P_l = \sqrt{P_n^2 - C \cdot |q| \cdot q};$

л) якщо $|S - P_l| < \varepsilon$, то P_l було знайдено, то перейдемо до пункту м), в іншому випадку переходимо до пункту ж).

м) вивід $t_l, P_l, T_{cp}, z_{cp}.$

3.2 Метод і алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ з використанням методу Ньютона та модифікованого методу Ньютона

Чисельний розв'язок системи (2.21) з початковим розподілом (2.27) і граничними умовами (2.25)–(2.26) будемо шукати за допомогою РСРС [11]. Для цього розділимо відрізок $[0, L]$ на n відрізків довжиною Δx , отримаємо $n + 1$ точку розбиття x_i , $i = \overline{0, n}$.

На рисунку 3.1 шаблон для апроксимації похідних в i -й проміжній точці.

На рис. 3.2 зображений шаблон для апроксимації похідних в нульовій точці.

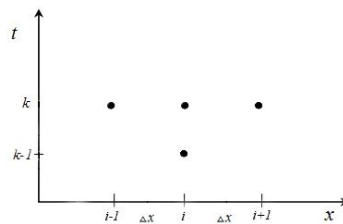


Рисунок 3.1 – Шаблон для апроксимації похідних в i -й точці

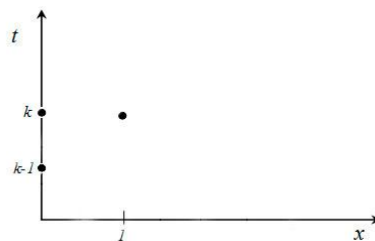


Рисунок 3.2 – Шаблон для апроксимації похідних на початку ділянки в нульовій точці

Похідні в (2.21) замінюються за формулами:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_i^k = \frac{\phi_i^k - \phi_i^{k-1}}{\tau}, \quad i = \overline{0, n}, \quad (3.1)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_i^k = \begin{cases} \frac{\phi_1^k - \phi_0^k}{\Delta}, & i = 0. \\ \frac{\phi_{i+1}^k - \phi_{i-1}^k}{2\Delta}, & i = \overline{1, n-1}. \\ \frac{\phi_n^k - \phi_{n-1}^k}{\Delta}, & i = n. \end{cases} \quad (3.2)$$

З урахуванням формул (3.1) і (3.2) отримаємо наступну систему різницьових рівнянь для системи (2.21).

$$-\frac{1}{\Delta} B_0^k \phi_0^k + \frac{1}{\tau} \phi_0^k + \frac{1}{\Delta} B_0^k \phi_1^k = \Phi_0^k + \frac{1}{\Delta} \phi_0^{k-1}, \quad i = 0. \quad (3.3)$$

$$-\frac{1}{2\Delta} B_i^k \phi_{i-1}^k + \frac{1}{\tau} \phi_i^k + \frac{1}{2\Delta} B_i^k \phi_{i+1}^k = \Phi_i^k + \frac{1}{\tau} \phi_i^{k-1}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (3.4)$$

$$-\frac{1}{\Delta} B_n^k \phi_{n-1}^k + \frac{1}{\tau} \phi_n^k + \frac{1}{\Delta} B_n^k \phi_n^k = \Phi_n^k + \tau \phi_n^{k-1}, \quad i = n. \quad (3.5)$$

Розв'язок системи рівнянь (3.3)–(3.5) буде вектор

$$\phi^k = (\phi_0^k, \phi_1^k, \phi_2^k, \dots, \phi_i^k, \dots, \phi_n^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k).$$

Нелінійні системи будемо вирішувати методом Ньютона та модифікованим методом Ньютона. На s -й ітерації k -го часового шару отримаємо систему лінійних рівнянь, яка описана в роботах [11, 12], і яка в загальному вигляді буде мати вид:

$$A^{k,s} \delta \phi^{k,s+1} = \psi^{k,s},$$

де для модифікованного методу Ньютона:

$$A^{k,s} = \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}}, \text{ при } s = 0, \dots, m,$$

$$A^{k,s} = A^{k,s-1}, \text{ при } s = m+1, m+2, \dots$$

де $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}}$ – матриця Якобі;

$\delta \phi^{k,s+1}$ – вектор поправок до невідомих на s -й ітерації;

$\psi^{k,s}$ – вектор нев'язок.

Для методу Ньютона на кожній ітерації матриця $A^{k,s}$ має вигляд:

$$A^{k,s} = \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}},$$

де $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}}$ – матриця Якобі.

З лінійної системи отримуються компоненти векторів поправок до невідомих. В цій системі на перших ітераціях необхідно підрахувати матрицю Якобі, але починаючи з $(m+1)$ -ї ітерації для модифікованого методу Ньютона матриця $A^{k,s}$ залишається незмінною. Вектор нев'язок підраховується на кожній ітерації.

Вектори нев'язок в граничних точках 0 і n для k -го часового шару s -ої ітерації мають вигляд:

$$\psi_0^{k,s} = \left(\frac{1}{\tau} \phi_0^{k,s} - \frac{1}{\Delta} B_0^{k,s} \phi_0^{k,s} \right) + \frac{1}{\Delta} B_0^{k,s} \phi_1^{k,s} - \Phi_0^{k,s} - \frac{1}{\tau} \phi_0^{k-1}; \quad (3.6)$$

$$\psi_n^{k,s} = \left(\frac{1}{\tau} \phi_n^{k,s} + \frac{1}{\Delta} B_n^{k,s} \phi_n^{k,s} \right) - \frac{1}{\Delta} B_n^{k,s} \phi_{n-1}^{k,s} - \Phi_n^{k,s} - \frac{1}{\tau} \phi_n^{k-1}. \quad (3.7)$$

Для внутрішніх точок ділянки ($i=1, \dots, n-1$) вектори нев'язок обчислюються за формулою:

$$\psi_i^{k,s} = -\frac{1}{2\Delta} B_i^{k,s} \phi_{i-1}^{k,s} + \frac{1}{\tau} \phi_i^{k,s} + \frac{1}{2\Delta} B_i^{k,s} \phi_{i+1}^{k,s} - \Phi_i^{k,s} - \frac{1}{\tau} \phi_i^{k-1}. \quad (3.8)$$

Враховуючи співвідношення (3.6)–(3.8), матриця Якобі $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}}$ буде

мати вигляд:

$$\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_0^{k,s}}{\partial \phi_0^{k,s}} & \frac{1}{\Delta x} B_0^{k,s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2\Delta x} B_1^{k,s} & \frac{\partial \psi_1^{k,s}}{\partial \phi_1^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta x} B_1^{k,s} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2\Delta x} B_i^{k,s} & \frac{\partial \psi_i^{k,s}}{\partial \phi_i^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta x} B_i^{k,s} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2\Delta x} B_{n-2}^{k,s} & \frac{\partial \psi_{n-2}^{k,s}}{\partial \phi_{n-2}^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta x} B_{n-2}^{k,s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2\Delta x} B_{n-1}^{k,s} & \frac{\partial \psi_{n-1}^{k,s}}{\partial \phi_{n-1}^{k,s}} & \frac{1}{2\Delta x} B_{n-1}^{k,s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta x} B_n^{k,s} & \frac{\partial \psi_n^{k,s}}{\partial \phi_n^{k,s}} \end{bmatrix}.$$

Згідно (3.6) з урахуванням системи (2.21) напишемо вирази для координат вектору нев'язок $\psi_0^{k,s}$:

$$\begin{aligned}
\psi_{0,1} &= \frac{1}{\tau} (W_0 - W_0^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2\alpha T_0 S W_0}{P_0} (W_1 - W_0) + \left(1 - \alpha S \frac{T_0 W_0^2}{P_0^2} \right) (P_1 - P_0) \right] + \\
&\quad + \beta S \frac{T_0 W_0 |W_0|}{P_0} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P_0}{T_0} \frac{dh}{dx}; \\
\psi_{0,2} &= \frac{1}{\tau} (P_0 - P_0^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \alpha T_0 S (W_1 - W_0); \\
\psi_{0,3} &= (T_0 - T_0^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[(\gamma - 1) \alpha \frac{T_0^2}{P_0} S \cdot (W_1 - W_0) + \gamma \alpha T_0 S \frac{W_0}{P_0} (T_1 - T_0) \right] + \\
&\quad + \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{T_0}{P_0} (T_0 - T_{zp}) + g (\gamma - 1) \frac{T_0 W_0}{P_0} \frac{dh}{dx};
\end{aligned}$$

