

## АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СЕЛЕКТИВНОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОМЕХ

### Введение

Алгоритмы пространственно-временной обработки сигналов выполняют операцию обращения пространственной корреляционной матрицы, составленной из отсчетов сигнала. При этом предполагается, что отсчеты входного сигнала некоррелированы [1]. В случае, когда появляются коррелированные помехи, например отражения зондирующего сигнала от местных предметов, такие алгоритмы значительно снижают степень подавления помех, а в ряде случаев вообще теряют работоспособность. Это негативно сказывается на работе радиолокационной системы в целом, значительно снижается соотношение сигнал/шум, появляются помехи в виде ложных мощных выбросов сигнала и т.п. Причина этих явлений связана, главным образом, с тем, что выборочная корреляционная матрица при наличии таких помех становится плохо обусловленной, а алгоритмы быстрого обращения матрицы [2, 3] выдают сингулярные решения.

Попытки снизить влияние коррелированных помех на эффективность работы адаптивных компенсаторов предпринимались неоднократно. Наиболее полно подобного рода устройства описаны в [1, 4 – 7]. Как правило, адаптивные компенсаторы состоят из основного и вспомогательного каналов. При этом вспомогательный канал автокомпенсатора должен иметь антенну, характеристики которой отличаются от характеристик основной антенны, а настройка компенсатора выполняется при отсутствии полезного сигнала от цели. Такой подход к построению автокомпенсаторов пространственных помех показал свою эффективность в системах связи, но оказался не совсем приемлем в радиолокационных системах, в частности, если радиолокационная система является активной и предназначена для слежения за быстроперемещающимися в пространстве объектами. В этом случае угловое положение коррелированных источников помех также будет меняться, что делает пространственно-временную обработку сигналов в реальном масштабе времени малоэффективной.

### Постановка задачи

Без ограничения общности изложения предположим, что приемная система состоит из линейной эквидистантной антенной решетки, содержащей  $N$  приемных элементов, которые расположены друг от друга на расстояниях  $d \leq \frac{\lambda}{2}$ , где  $\lambda$  – рабочая длина волны. Диаграммы направленности (ДН) каждого приемного элемента идентичны и при необходимости могут быть учтены в расчетных соотношениях с помощью постоянного множителя.

Будем считать также, что максимум главного лепестка ДН антенны совпадает с направлением на источник полезного сигнала. Электромагнитные сигналы от источников помех поступают в приемную систему с направлений, соответствующих боковым лепесткам ДН. Причем количество  $M$  источников помех удовлетворяет соотношению  $M \leq N - 1$  [1]. На выходах приемных элементов решетки они создают колебания, которые можно представить в виде

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^M s_j(t) \cdot e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(i-1)d \cdot \sin(\theta_j)} + n_i(t), \quad (1)$$

где  $s_j(t)$  – амплитуда колебания  $j$ -го источника помехи;  $\theta_j$  – угловое положение  $j$ -го источника помехи;  $n_i(t)$  – аддитивный тепловой шум  $i$ -го антенного элемента.

Тепловые шумы всех элементов антенной решетки считаем гауссовскими с нулевым средним и известной дисперсией  $\sigma^2$ . Суммарный выходной сигнал формируется антенной как

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^N \dot{w}_i^* \cdot \dot{x}_i(t) = \vec{W}^{*T} \cdot \vec{X}(t), \quad (2)$$

где  $\vec{W}^{*T} = [\dot{w}_1, \dot{w}_2, \dots, \dot{w}_N]$  – вектор комплексных коэффициентов усиления антенны (весовой вектор);  $\vec{X}^T(t) = [\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_N(t)]$  – вектор мгновенных значений выходных сигналов антенных элементов.

В случае, если источники коррелированы (многолучевое распространение сигналов или отражения зондирующего сигнала от местных предметов), то вектор  $\vec{X}(t)$  может быть представлен в виде

$$\vec{X}(t) = \vec{V} \cdot \vec{S}(t) + \vec{n}(t), \quad (3)$$

где  $\vec{V}$  – матрица Вандермонда [8] размера  $[N \times M]$ , каждый  $i$ -й столбец которой соответствует направлению прихода волны  $j$ -го источника помехи:

$$\vec{V}_j = \left[ 1, e^{-\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_j)}, e^{-\frac{4\pi}{\lambda} d \sin(\theta_j)}, \dots, e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (i-1) d \sin(\theta_j)} \right]; \quad \vec{S}^T(t) = [\dot{s}_1(t), \dot{s}_2(t), \dots, \dot{s}_M(t)]$$

– вектор мгновенных амплитуд сигналов источников помех;

$\vec{n}^T(t) = [\dot{n}_1(t), \dot{n}_2(t), \dots, \dot{n}_N(t)]$  – вектор мгновенных амплитуд шумов в элементах антенны.

