

УЧЕТ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ АНТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Реализация потенциальной эффективности адаптивной пространственной обработки сигналов (АПОС) как максимизация отношения сигнал/(помеха + шум) (ОСПШ) на выходе адаптивной антенной решетке (ААР) возможна только при наличии точных априорных данных о пространственной структуре сигнала. В случае же, когда пространственная структура сигнала известна неточно, например, априорные данные о сигнале представлены в виде включения

$$R_{ss} \in G_y, \text{rad } G_y = \delta_0,$$

где R_{ss} – корреляционная матрица (КМ) полезного сигнала; G_y – множество возможных значений R_{ss} ; $\delta_0 \in R_+$, применение известных в рамках существующей теории методов АПОС не гарантирует даже повышения отношения сигнал/(помеха + шум) на выходе ААР по сравнению со значением ОСПШ на выходе отдельного антенного элемента. Поэтому в качестве основного требования к алгоритмам АПОС сигналов с неточно известными параметрами используется условие

$$\eta(\vec{W}) \geq \eta_0 - \Delta\eta \quad \forall R_{ss} \in G_y, R_{xx} \in G_x,$$

где \vec{W} – вектор весовых коэффициентов (ВВК) соответствующего алгоритма; η_0 – потенциально достижимое значение ОСПШ; $\Delta\eta$ – достижимое снижение ОСПШ; R_{xx} – корреляционная матрица входного сигнала; гарантирующее близость ОСПШ на выходе ААР к потенциально достижимой величине, по крайней мере, для заданного множества сигнально-помеховых ситуаций G_x . Удовлетворяющие данному условию алгоритмы АПОС являются G -робастными.

Взаимная связь антенных элементов (АЭ) может существенно ограничивать качество традиционной АПОС [1,2]. При этом деструктивное воздействие взаимной связи АЭ проявляется как в виде уменьшения глубины подавления помех, так и в виде непреднамеренного подавления полезного сигнала. Снижение глубины подавления помех зависит от их спектральных характеристик и при выполнении условия пространственно-временной узкополосности не превышает 1 дБ [1]. Вместе с тем полезный сигнал иногда может быть непреднамеренно подавлен на 10 дБ и более [1]. В этой связи обычно применяют различные “защитные” меры, которые, в конечном счете, приводят к усложнению технической реализации, синтезируемых в рамках традиционной теории, алгоритмов АПОС [1]. Поэтому достаточно очевидно, что исследования чувствительности к взаимной связи АЭ G -робастных алгоритмов АПОС важны не только в теоретическом, но и в прикладном плане.

Исходя из того, что методы уменьшения деструктивного воздействия взаимной связи АЭ достаточно хорошо изучены, ограничимся здесь лишь кратким сопоставительным анализом G -робастных и традиционных алгоритмов АПОС. С этой целью, используя результаты [1], вектор входных сигналов представим в виде

$$\vec{X}'(t) = M\vec{X}(t), \tag{1}$$

где $\vec{X}(t) = \vec{S}(t) + \sum_{i=1}^L \vec{P}_i(t) + \vec{\Pi}(t)$; $\vec{S}(t)$, $\vec{P}_i(t)$, $\vec{\Pi}(t)$ – векторы соответственно полезного сигнала, помех, шума на входе АЭ; M – $(N \times N)$ – матрица коэффициентов взаимной связи $M = Z^{-1}$, Z – матрица собственных и взаимных импедансов АЭ, N – количество АЭ, L – число помех ($L < (N - 1)$).

На основании (1) в свою очередь получим

$$R'_{xx} = MR_{xx}M^H = MR_{ss}M^H + \sum_{i=1}^L MR_{ii}M^H + MR_{\text{шш}}M^H, \tag{2}$$

где $R'_{xx} = E\{\bar{X}'(t)\bar{X}^H(t)\}$; $R_{xx} = E\{\bar{X}(t)\bar{X}^H(t)\}$; $R_{ss} = E\{\bar{S}(t)\bar{S}^H(t)\}$;

$R_{ii} = E\{\bar{P}_i(t)\bar{P}_i^H(t)\}$; $R_{uu} = E\{\bar{\Pi}(t)\bar{\Pi}^H(t)\}$, $E\{\cdot\}$ – обозначение операции математического ожидания, H – знак эрмитового сопряжения.