Елементи матриці Якобі $\frac{\partial \psi_0^{k,s}}{\partial \phi_0^{k,s}}$ записуються в такий спосіб:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial W_0} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2\alpha T_0 S}{P_0} (W_1 - 2W_0) + (P_1 - P_0) \left(\frac{-2\alpha S T_0 W_0}{P_0^2} \right) \right] + \frac{2\beta S T_0 |W_0|}{P_0} = \\
&= \frac{1}{\tau} + \frac{2\alpha T_0 S}{P_0 \Delta} \left[(W_1 - 2W_0) - (P_1 - P_0) \frac{W_0}{P_0} \right] + \frac{2\beta S T_0 |W_0|}{P_0}, \\
\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial P_0} &= \frac{1}{\Delta} \left[\frac{-2\alpha T_0 S}{P_0^2} (W_1 - 2W_0) - \left(1 + \frac{\alpha S T_0 W_0^2 (P_0 - 2P_1)}{P_0^3} \right) \right] - \\
&\quad - \frac{\beta S T_0 W_0 |W_0|}{P_0^2} + \frac{g}{\alpha S} \frac{1}{T_0} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial T_0} &= \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2\alpha W_0 S}{P_0} (W_1 - W_0) + (P_1 - P_0) \left(\frac{-\alpha S W_0^2}{P_0^2} \right) \right] + \frac{\beta S}{P_0} W_0 |W_0| = \\
&= \frac{\alpha W_0 S}{\Delta P_0} \left[2(W_1 - W_0) - \frac{(P_1 - P_0)}{P_0} W_0 \right] + \frac{\beta S W_0 |W_0|}{P_0} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P_0}{T_0^2} \frac{dh}{dx}; \\
\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial W_0} &= -\frac{\alpha T_0 S}{\Delta}, \\
\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial P_0} &= \frac{1}{\tau},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial T_0} &= \frac{\alpha S (W_1 - W_0)}{\Delta}, \\
\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial W_0} &= \frac{1}{\Delta} \left[(1 - \gamma) \frac{\alpha T_0^2 S}{P_0} + \gamma \alpha T_0 S \frac{(T_1 - T_0)}{P_0} \right] + g(\gamma - 1) \frac{T_0}{P_0} \frac{dh}{dx} = \\
&= \frac{\alpha T_0 S}{\Delta P_0} [(1 - 2\gamma) T_0 + \gamma T_1] + g(\gamma - 1) \frac{T_0}{P_0} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial P_0} &= \frac{-1}{\Delta P_0^2} \left[(\gamma - 1) \alpha T_0^2 S (W_1 - W_0) + \gamma \alpha T_0 S W_0 (T_1 - T_0) \right] - \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{T_0}{P_0^2} (T_0 - T_{ep}) - \\
&- g(\gamma - 1) \frac{T_0 W_0}{P_0^2} \frac{dh}{dx} = \frac{-\alpha S T_0}{\Delta P_0^2} [(\gamma - 1) T_0 (W_1 - W_0) + \gamma W_0 (T_1 - T_0)] - \\
&- \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{T_0}{P_0^2} (T_0 - T_{ep}) - g(\gamma - 1) \frac{T_0 W_0}{P_0^2} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial T_0} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2(\gamma - 1) \alpha T_0 S}{P_0} (W_1 - W_0) + \gamma \alpha S \frac{W_0}{P_0} (T_1 - 2T_0) \right] + \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{(2T_0 - T_{ep})}{P_0} + \\
&+ g(\gamma - 1) \frac{W_0}{P_0} \frac{dh}{dx} = \frac{1}{\tau} + \frac{\alpha S}{\Delta P_0} [2(\gamma - 1) T_0 (W_1 - W_0) + \gamma W_0 (T_1 - 2T_0)] + \\
&+ \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{(2T_0 - T_{ep})}{P_0} + g(\gamma - 1) \frac{W_0}{P_0} \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Вирази для визначення координат векторів нев'язок $\psi_i^{k,s}$ в будь-якій внутрішній точці з урахуванням (3.7) мають вигляд ($i = 1, \dots, n - 1$):

$$\begin{aligned}
\psi_{i,1} &= \frac{1}{\tau} (W_i - W_i^{k-1}) + \frac{1}{2\Delta} \left[2\alpha T_i S \frac{W_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) + \left(1 - \frac{\alpha T_i S}{P_i^2} W_i^2 \right) \cdot \right. \\
&\quad \left. \cdot (P_{i+1} - P_{i-1}) \right] + \beta T_i S \frac{W_i |W_i|}{P_i} + g \frac{P_i}{\alpha T_i S} \frac{dh}{dx}, \\
\psi_{i,2} &= \frac{1}{\tau} (W_i - W_i^{k-1}) + \frac{1}{2\Delta} \left[2\alpha T_i S \frac{W_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,3} = & \frac{1}{\tau}(T_i - T_i^{k-1}) + \frac{1}{2\Delta} \left[(\gamma - 1)\alpha S \frac{T_i^2}{P_i}(W_{i+1} - W_{i-1}) + \gamma\alpha S T_i \frac{W_i}{P_i} \cdot \right. \\ & \left. \cdot (T_{i+1} - T_{i-1}) \right] + \frac{4k}{D}(\gamma - 1) \cdot \frac{T_i}{P_i}(T_i - T_{cp}) \cdot g(\gamma - 1) \cdot \frac{T_i W_i}{P_i} \frac{dh}{dx}. \end{aligned}$$

Напишемо елементи матриці Якобі $\frac{\partial \psi_i^{k,s}}{\partial \phi_i^{k,s}}$ для внутрішніх точок

$(i = 1, \dots, n-1)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial W_i} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2\Delta} \left[2\alpha T_i S \frac{W_{i+1} - W_{i-1}}{P_i} - (P_{i+1} - P_{i-1}) \frac{2\alpha T_i S W_i}{P_i^2} \right] + \\ &+ 2|W_i| \frac{T_i S}{P_i} = \frac{1}{\tau} + \frac{\alpha T_i S}{\Delta P_i} \left[W_{i+1} - W_{i-1} - \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{P_i} W_i \right] + 2 \frac{T_i S}{P_i} |W_i|, \\ \frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial P_i} &= \frac{\alpha T_i S W_i}{P_i^2} \left[(W_{i-1} - W_{i+1}) + (P_{i+1} - P_{i-1}) \frac{W_i}{P_i} \left(-\frac{2\alpha T_i S W_i}{P_i^2} \right) \right] - \\ &- \frac{\beta T_i S}{P_i^2} W_i |W_i| + \frac{g}{\alpha S T_i} \frac{dh}{dx}, \\ \frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial T_i} &= \frac{1}{2\Delta} \left[\frac{2\alpha S}{P_i} W_i (W_{i+1} - W_{i-1}) + (P_{i+1} - P_{i-1}) \left(-\frac{\alpha S W_i^2}{P_i^2} \right) \right] + \frac{\beta S W_i |W_i|}{P_i} - \frac{g P_i}{S \alpha T_i^2} \frac{dh}{dx} = \\ &= \frac{\alpha S W_i}{2\Delta P_i} \frac{1}{\tau} + \frac{\alpha T_i S}{\Delta P_i} \left[2(W_{i+1} - W_{i-1}) - (P_{i+1} - P_{i-1}) \frac{W_i}{P_i} \right] + \frac{\beta S W_i |W_i|}{P_i} - \frac{g P_i}{S \alpha T_i^2} \frac{dh}{dx}, \\ \frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial W_i} &= 0, \\ \frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial P_i} &= \frac{1}{\tau}, \\ \frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial T_i} &= \frac{\alpha S}{2\Delta} (W_{n+1} - W_{n-1}), \\ \frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial W_i} &= \frac{\gamma \alpha S}{2\Delta} \frac{T_i}{P_i} (T_{i+1} - T_{i-1}) + g(\gamma - 1) \frac{T_i}{P_i} \frac{dh}{dx}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial P_i} &= \frac{-1}{2\Delta P_i^2} \left[(\gamma-1)\alpha S T_i^2 (W_{i+1} - W_{i-1}) + \gamma\alpha S T_i W_i (T_{i+1} - T_{i-1}) \right] - \frac{4k}{D} (\gamma-1) \frac{T_i}{P_i^2} \cdot \\
&\cdot (T_i - T_{ep}) - g(\gamma-1) \frac{T_i W_i}{P_i^2} \frac{dh}{dx} = \frac{-\alpha S T_i}{2\Delta P_i^2} \left[(\gamma-1) T_i (W_{i+1} - W_{i-1}) + \gamma W_i (T_{i+1} - T_{i-1}) \right] - \\
&- \frac{4k}{D} (\gamma-1) \frac{T_i}{P_i^2} (T_i - T_{ep}) - g(\gamma-1) \frac{T_i W_i}{P_i^2} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial T_i} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2\Delta} \left[2(\gamma-1)\alpha S \frac{T_i}{P_i} (W_{i+1} - W_{i-1}) + \gamma\alpha S \frac{W_i}{P_i} (T_{i+1} - T_{i-1}) \right] + \frac{4k}{D} (\gamma-1) \cdot \\
&\cdot \frac{(2T_i - T_{ep})}{P_i} + g(\gamma-1) \frac{W_i}{P_i^2} \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Напишемо вирази для визначення координат вектору нев'язок $\psi_n^{k,s}$ в точці n з урахуванням (3.8)

