

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ В СЕТЕВЫХ СИСТЕМАХ МЕТОДОМ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

В. П. Авраменко

Х а р ь к о в

При разработке больших систем и сложных комплексов — электротехнических, гидравлических, пневматических, транспортных, экономических — возникает задача оптимального управления потокораспределением. Критериями оптимальности могут быть различные показатели: минимум транспортных или экономических затрат, точность воспроизведения входных сигналов, максимальное быстродействие и др. Общая постановка задачи оптимального управления потокораспределением в сетевых системах приведена в работе [1]. Ниже рассматривается частная задача — синтез оптимального по быстродействию управления потокораспределением в сетях методом фазового пространства.

Система автоматического управления в общем случае состоит из управляющего устройства УУ и силовой части СЧ, включающей в себя объект управления, привод регулятора и релейный элемент РЭ. Структурная схема такой системы приведена на рис. 1. Использование для привода регулирующего органа сервомотора постоянной скорости, выходная величина которого на схеме обозначена через μ , позволяет получить в системе оптимальные переходные процессы, если в состав УУ входят дифференцирующее звено, нелинейный преобразователь НЛ и сумматор.

На вход УУ поступает информация о заданном $q^*(t)$ и действительном $q(t)$ значениях регулируемого параметра. При постоянном значении $q^*(t)$ система работает в режиме стабилизации, поддерживая $q(t)$ на заданном уровне, несмотря на действие возмущений $f(t)$. Если значение $q^*(t)$ меняется, то система за минимальное время должна перейти в новое установившееся состояние.

Движение СЧ системы описывается уравнением участка (выработки, трубопровода, линии электропередач)

$$T_q \dot{q} = -\mu + f(t) \quad (1)$$

и уравнением исполнительного двигателя

$$T_\mu \dot{\mu} = U, \quad (2)$$

где $U = \pm 1$ — характеристика релейного элемента.

Для описания движения замкнутой системы необходимо к уравнениям (1) и (2) добавить уравнение ошибки

$$\epsilon(t) = q^*(t) - q(t) \quad (3)$$

и выражение для закона управления

$$\sigma = F(\epsilon, \dot{\epsilon}). \quad (4)$$

Для упрощения последующих соотношений целесообразно перейти к безразмерному времени $\tau = \frac{t}{T_q}$ и нормированной ошибке $x_1 = \frac{T_q}{T} \varepsilon$. Если при этом имеют место соотношения $q^*(t) = A_0 + A_1 t$ и $f(t) = B_0$, то уравнения (1) — (4) примут вид

$$\frac{dx_1}{d\tau} = x_2, \quad \frac{dx_2}{d\tau} = U. \quad (5)$$

Чтобы найти оптимальное управление, запишем функцию Гамильтона

$$H = \psi_1 \frac{dx_1}{d\tau} + \psi_2 \frac{dx_2}{d\tau} = \psi_1 x_2 + \psi_2 U, \quad (6)$$

где ψ_1, ψ_2 — вспомогательные переменные;

x_1, x_2 — фазовые координаты.

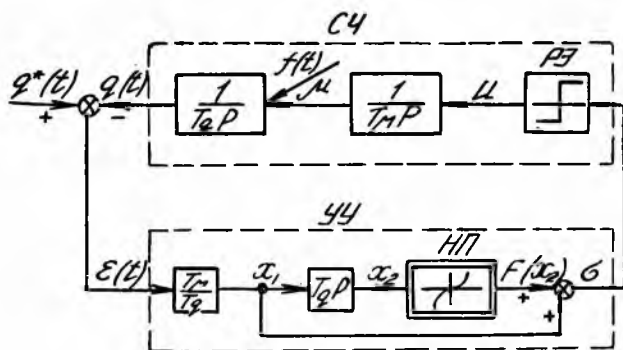


Рис. 1.

Принцип максимума гласит [2]: для оптимальности системы по быстродействию необходимо существование таких ненулевых непрерывных функций $\psi_1(\tau)$ и $\psi_2(\tau)$, когда для всех τ в заданном интервале $0 \leq \tau \leq T$ функция H переменного U в области допустимых значений $U \in \Omega(U)$ достигает максимума $\max_U H = M$, причем величина M постоянна во времени и $M \geq 0$.

Если вычислить значения ψ_1 и ψ_2 и подставить их в выражение (6), то для функции H получим выражение

$$H = c_1 x_1 + (c_2 - c_1 \tau) U. \quad (7)$$

Согласно принципу максимума функция H должна принимать максимальное положительное значение, поэтому второй член выражения (7) также должен быть положительным, а это возможно, если $U = \text{sign}(c_2 - c_1 \tau)$. Поскольку функция, заключенная в скобки, может только один раз менять свой знак, весь оптимальный процесс перемещения изображающей точки в фазовом пространстве из любого начального положения в конечное происходит при двух предельных значениях управляющего сигнала: $U = +1$ при разгоне и $U = -1$ при торможении.