Положим $MR_{uu}M^H = \sigma_u^2 I$, где σ_u^2 – дисперсия шума, и, анализируя (2), приходим к следующему: если $F\{\cdot\}$ – сжимающий оператор, такой что ВВК

$$\bar{W}_p = \bar{Q}\left(\lambda_{\max}\left(F\left\{R_{xx}^{-1}R_{yy}\right\}\right)\right), \quad (3)$$

где $\bar{Q}(\lambda_{\max}(\cdot))$ – собственный вектор, соответствующий максимальному собственному числу (СЧ) $\lambda_{\max}(\cdot)$ матрицы $R_{xx}^{-1}R_{yy}$, R_{yy} – матрица, сформированная с учетом предполагаемого угла прихода полезного сигнала; для некоторых $\Delta\eta$, G_y , G_x . Тогда существуют непустые множества

$$G_M = \left\{M \left\| M^H M^H - I \right\|_{l_2} \leq \sigma_M, \sigma_M \leq R_+ \right\}, \quad \text{и} \quad G'_x = \left\{R_{xx} \left| \min_i \|R_{ss} - R_{ii}\|_{l_2} \leq \delta_s, \delta_s \in R_+ \right.\right\},$$

такие что ВВК равен

$$\bar{W}'_p = \bar{Q}\left(\lambda_{\max}\left(F\left\{R_{xx}^{-1}R_{ss}\right\}\right)\right) \quad (4)$$

и обеспечивает выполнение условия

$$\eta(\bar{W}'_p) \geq \eta_0 - \Delta\eta \quad \forall M \in G_M, R_{xx} \in G'_x. \quad (5)$$

Докажем это. При учете взаимной связи антенных элементов ВВК, оптимальный по критерию максимума отношения сигнал/помеха (МОСП), принимает вид

$$\bar{W}_o = \bar{Q}\left(\lambda_{\max}\left(R_{xx}^{-1}R'_{ss}\right)\right) = \bar{Q}\left(\lambda_{\max}\left(R'_{ss} - \lambda_N R'_{xx}\right)\right), \quad (6)$$

где λ_N – максимальное СЧ пучка $L_2(\lambda) = R'_{ss} - \lambda R'_{xx}$. С учетом предположения $MR_{uu}M^H = \sigma_u^2 I$, из сопоставления (6) и соответствующего (4) “исходного” вектора весовых коэффициентов $\bar{W}'_o = \bar{Q}\left(\lambda_{\max}\left(R_{xx}^{-1}R_{ss}\right)\right)$ непосредственно следует, что достаточное условие существования G_M можно представить в виде

$$(M \in G_M) \Rightarrow \left(R'_{ss} \in G'_y = \left\{R'_{ss} \left\| R_{ss} - R'_{ss} \right\|_{l_2} \leq \delta'_o \right\}\right), \quad (7)$$

а достаточное условие существования G_x – в виде равенства

$$\text{rank } R'_{ii} = \text{rank } R_{ii}, \quad i = \overline{1, L}. \quad (8)$$

Для того чтобы убедиться в справедливости (7) на основании (2), запишем

$$\|R_{ss} - R'_{ss}\|_{l_2} = \|R_{ss} - MR_{ss}M^H\|_{l_2} = \|R_{ss}(I - M^H M)\|_{l_2}. \quad (9)$$

Очевидно, что поскольку в (4), (6) можно положить $\|R_{ss}\|_{l_2} = \|R'_{ss}\|_{l_2}$, то из (9) непосредственно следует справедливость (7). В свою очередь, поскольку согласно (2) $R'_{ii} = MR_{ii}M^H$, то, полагая $R_{ii} = \bar{V}_i \bar{V}_i^H$, на основе известного неравенства $\text{rank}(AB) = \min(\text{rank}(A), \text{rank}(B))$ [3] сразу же убеждаемся в справедливости условия (8). (Заметим, что условие (8) гарантирует, что ВВК (3), (4) обеспечи-

вают одинаковую глубину подавления помех и, вообще говоря, не является необходимым для существования непустого множества G'_x .)