$$\begin{aligned}
\psi_{n,1} &= \frac{1}{\tau} (W_n - W_n^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2\alpha T_n S W_n}{P_n} \cdot (W_n - W_{n-1}) + \left(1 - \alpha S \frac{T_n W_n^2}{P_n^2} \right) \cdot (P_n - P_{n-1}) \right] + \\
&+ \beta S \frac{T_n W_n |W_n|}{P_n} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P_n}{T_n} \frac{dh}{dx}, \\
\psi_{n,2} &= \frac{1}{\tau} (P_n - P_n^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \alpha T_n S (W_n - W_{n-1}), \\
\psi_{n,3} &= \frac{1}{\tau} (T_n - T_n^{k-1}) + \frac{1}{\Delta} \left[(\gamma-1) \cdot \alpha \frac{T_n^2}{P_n} S (W_n - W_{n-1}) + \gamma \alpha T_n S \frac{W_n}{P_n} (T_n - T_{n-1}) \right] + \\
&+ \frac{4k}{D} (\gamma-1) \frac{T_n}{P_n} (T_n - T_{ep}) + g(\gamma-1) \frac{T_n W_n}{P_n} \frac{dh}{dx}.
\end{aligned}$$

Елементи матриці Якобі $\frac{\partial \psi_n^{k,s}}{\partial \varphi_n^{k,s}}$ в точці n приймають вигляд:

$$\frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial W_n} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2\alpha T_n S}{P_n} (2W_n - W_{n-1}) + (P_n - P_{n-1}) \left(\frac{-2\alpha S T_n W_n}{P_n^2} \right) \right] + \frac{2\beta S T_n |W_n|}{P_n} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\tau} + \frac{2\alpha T_n S}{P_n \Delta} \left[(2W_n - W_{n-1}) - (P_{n-1} - P_n) \frac{W_n}{P_n} \right] + \frac{2\beta S T_n |W_n|}{P_n}, \\
\frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial P_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[\frac{-2\alpha T_n S W_n (W_n - W_{n-1})}{P_n^2} + \left(1 - \frac{\alpha S T_n W_n^2 (2P_n - P_{n-1})}{P_n^3} \right) \right] - \\
&\quad - \frac{\beta S T_n W_n |W_n|}{P_n^2} + \frac{g}{\alpha S} \frac{1}{T_n} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial T_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2\alpha W_n S}{P_n} (W_n - W_{n-1}) + (P_n - P_{n-1}) \left(\frac{-\alpha S W_n^2}{P_n^2} \right) \right] + \frac{\beta S}{P_n} W_n |W_n| = \\
&= \frac{\alpha W_n S}{\Delta P_n} \left[2(W_n - W_{n-1}) - \frac{(P_n - P_{n-1})}{P_n} W_n \right] + \frac{\beta S W_n |W_n|}{P_n} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P_n}{T_n^2} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial W_n} &= \frac{\alpha T_n S}{\Delta}, \\
\frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial P_n} &= \frac{1}{\tau}, \\
\frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial T_n} &= \frac{\alpha S (W_n - W_{n-1})}{\Delta}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial W_n} &= \frac{1}{\Delta} \left[(1 - \gamma) \frac{\alpha T_n^2 S}{P_n} + \gamma \alpha T_n S \frac{(T_n - T_{n-1})}{P_n} \right] + g(\gamma - 1) \frac{T_n}{P_n} \frac{dh}{dx} = \\
&= \frac{\alpha T_n S}{\Delta P_n} \left[\gamma (2T_n - T_{n-1}) - T_n \right] + g(\gamma - 1) \frac{T_n}{P_n} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial P_n} &= \frac{-\alpha S T_n}{\Delta P_n^2} \left[(\gamma - 1) T_n (W_n - W_{n-1}) + \gamma W_n (T_n - T_{n-1}) \right] - \\
&\quad - \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{T_n}{P_n^2} (T_n - T_{ep}) - g(\gamma - 1) \frac{T_n W_n}{P_n^2} \frac{dh}{dx}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial T_n} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta} \left[\frac{2(\gamma - 1) \alpha T_n S}{P_n} (W_n - W_{n-2}) + \gamma \alpha S \frac{W_n}{P_n} (2T_n - T_{n-1}) \right] + \\
&\quad + \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{(2T_n - T_{ep})}{P_n} + g(\gamma - 1) \frac{W_n}{P_n} \frac{dh}{dx} = \frac{1}{\tau} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha S}{\Delta P_n} \left[2(\gamma - 1) T_n (W_n - W_{n-1}) + \gamma W_n (2T_n - T_{n-1}) \right] + \\
& + \frac{4k}{D} (\gamma - 1) \frac{(2T_n - T_{sp})}{P_n} + g (\gamma - 1) \frac{W_n}{P_n} \frac{dh}{dx},
\end{aligned}$$

Варто зазначити, що у формулах вище, для визначення координат векторів нев'язок та елементів матриць Якобі, для зручності розрахування, були опущені індекси k, s часового шару та ітерації.

Наведемо алгоритм розрахунку режиму течії газу по ДТ для k -го часового шару:

а) $s = 0$, задання $\phi^{k,0}$ (вектору початкових значень параметрів);

б) обчислення нев'язок $\psi^{k,s}$;

в) для метода Ньютона: розрахунок матриці $A^{k,s}$, яка дорівнює матриці Якобі; для модифікованого метода Ньютона: якщо $s \leq m$, то розрахунок матриці $A^{k,s}$, яка дорівнює матриці Якобі, інакше матриця $A^{k,s}$ залишається незмінною;

г) визначення векторів поправок шляхом розв'язання лінійної системи алгебраїчних рівнянь;

д) обчислення нових значень невідомих параметрів газового потоку на S -й ітерації:

$$\phi_i^{k,s+1} = \phi_i^{k,s} - \delta \phi_i^{k,s+1}, i = \overline{0, n};$$

е) перевірка збіжності $\|\psi^{k,s}\| \leq \varepsilon$, де ε – задана точність. Якщо задана точність не досягнута, то $s = s + 1$ і переходимо до п.2, в іншому випадку до п.7;

ж) кінець розрахунку часового шару [17].

4 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1 Опис програмного продукту

Wolfram Mathematica – це сучасна технічна обчислювальна система, що охоплює всі сфери технічних обчислень, включаючи нейронні мережі, машинне навчання, обробку зображень, геометрію, наукові дані, візуалізацію тощо. Дана система використовується у багатьох технічних, наукових, математичних та комп'ютерних областях.

Система забезпечує динамічний зв'язок між осередками документів в стилі електронних таблиць при вирішенні багатьох символічних завдань, що принципово і вигідно відрізняє її від інших систем. Для виконання поставленого завдання, після аналізу можливостей різних середовищ програмування і математичних пакетів був обраний пакет Wolfram Mathematica версії 11.2, тому що даний пакет, з точки зору автора, є найбільш оптимальним для проведення теоретичного і чисельного аналізу, і, зокрема, для розрахунку нестационарних неізо-термічних РТГ по ділянці трубопроводу.