Пространственная ковариационная матрица, с учетом обозначений, введенных в (3), может быть записана как

$$\vec{R}_{xx} = E \left\{ \vec{X}^*(t) \cdot \vec{X}^T(t) \right\} = \vec{V} \cdot \vec{R}_{ss} \cdot \vec{V}^{*T} + \sigma^2 \vec{I}, \quad (4)$$

где  $E\{\bullet\}$  – символ операции вычисления математического ожидания;

$\vec{R}_{ss} = E \left\{ \vec{S}^*(t) \cdot \vec{S}^T(t) \right\}$  – ковариационная матрица сигналов источников помех размера  $[M \times M]$ ;  $\vec{I}$  – единичная матрица.

Если источники помех наводят в антенных элементах решетки некоррелированные сигналы, то пространственно-временная обработка, обеспечивающая подавление помех на выходе антенны, состоит в выборе оптимального весового вектора [1 – 7]:

$$\vec{W}_{opt} = \mu \vec{R}_{xx}^{-1} \vec{v}, \quad (5)$$

где  $\mu$  – константа, величина которой зависит от выбранного критерия оптимальности процедуры обработки.

Если источники помех имеют коррелированные сигналы, алгоритм (5), требующий обращения выборочной ковариационной матрицы, оказывается неработоспособным из-за плохой обусловленности этой матрицы.

## Коррелированные источники

Для коррелированных источников матрица  $\vec{R}_{ss}$  будет иметь следующую структуру:

$$\vec{R}_{ss} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\dot{\rho}_{1,2} & \sigma_1\sigma_3\dot{\rho}_{1,3} & \sigma_1\sigma_M\dot{\rho}_{1,M} \\ \sigma_2\sigma_1\dot{\rho}_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_2\sigma_3\dot{\rho}_{2,3} & \sigma_2\sigma_M\dot{\rho}_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_M\sigma_1\dot{\rho}_{M,1} & \sigma_{M-1}\sigma_1\dot{\rho}_{(M-1),1} & \dots & \sigma_M^2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $\sigma_i$  – среднеквадратичное значение сигнала  $i$ -го источника помехи;  $\dot{\rho}_{i,j}$  – комплексный коэффициент корреляции сигналов  $i$ -го и  $j$ -го источников, причем  $\dot{\rho}_{i,j} = \dot{\rho}_{j,i}^*$ .

Выходная мощность сигналов от источников помех на выходе антенны

$$P = \vec{W}^{*T} \cdot \vec{R} \cdot \vec{W} = \begin{bmatrix} \vec{W}^{*T} \cdot \vec{v}_1 & \vec{W}^{*T} \cdot \vec{v}_2 & \dots & \vec{W}^{*T} \cdot \vec{v}_M \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\dot{\rho}_{1,2} & \sigma_1\sigma_3\dot{\rho}_{1,3} & \sigma_1\sigma_M\dot{\rho}_{1,M} \\ \sigma_2\sigma_1\dot{\rho}_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_2\sigma_3\dot{\rho}_{2,3} & \sigma_2\sigma_M\dot{\rho}_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_M\sigma_1\dot{\rho}_{M,1} & \sigma_{M-1}\sigma_1\dot{\rho}_{(M-1),1} & \dots & \sigma_M^2 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \vec{W}^T \cdot \vec{v}_1^* \\ \vec{W}^T \cdot \vec{v}_2^* \\ \vdots \\ \vec{W}^T \cdot \vec{v}_M^* \end{bmatrix} + \sigma^2 \cdot \vec{W}^{*T} \vec{W}. \quad (7)$$

Дифференцируя (7) по  $w_i$  и приравнявая результат нулю, получаем систему из  $N$  уравнений для отыскания оптимального весового вектора  $\vec{W}_{opt}$ , который минимизирует мощность коррелированных помех на выходе антенной решетки:

$$\frac{\partial P}{\partial w_i} = 0 \text{ при } i = 1, \dots, N. \quad (8)$$

## Пространственное сглаживание

Для того чтобы снизить величину корреляционных связей между сигналами источников помех, выполним пространственное сглаживание. Поскольку антенная решетка состоит из  $N$  идентичных элементов, то можно осуществить ее деление на  $L$  локальных подрешеток по  $l$  элементов в каждой. А затем обрабатывать сигналы всей решетки как сумму смещенных по соответствующей пространственной координате сигналов локальных подрешеток. Пусть в первую локальную подрешетку включены элементы с первого по  $l$ -й, тогда ее выходной сигнал в векторно-матричном виде можно записать как

$$\vec{X}_1(t) = \vec{V} \cdot \vec{F}^{(1)} \cdot \vec{S}(t) + \vec{n}_1(t), \quad (9)$$