Из приведенного выше непосредственно следует важный методологический вывод, что G – робастные алгоритмы АПОС вида

$$\bar{W}'_p = \bar{Q} \left(\lambda_{\max} \left(F \left(R'_{xx}{}^{-1} R'_{yy} \right) \right) \right) \quad (10)$$

принципиально менее чувствительны к взаимной связи антенных элементов, чем традиционные МОСП - процедуры

$$\bar{W}_o = \beta R'_{xx}{}^{-1} \bar{V}_y. \quad (11)$$

В качестве иллюстрации на рис. 1, 2 показаны построенные с использованием ВВК (10) (для конкретизации мы полагаем $\bar{W}'_p = \bar{Q} \left(\lambda_{\max} \left(R'_{yy} - \lambda_N R'_{xx} - \lambda_o A \right) \right)$ и (11) зависимости ОСПШ на выходе 3-х элементной линейной эквидистантной ААР с $d = \lambda/2$ (λ – длина волны) от входного отношения сигнал/шум (рис. 1 – $L = 0$, рис. 2 – $L = 1$). При построении зависимостей мы полагали, что элементы матрицы коэффициентов взаимной связи имеют вид $(M)_{11} = (M)_{22} = (M)_{33} = 1$, $(M)_{12} = (M)_{21} = 0,5 \exp(j2,57)$, $(M)_{13} = (M)_{31} = 0,5 \exp(j5,14)$, $(M)_{23} = (M)_{32} = 0,5 \exp(j2,57)$ и использовали следующие предположения о параметрах, характеризующих сигнально-помеховую обстановку: направление прихода сигнала $\Theta_s = 25^\circ$, помехи – $\Theta_i = 50^\circ$; – несущие частоты сигнала и помехи тождественны; входное отношение помеха/шум $10 \lg(P/\sigma_{ш}^2) = 20$ дБ; предполагаемое направление прихода сигнала $\Theta_y = \Theta_s - 2^\circ$.

На рис 1, 2 цифрами 1, 2 обозначены зависимости, построенные с использованием алгоритмов (10), (11). Для сравнения на этих же рисунках представлены зависимости, соответствующие случаю ААР, состоящей из невзаимодействующих антенных элементов (кривая 3 – алгоритм (10), кривая 4 – (11)).

Из графиков видно, что в случае “сильного” взаимного влияния АЭ G- робастные алгоритмы могут обеспечивать значения выходного ОСПШ более чем на 12дБ превышающее значение ОСПШ, реализуемое с помощью традиционных процедур АПОС. При фиксированной (достаточно малой) ошибке в задании направления прихода сигнала указанные различия возрастают с ростом входного отношения сигнал/шум.

Таким образом, во многих практически важных ситуациях G- робастные алгоритмы АПОС могут применяться без введения дополнительных мер по уменьшению деструктивного воздействия взаимной связи АЭ. Кроме того, в условиях “сильной” взаимной связи АЭ эти процедуры следует использовать даже при наличии сравнительно точных априорных данных о параметрах, определяющих пространственную структуру сигнала.

В заключение обратим внимание на определенную “инвариантность” к взаимному влиянию антенных элементов алгоритмов АПОС, основанных на использовании оценок векторов входных сигналов. Действительно, поскольку оценивание осуществляется непосредственно с использованием сигналов, наблюдаемых на выходах АЭ, то результатом оценивания являются векторы вида

$\bar{V}'_i = M \bar{V}_i$, $i = \overline{1, L}$. Очевидно, что проекторы, построенные с использованием векторов \bar{V}'_i , “автоматически” учитывают взаимную связь АЭ, а поскольку по условию все сигналы узкополосные в пространственно-временном смысле, то глубина подавления мешающих сигналов не зависит от элементов матрицы M .