Програми для проведення розрахунку ННРТГ по ділянці трубопроводу з використанням метода Ньютона та модифікованого метода Ньютона виконані в математичному пакеті Mathematica версії 11.2, що дозволяє створювати програмні продукти в формі електронних документів. Для розрахунку ННРТГ по ДТ спочатку необхідно задати технічні параметри ділянки та фізичні параметри газу. Крім цього задаємо граничні умови на початку і в кінці ділянки, кількість точок розбиття ділянки. Розрахунки проводилися на комп'ютері з наступними характеристиками: Процесор Intel Core i7 – 7500U, оперативна пам'ять 8 GB, система Windows 10 64-разрядна.

Після задання початкових даних переходимо до безпосередньої реалізації самого алгоритму розрахунку РТГ. Порядок розрахунку відповідає схемі викладеної в підрозділі 3.2. На виході ми отримуємо значення параметрів газового

поток (витрати, тиску і температури) в точках розбиття ділянки трубопроводу.

4.2 Аналіз результатів дослідження

Для вирішення поставленого завдання розрахунку ННРТГ для ДТ, був створений програмний продукт, який дозволяє розраховувати нестационарні режими з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки та модифікованого методу Ньютона при чисельному моделюванні таких режимів. А також порівнюємо розрахунки з класичним методом Ньютона. Тестування обраних методів і робота програмних продуктів були перевірені на наступних прикладах. Обирався ділянка з довжиною $L = 112$ км, діаметром $D = 1400$ мм, коефіцієнтом ефективності ділянки $E = 0,95$, товщиною стінок $\delta = 10$ мм, еквівалентною шорсткістю труб $K = 0,03$ мм, при питомій теплоємності $C_p = 0,604707$, коефіцієнті теплопередачі від труби до ґрунту $k_T = 1,4$, відносної щільності газу по повітрю $\Delta = 0,604707$, температурі ґрунту на глибині закладення газопроводу $t_{гр} = 10$ °С, коефіцієнтом стисливості газу $z_H = 0.9$. Число точок розбиття ділянки трубопроводу дорівнює n . Крок розбиття по часовій змінній $\Delta t = 300$ секунд. Точність розрахунку $\varepsilon = 10^{-6}$. $T_{max} = 12$ годин [12].

Початкові умови:

$$P_H = 84,6364456 \text{ атм},$$

$$t_H = 40^\circ \text{C},$$

$$q = 102,266 \text{ млн м}^3 / \text{доб.}$$

Розрахуємо параметри СРТГ по ДТ. Результати розрахунку в додатку А.

Одразу зауважимо, що було проведено низку експериментів для вибору параметру m . З'ясувалося, що достатньо взяти $m = 0$, тобто матрицю Якобі під-

раховувати тільки на 0-й ітерації, а далі на кожній ітерації в якості матриці $A^{k,s}$ брати матрицю Якобі, яка отримана на 0-й ітерації.

В атестаційній роботі наведені розрахунки для двох типів завдань:

- завдання підключення великих споживачів;
- завдання відключення великих споживачів.

Граничні умови для завдання першого типу мають вигляд:

$$\begin{cases} P(0,t) = 84,6364 \text{ атм}, \\ T(0,t) = 40 \text{ град.} \end{cases} \quad G(L,t) = \begin{cases} 102,266 \text{ млн м}^3 / \text{добу}, t < 200 \text{ хв}, \\ 112,266 \text{ млн м}^3 / \text{добу}, t \geq 200 \text{ хв}. \end{cases}$$

Граничні умови для завдання другого типу мають вигляд:

$$\begin{cases} P(0,t) = 84,6364 \text{ атм}, \\ T(0,t) = 40 \text{ град.} \end{cases} \quad G(L,t) = \begin{cases} 102,266 \text{ млн м}^3 / \text{добу}, t < 200 \text{ хв}, \\ 92,266 \text{ млн м}^3 / \text{добу}, t \geq 200 \text{ хв}. \end{cases}$$

Розглянемо розрахунки для завдань першого типу задачі. Для розрахунків використаємо метод Ньютона та модифікований метод Ньютона. У процесі розрахунків порівняємо їх. При кількості точок розбиття $n = 20$, були отримані результати розподілів газового потоку, які наведені в таблицях 5.1-5.4. При кількості точок розбиття $n = 20$, були отримані результати, які наведені на рисунках 5.1–5.9, на яких зображенні значення витрат газу, тиску та температури в 0-й, 12-й та 20-й точках розбиття.

Таблиця 5.1 – Розподіл параметрів газового потоку на 39 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
102.320213	84.6364456	40.	102.320213	84.6364456	40.
102.320448	83.62893	39.4939202	102.320448	83.62893	39.4939202
102.319704	82.6003981	39.0027692	102.319704	82.6003981	39.0027692
102.319394	81.5707688	38.5138233	102.319394	81.5707688	38.5138233
102.318125	80.5195041	38.0395653	102.318125	80.5195041	38.0395653
102.317246	79.4659335	37.5675242	102.317246	79.4659335	37.5675242

Таблиця 5.2 – Розподіл параметрів газового потоку на 41 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
102.800687	84.6364456	40.	102.800687	84.6364456	40.
102.791473	83.6190839	39.4913533	102.791473	83.6190839	39.4913533
102.836538	82.5806168	38.9952212	102.836538	82.5806168	38.9952212
102.863825	81.5387661	38.4985427	102.863825	81.5387661	38.4985427
102.95241	80.475851	38.0172029	102.95241	80.475851	38.0172029
103.021908	79.4056475	37.5342466	103.021908	79.4056475	37.5342466

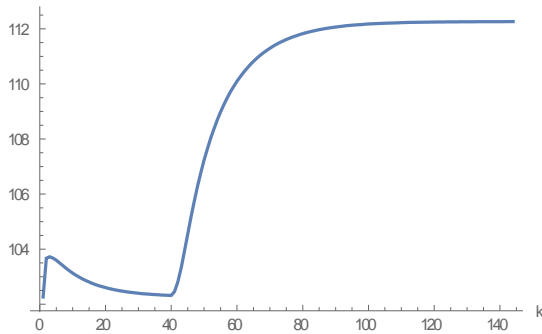
Таблиця 5.3 – Розподіл параметрів газового потоку на 59 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
110.095634	84.6364456	40.	110.095634	84.6364456	40.
110.084906	83.4696892	39.522391	110.084906	83.4696892	39.522391
110.115587	82.2742993	39.0588131	110.115586	82.2742993	39.0588131
110.126082	81.0753803	38.5834664	110.126082	81.0753803	38.5834664
110.177533	79.8477553	38.116263	110.177533	79.8477552	38.116263
110.210398	78.6128553	37.6409189	110.210397	78.6128553	37.6409189

Таблиця 5.4 – Розподіл параметрів газового потоку на 144 часовому шарі

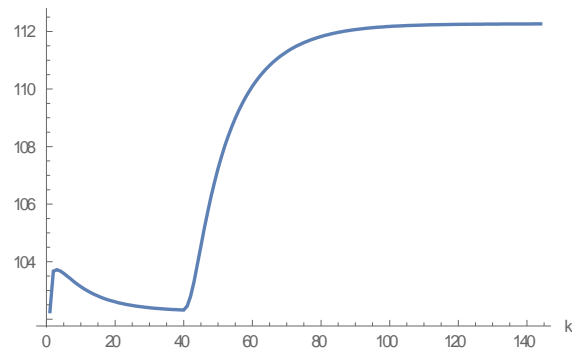
Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
112.263388	84.6364456	40.	112.263388	84.6364456	40.
112.263384	83.4234464	39.5390393	112.263384	83.4234464	39.5390393
112.263412	82.1787464	39.0888645	112.263412	82.1787464	39.0888645
112.263433	80.9320592	38.6417545	112.263433	80.9320592	38.6417545
112.263485	79.6525462	38.2053728	112.263485	79.6525462	38.2053728
112.263532	78.3688066	37.7716906	112.263532	78.3688066	37.7716906

q [млн.куб.м в сутки]



а)

q [млн.куб.м в сутки]