где  $\vec{F}^{(1)}$  – диагональная матрица, на главной диагонали которой находятся элементы:

$$\left\{ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(i-1)d \sin(\theta_i)} \right\}.$$

(9) Пространственная ковариационная матрица этой локальной антенной решетки с учетом

$$\vec{R}_1 = \vec{V} \cdot \vec{F}^{(1)} \cdot \vec{S} \cdot \vec{F}^{(1)*T} \cdot \vec{V}^{*T} + \sigma^2 \vec{I}. \quad (10)$$

Теперь сформируем вторую локальную антенную решетку, в которую войдут элементы с индексами  $2, 3, \dots, l+1$ , а из их сигналов вычислим пространственную матрицу  $\vec{R}_2$  и так далее, пока не будут сформированы все  $L$  ковариационных матриц. Тогда пространственное сглаживание можно будет выполнить, вычислив сумму

$$\vec{R}^{(L)} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \vec{R}_l. \quad (11)$$

При этом элементы сигнальной матрицы  $\vec{S}$  с учетом (10) можно записать как

$$\dot{s}_{ij}^{(L)} = \frac{1}{L} s_{ij} \sum_{l=1}^L \dot{F}_{ii}^{(l)} \cdot \dot{F}_{jj}^{(l)*}. \quad (12)$$

Анализ (12) показывает, что в случае, когда  $i = j$ ,  $\dot{s}_{ii}^{(L)} = \dot{s}_{ii}^{(l)}$  для всех значений  $l$ . Если  $i \neq j$ , то

$$\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \dot{F}_{ii}^{(l)} \cdot \dot{F}_{jj}^{(l)*} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(l-1)d(\sin(\theta_i) - \sin(\theta_j))}. \quad (13)$$

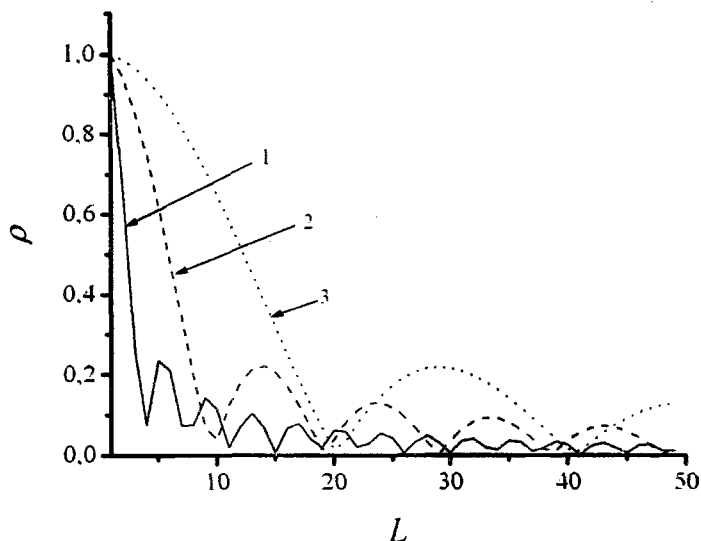
Очевидно, что с увеличением  $L$  правая часть (13) стремится к нулю. Коэффициент корреляции между  $i$ -м и  $j$ -м сигналами источников после пространственного сглаживания может быть вычислена как

$$\bar{\rho}_{ij}^{(L)} = \frac{\dot{\rho}_{ij}}{L} \cdot \frac{\sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \cdot L \cdot d \cdot (\sin(\theta_i) - \sin(\theta_j)) \right]}{\sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot (\sin(\theta_i) - \sin(\theta_j)) \right]} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(l-1)d(\sin(\theta_i) - \sin(\theta_j))}, \quad (14)$$

где  $\dot{\rho}_{ij}$  – коэффициент корреляции между сигналами до сглаживания.