Таким образом, оптимальная по быстродействию система должна быть релейной со специальным законом переключения реле по знаку управляющей функции σ , которая формируется в УУ системы.

Исключив время из соотношений (5), получим дифференциальное уравнение, решение которого представляет уравнение семейства фазовых

траекторий движения изображающей точки в фазовом пространстве X_1, X_2 :

$$x_1 = \frac{x_2^2}{2U} + c^*, \quad (8)$$

где c^* — постоянная, численно равная отрезку оси X_1 , заключенному между началом координат и точкой пересечения фазовой траектории с осью X_1 . Поскольку $U = \pm 1$, то уравнение (8) дает два семейства траекторий, симметричных относительно оси X_1 и отличающихся лишь направлением ветвей.

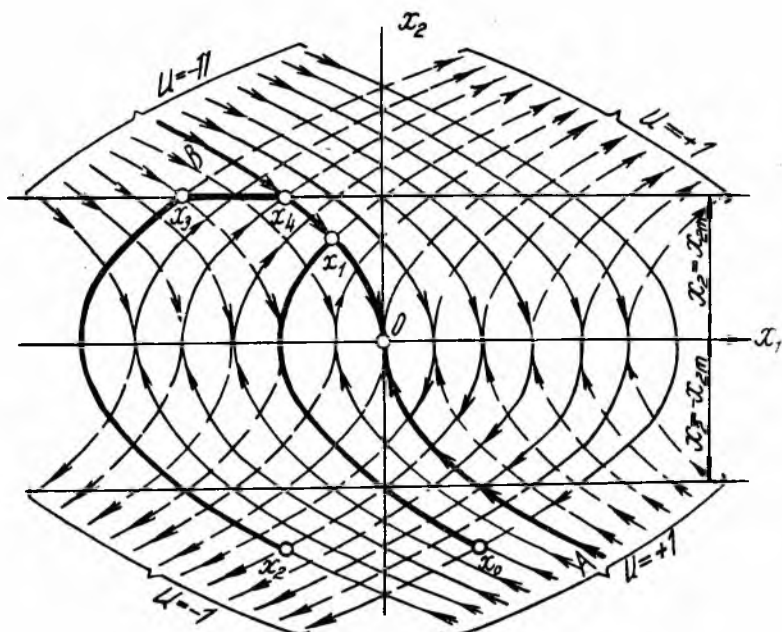


Рис. 2.

Изобразим на рис. 2 сначала нулевые фазовые траектории $c^* = 0$, вливающиеся в начало координат, а затем все остальные с различными значениями c^* в выражении (8). Если линию переключения управления сформировать из ветвей нулевых траекторий AO и OB , соответствующих значениям $U = +1$ и $U = -1$, то при любых начальных условиях после одного переключения управления изображающая точка попадает в начало координат, а в системе при этом реализуется оптимальное движение.

Например, чтобы изображающая точка из положения $\bar{x}_0 = (x_{10}, x_{20})$ фазового пространства (рис. 2) перешла в начало координат за минимальное время, она должна сначала подняться по ветви $\bar{x}_0\bar{x}_1$ до линии AOB , а затем опуститься по кривой переключения до начала координат. Когда изображающая точка находится в положении $\bar{x}_1 = (x_{11}, x_{21})$, механизм переключается с ускорения $U = +1$ на замедление $U = -1$.

При наложении ограничений на фазовые координаты (на скорость или ускорение) режим работы исполнительного механизма несколько изменится. Если изображающая точка при своем движении достигнет линии $x_2 = x_{2M}$ раньше, чем линии AOB , то дальше она движется с постоянной скоростью вдоль отрезка прямой $\bar{x}_3\bar{x}_4$. После прохождения этого отрезка изображающая точка достигает линии AOB и по ней устремляется в начало координат.

Оптимальная функция управления в этом случае примет вид

$$\sigma = x_1 + \frac{x_2}{2} |x_2|. \quad (9)$$

Для линии переключения справедливо равенство $\sigma = 0$. В результате определения знака σ слева и справа от линии переключения можно сделать вывод, что для всех точек области, расположенной левее и ниже линии переключения, где $U = +1$, всюду $\sigma < 0$, а для всех точек области выше и правее линии переключения, где $U = -1$, $\sigma > 0$.

Следовательно, условием надлежащего направления переключения реле является

$$U = -\text{sign } \sigma. \quad (10)$$

Функция управления (9) вместе с условием надлежащего направления переключения реле (10) дают оптимальный алгоритм управления, что и является решением задачи синтеза системы, оптимальной по быстродействию.

Для реализации оптимального управления в УУ системы используется один НП, характеристика которого

$$F(x_2) = \frac{x_2}{2} |x_2|$$

легко может быть аппроксимирована с помощью кристаллических диодов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Волков. Принципы построения оптимальных автоматических систем управления потокораспределением в гидравлических сетях. Сб. «Приборы и устройства автоматики», Вып. 1, Изд-во ХГУ, Харьков, 1965.
2. В. Р. Болтянский. Математические методы оптимального управления. Изд-во «Наука», 1966.