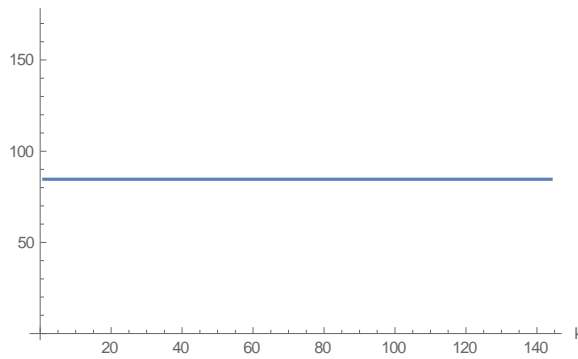


б)

Рисунок 5.1 – Витрата газу ($\text{млн м}^3 / \text{доб.}$) в 0-й точці при $n = 20$

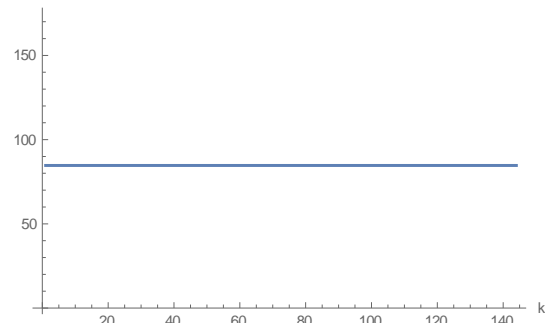
а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

P [атм]



а)

P [атм]

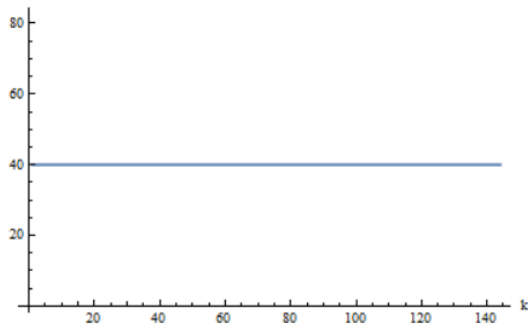


б)

Рисунок 5.2 – Тиск газу (атм) в 0-й точці при $n = 20$

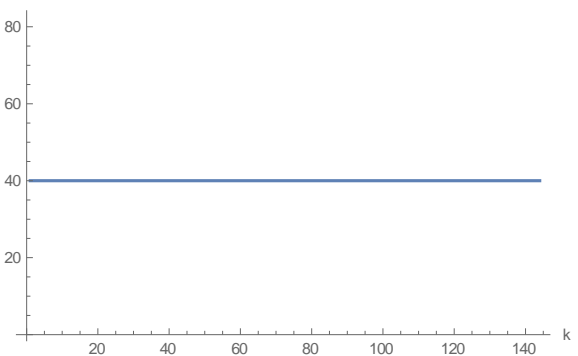
а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

t [°C]



а)

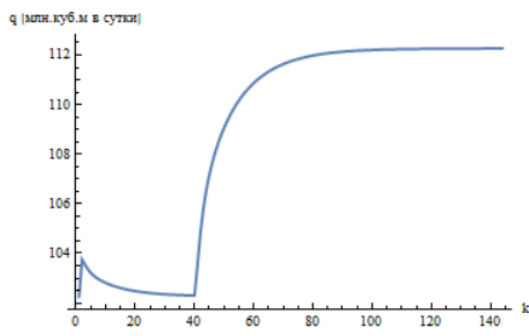
t [°C]



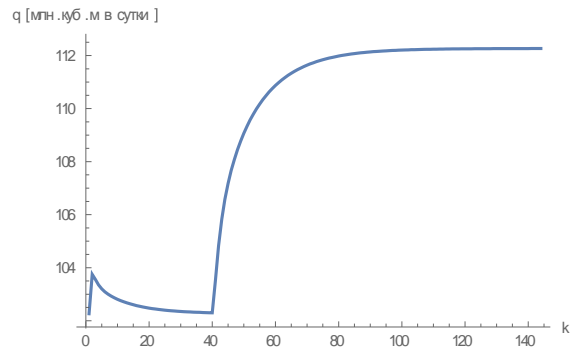
б)

Рисунок 5.3 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 0-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона



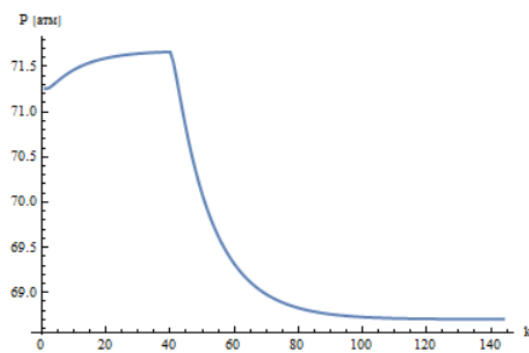
а)



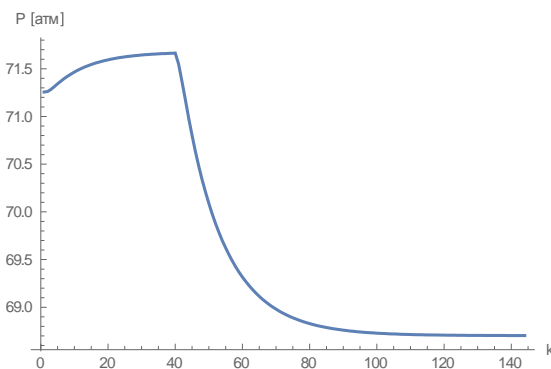
б)

Рисунок 5.4 – Витрата газу ($\text{млн м}^3 / \text{доб.}$) в 12-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона



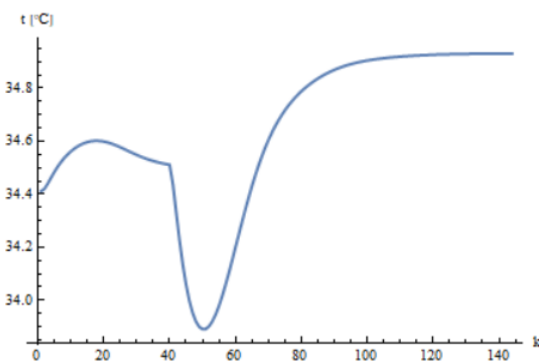
а)



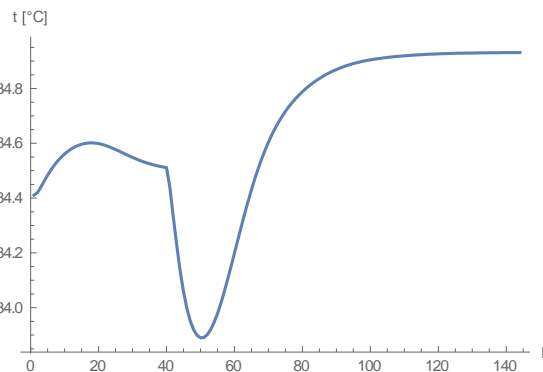
б)

Рисунок 5.5 – Тиск газу (атм) в 12-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона



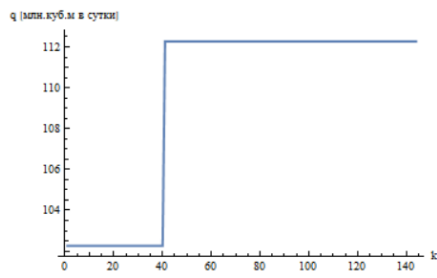
а)



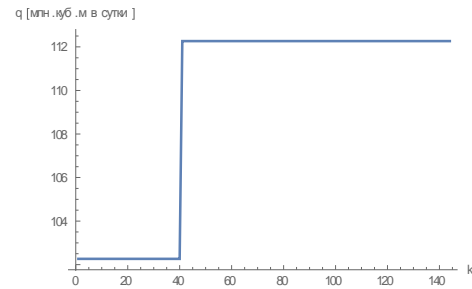
б)

Рисунок 5.6 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 12-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона



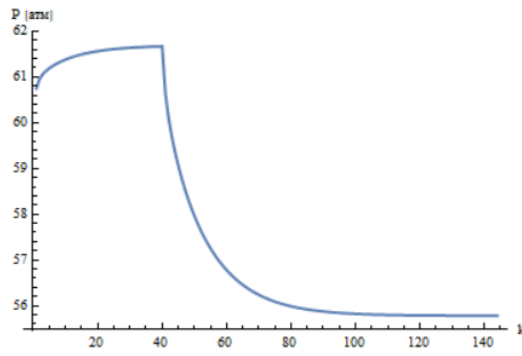
а)