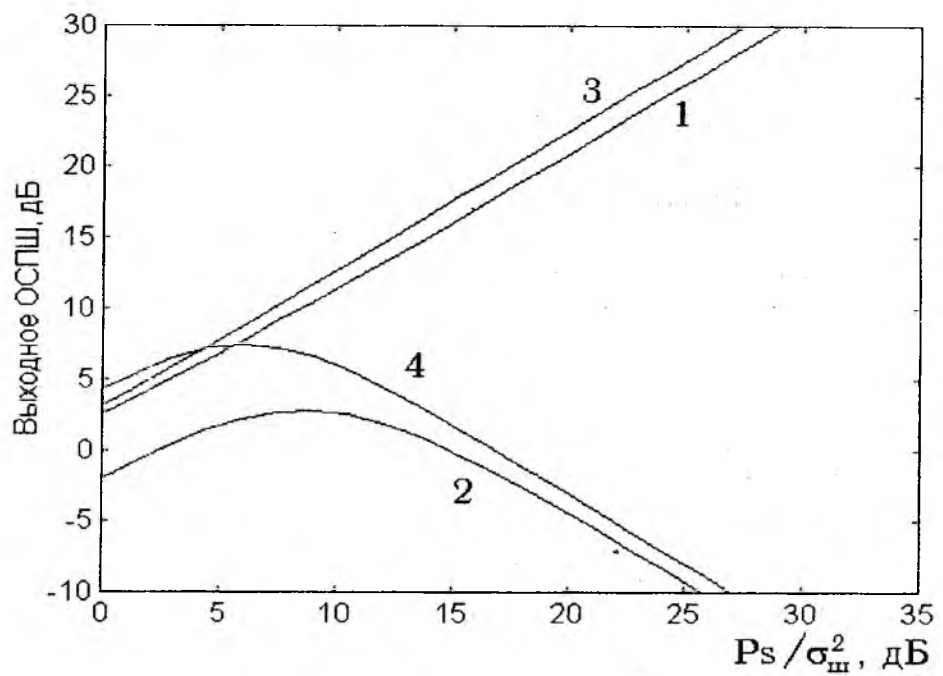


Рис. 1

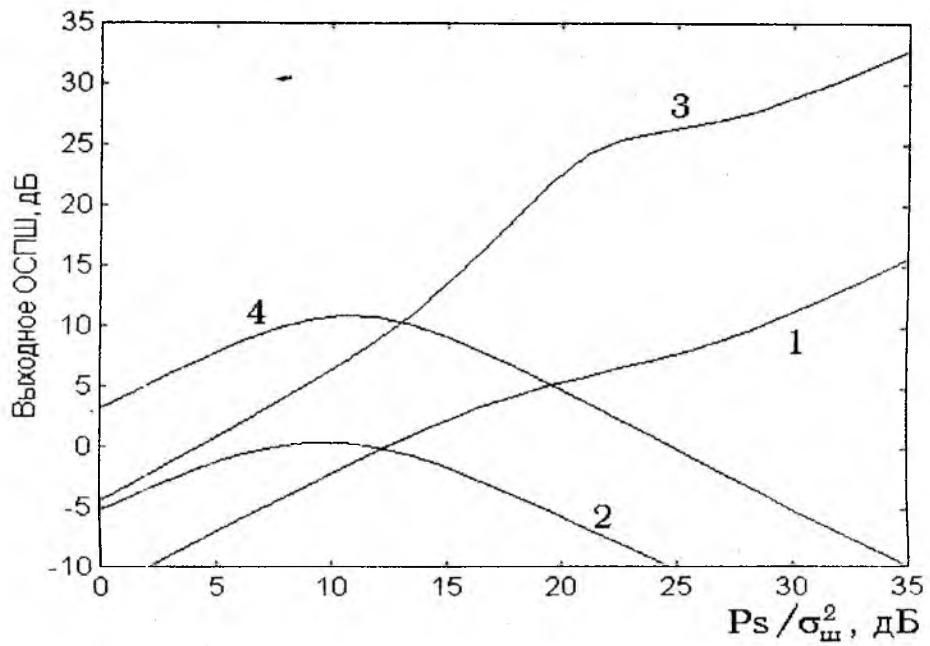


Рис. 2

Список литературы: 1. Марчук Л.А. Пространственно-временная обработка сигналов в линиях радиосвязи. Л.: ВАС, 1991. 136 с. 2. Gooch R., Shynk J. Wide - band adaptive arrays processing using pole-zero digital filters // IEEE Trans. Antennas and Propag., 1986, Vol. 34, № 3. P. 355 - 367. 3. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1976. 351 с.

Харьковский государственный технический
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 21.04.99