### Результаты численного эксперимента

Предложенный алгоритм декорреляции сигналов источников помех исследовался на модели 49-элементной эквидистантной решетки, работающей на несущей частоте  $1 \text{ ГГц}$  и имеющей распределение амплитуд поля по апертуре в соответствии с функцией Хэмминга [2, 9]. Угловая ширина главного лепестка антенны  $\beta = 0,86^\circ$ . Для исследования свойств алгоритма генерировались узкополосные сигналы с одинаковыми несущими частотами и углами прихода относительно нормали к плоскости антенны:  $(\theta_1 = 20^\circ \text{ и } \theta_2 = 37^\circ)$ ;  $(\theta_1 = 21^\circ \text{ и } \theta_2 = 40^\circ)$  и  $(\theta_3 = 22^\circ \text{ и } \theta_4 = 43^\circ)$  соответственно. Помехой служил изотропный белый гауссовский шум с нулевым матожиданием и дисперсией, изменяющейся от 0,1 до 1,0. На рисунке показана оценка зависимости модуля коэффициента корреляции после пространственного сглаживания в предположении, что начальный коэффициент корреляции  $\rho = 1$  для каждой пары сигналов.



Зависимость модуля коэффициента корреляции от числа пространственных усреднений при различном угловом разделении источников коррелированных помех:

$$1 - \Delta\theta_{ij} = |\theta_i - \theta_j| = 17^\circ; 2 - \Delta\theta_{ij} = |\theta_i - \theta_j| = 19^\circ; 3 - \Delta\theta_{ij} = |\theta_i - \theta_j| = 21^\circ.$$

Как видно из рисунка, эффективное снижение корреляционных связей сигналов при пространственном сглаживании происходит уже при первых 7 – 10 итерациях, что обусловлено оптимальным соотношением длин выбранных локальных подрешеток к общей длине антенны. Дальнейшее увеличение числа пространственных сглаживаний не дает существенного снижения коэффициента корреляции, но значительно повышает вычислительную нагрузку на процессор пространственно-временной обработки сигналов. Остаточный коэффициент корреляции сигналов не превышает уровня 0,2 и не дает сингулярных значений при реализации оптимальной пространственно-временной обработки в соответствии с алгоритмом (5).

### Заключение

Таким образом, рассмотренный подход к решению задачи снижения помех на выходе адаптивных антенных решеток при условии, что сигналы источников коррелированы вплоть до полной когерентности (т.е., когда  $\rho = 1$ ), основан на использовании операции пространственного сглаживания ковариационной матрицы. Причем, в отличие от известных методов [1, 3 – 7], здесь не требуется построения дополнительного компенсационного канала, усложняющего не только программное, но и аппаратное обеспечение приемной системы. Исключение компенсационного канала из схемы адаптивной антенной решетки, работающей в активном режиме и использующей алгоритмы «сверхразрешения» для снижения помех в области боковых лепестков, особенно важно в случае сопровождения быстроперемещающихся объектов.

Выбор количества пространственных сглаживаний (или количества локальных подрешеток) целесообразно осуществлять исходя из соображений максимального снижения степени корреляции сигналов при минимальном увеличении вычислительной нагрузки на процессор, которая при достаточно грубых, но приемлемых на практике точностях, может быть оценена как  $L^2 \cdot N^3$  операций с плавающей точкой.

Следует отметить, что скорость декорреляции зависит также от величины углового разнеса между отдельными источниками, и может значительно снижаться при выборе неоправданно коротких (в 2 – 3 элемента) длинах локальных подрешеток.

Платой за возможность получить высокое пространственное разрешение и низкий уровень помех в активных сканирующих решетках при коррелированных реализациях наблюдаемых процессов является относительная сложность процедуры вычисления оценок ковариационной матрицы, связанная с выполнением процедуры пространственного сглаживания.

**Список литературы:** 1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с. 2. Shan T.J., Kailath T. Adaptive Beamforming for Coherent Signals and Interference. // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. – 1985. – V. ASSP-33. –Р. 527-536. 3. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / Пер. с англ. под ред. С.И. Рыжака. – М.: Мир, 1990. – 584 с. 4. Widrow B., Mantey P.E., Griffiths L.J. Adaptive Antenna Systems // Proc. IEEE – 1967. – V. 55. –Р. 2143-2159. 5. Gabriel W.F. Adaptive arrays – An Introduction // Proc. IEEE – 1976. – V. 64. – P. 239-272. 6. Gabriel W.F. Spectral Analysis and Adaptive Arrays Superresolution Technique // Proc. IEEE – 1980. – V. 68. – P. 654-666. 7. Compton R.T. Adaptive Arrays for Communication systems // IEEE Trans. Antennas and Propagat. – 1976. – V. AP-24. – P. 599-606. 8. Ланкастер П. Теория матриц / Пер. с англ. – М.: Наука, 1982. – 272 с. 9. Воскресенский Д.И. Антенны и устройства СВЧ. – М.: Радио и связь. – 1981. – 432 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 12.01.2011