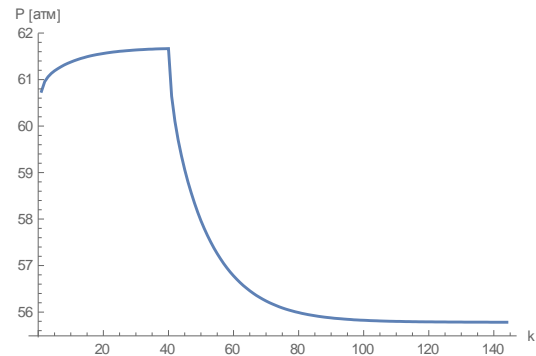
б)

Рисунок 5.7 – Витрата газу ($\text{млн м}^3 / \text{доб.}$) в 20-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона; б) модифікований метод Ньютона



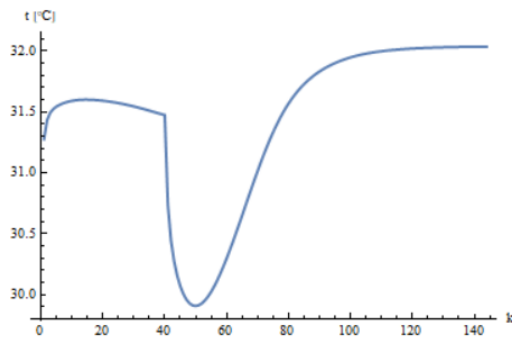
а)



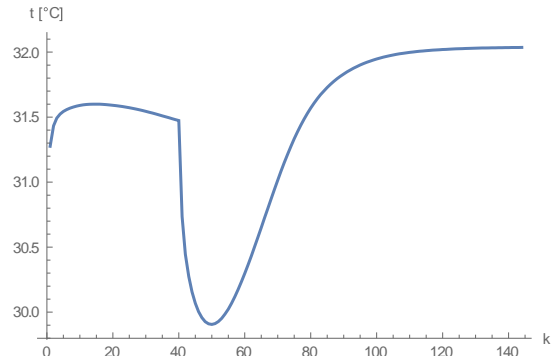
б)

Рисунок 5.8 – Тиск газу (атм) в 20-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона; б) модифікований метод Ньютона



а)



б)

Рисунок 5.9 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 20-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона; б) модифікований метод Ньютона

Розглянемо також результати для завдань другого типу задачі. Розрахунок проводився за допомогою методу Ньютона та модифікованого методу Ньютона. При кількості точок розбиття $n = 20$, були отримані результати розпо-

ділів газового потоку, які наведені в таблицях 5.5 – 5.8. Також при кількості точок розбиття $n = 20$, були отримані результати, які наведені на рисунках 5.10 – 5.18, на яких зображенні значення витрат газу, тиску та температури в 0-й, 12-й та 20-й точках розбиття.

Таблиця 5.5 – Розподіл параметрів газового потоку на 39 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
102.320213	84.6364456	40.	102.320213	84.6364456	40.
102.320448	83.62893	39.4939202	102.320448	83.62893	39.4939202
102.319704	82.6003981	39.0027692	102.319704	82.6003981	39.0027692
102.319394	81.5707688	38.5138233	102.319394	81.5707688	38.5138233
102.318125	80.5195041	38.0395653	102.318125	80.5195041	38.0395653
102.317246	79.4659335	37.5675242	102.317246	79.4659335	37.5675242

Таблиця 5.6 – Розподіл параметрів газового потоку на 41 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
101.796546	84.6364456	40.	101.796546	84.6364456	40.
101.804681	83.639599	39.4961199	101.804681	83.639599	39.4961199
101.757997	82.6219249	39.00976	101.757997	82.6219249	39.00976
101.726605	81.6053665	38.5287512	101.726605	81.6053665	38.5287512
101.633617	80.5668429	38.0613397	101.633617	80.5668429	38.0613397
101.556437	79.5308337	37.6003904	101.556437	79.5308337	37.6003904

Таблиця 5.7 – Розподіл параметрів газового потоку на 59 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
93.8977554	84.6364456	40.	93.8977554	84.6364456	40.
93.9041191	83.7882285	39.4558849	93.904119	83.7882285	39.4558849
93.8812103	82.9255919	38.9273195	93.8812103	82.9255919	38.9273195
93.8702348	82.0633338	38.4188504	93.8702348	82.0633338	38.4188504
93.8304115	81.1858121	37.9294797	93.8304114	81.1858121	37.9294798
93.8015144	80.3089874	37.4617467	93.8015144	80.3089875	37.4617468

Таблиця 5.8 – Розподіл параметрів газового потоку на 144 часовому шарі

Модифікований метод Ньютона			Метод Ньютона		
Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)	Витрати газу (млн.м ³ / доб)	Тиск (атм)	Температура (°C)
92.2662604	84.6364456	40.	92.2662604	84.6364456	40.
92.2662263	83.8172864	39.4395048	92.2662263	83.8172864	39.4395048
92.2662577	82.9850636	38.8949693	92.2662577	82.9850636	38.8949693
92.2662221	82.1522327	38.3549964	92.2662221	82.1522327	38.3549964
92.2662497	81.3060261	37.8306355	92.2662497	81.3060261	37.8306355
92.2662138	80.4585583	37.310398	92.2662138	80.4585583	37.310398

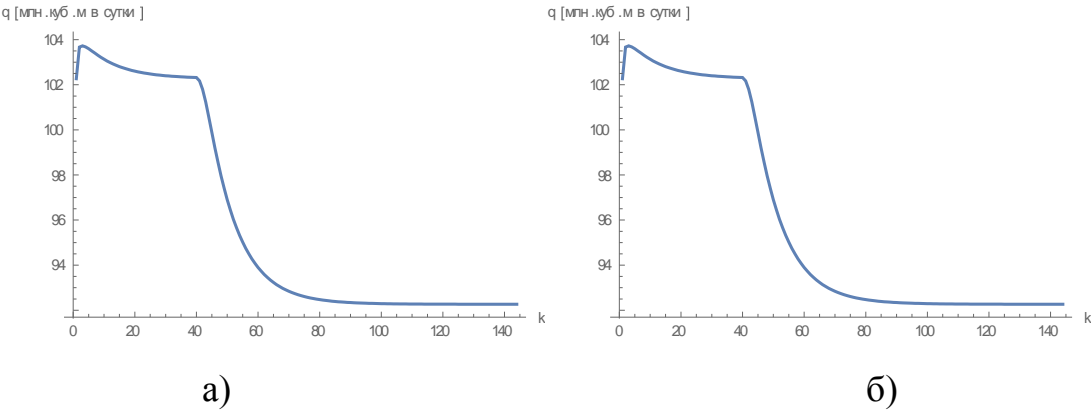


Рисунок 5.10 – Витрата газу (млн м³ / доб.) в 0-й точці при $n = 20$
а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

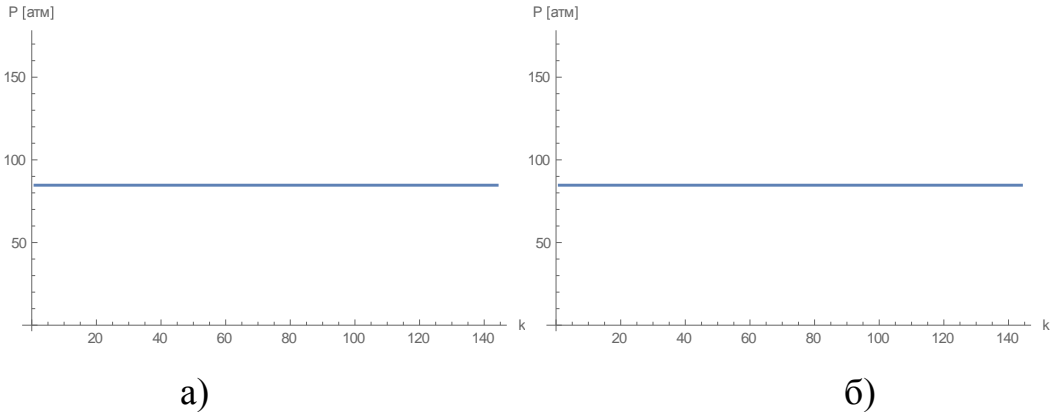


Рисунок 5.11 – Тиск газу (атм) в 0-й точці при $n = 20$
а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

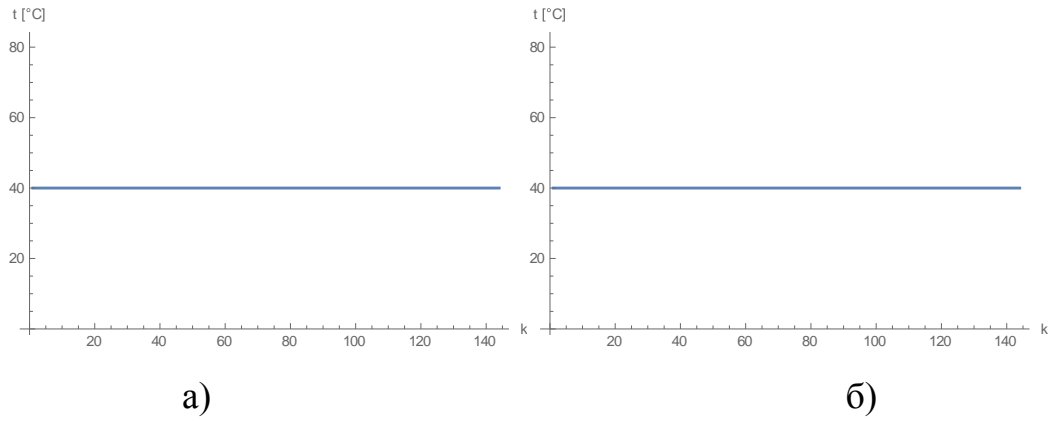


Рисунок 5.12 – Температура газу ($^{\circ}C$) в 0-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

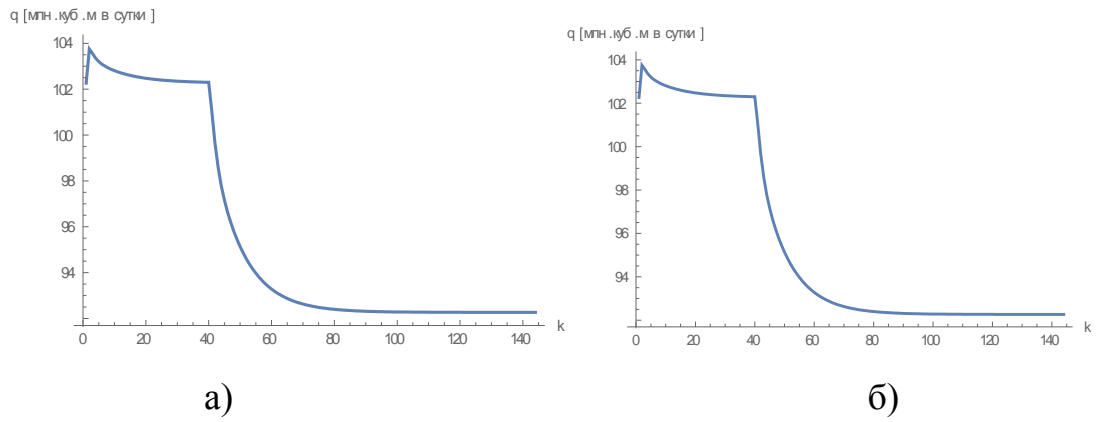


Рисунок 5.13 – Витрата газу ($млн м^3 / доб.$) в 12-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

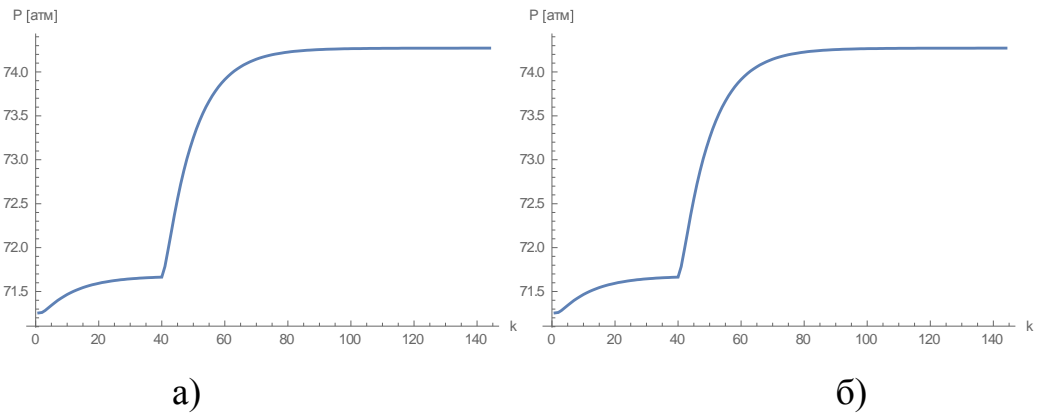


Рисунок 5.14 – Тиск газу ($атм$) в 12-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

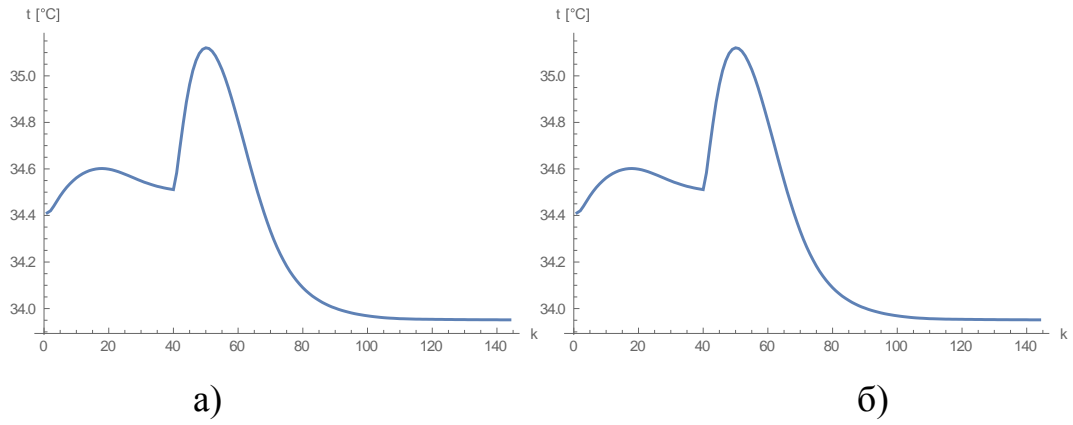


Рисунок 5.15 – Температура газу (° C) в 12-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

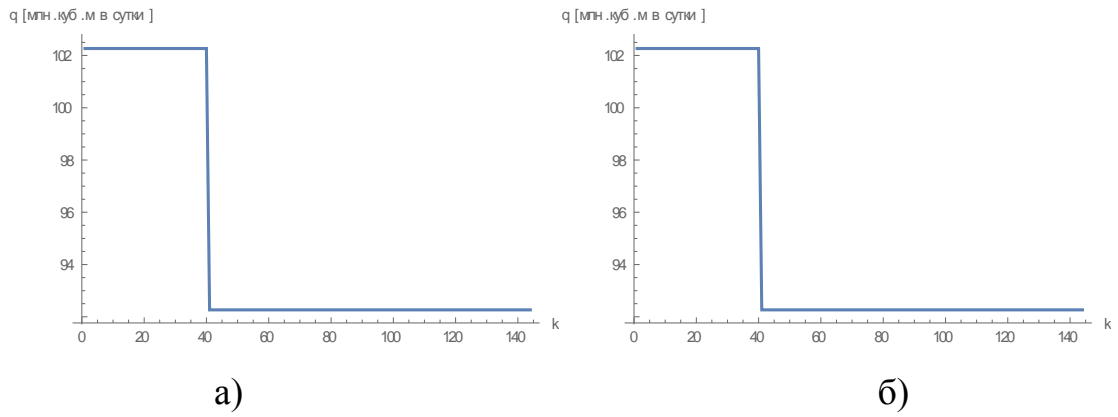


Рисунок 5.16 – Витрата газу ($млн м^3 / доб.$) в 20-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

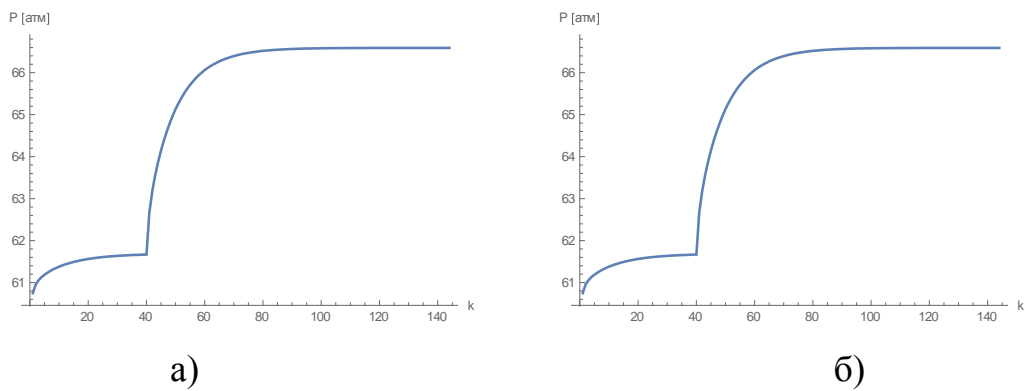


Рисунок 5.17 – Тиск газу ($атм$) в 20-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

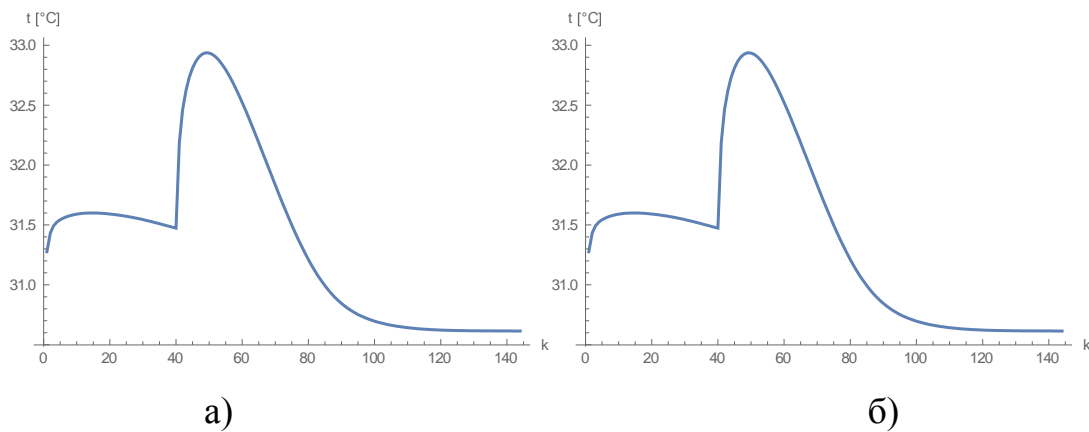


Рисунок 5.18 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 20-й точці при $n = 20$

а) метод Ньютона, б) модифікований метод Ньютона

Як ми бачимо різниці в результатах не має, тому точність розрахунків однакова, але ми також можемо перевірити інші відмінності.

Тепер порівняємо швидкість розрахунків нашими методами з $n = 20$ точками розбиття. Програмний продукт з методом Ньютона проводить розрахунки ННРТГ по ДТ для задачі першого типу за 48,1026470 сек = 0,801711 хв. Програмний продукт з модифікованим методом Ньютона проводить розрахунки для задачі першого типу за 46,8172344 сек = 0,780287 хв.

Для задачі другого типу програмний продукт з методом Ньютона розраховує ННРТГ по ДТ за 46,9326743 сек = 0,782211 хв, а програмний продукт з модифікованим методом Ньютона – за 43,9632360 сек = 0,732721 хв. Як ми бачимо, модифікований метод Ньютона проводить розрахунки ННРТГ по ДТ швидше ніж класичний метод Ньютона. Тобто ми бачимо, що ефективніше проводити розрахунки ННРТГ по ДТ за допомогою модифікованого методу Ньютона.

ВИСНОВКИ

В процесі написання даної атестаційної роботи був проведений системний аналіз проблематики аналізу та комп'ютерного моделювання нестационарного режиму течії, сформульовані і пройдені усі етапи дослідження, була побудована ММ ННРТГ по ділянці трубопроводу, яка являє собою квазілінійну систему диференціальних рівнянь у частинних похідних з заданими початковими і граничними умовами. Детально вивчений та розібраний метод скінчених різниць з використанням РСРС, а також побудовано алгоритми розв'язання крайової задачі за допомогою метода Ньютона та модифікованого метод Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь. Також було створено ПП для розрахунку ННРТГ, в якому реалізовані алгоритми методу, проведений порівняльний аналіз розглянутих методів на прикладі задач підключення та відключення крупних споживачів.

Ціль всього дослідження була виконана та досягнута – перевірено, як спрацьовує та використовується модифікований метод Ньютона для ММ, яка нам була дана, та проведено порівняння з методом Ньютона. В результаті проведення чисельних експериментів порівнянні значення параметрів газового потоку витрати, тиску і температури на різних часових шарах, отримані час роботи програми з заданою кількістю точок розбиття ДТ. Можна зробити висновок, що модифікований метод Ньютона можливий для використання при моделюванні нестационарного режиму течії газу та швидший у порівнянні із методом Ньютона, тому його використання буде більш раціональним.

Результати даної роботи будуть корисні при використанні, зокрема, для повної автоматизації процесу транспорту газу, і подальше зниження кількості аварій і аварій які несуть людські жертви та втрати.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Integration definition for function modeling (IDEF0). Draft Federal Information Processing Standards Publication 183. 1993. 108 p.
2. Azzolini John. Introduction to Systems Engineering Practices. URL: <https://www.slideserve.com/arleen/introduction-to-systems-engineering-practices-session-i-requirements-john-azzolini>. (accessed: 18.11.2019).
3. Калашян А. Н., Калянов Г. Н. Структурные модели бизнеса: DFD-технологии. Москва : Финансы и статистика, 2003. 256 с.
4. Fiodorov I. G. Overcoming expressiveness deficit of business process modeling languages // Business Informatics. 2016. № 3 (37). P. 62–71,
5. Зайцев В. В., Трещев В. М. Численные методы для физиков. Нелинейные уравнения и оптимизация: Учебное пособие. Самара : Самарский университет, 2005. 86 с.
6. Катренко А. В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації. Львів : Новий Світ-2000, 2003. 424 с.
7. Гусарова И. Г., Коротенко А. Н. Результаты численного моделирования режимов течения газа по участку трубопровода методом характеристик // Системы обработки информации. 2017. № 2(148). С. 24–28.
8. Гусарова И. Г. Классы задач моделирования и численного анализа нестационарных режимов работы газотранспортной системы / И.Г. Гусарова, Ю.В. Боярская // Восточно-Европейский журнал. 2010. 3/6(45). С. 26–32,
9. Евдокимов А. Г., Тевяшев А. Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. Харьков: Вища школа, 1980, 144 с.
10. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Основы численного моделирования магистральных газопроводов / под ред. В. Е. Селезнева. Москва: КомКнига, 2005. 496 с.
11. Каминская А. В., Гусарова И. Г. Численный анализ режимов работы газораспределительных сетей высокого давления // Радиоэлектроника и информатика. 2011. №3(54). С. 50–54.

12. Гусарова И. Г., Мелиневский Д. В. Численное моделирование переходных режимов течения газа с использованием различных конечно-разностных сеток // Системи обробки інформації. 2017. № 2. С. 29–33.

13. Глущенко Б. С. Применение модифицированного метода Ньютона при моделировании нестационарных режимов течения газа // Матеріали XXII міжнародного молодіжного форуму «Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті»: тези доповідей, 17 – 19 квітня 2018р. – Харків: ХНУРЕ, 2018. – Том 7. С.70 – 71.

13. Гусарова И. Г., Глущенко Б. С. Численное моделирование нестационарных режимов течения газа с использованием модифицированного метода Ньютона // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології та системи»: тези доповідей, 10-11 квітня 2019р. –Харків: ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2019. – С.5