УДК 517.958:537.8

В. А. ДОРОШЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ВОЗБУЖДЕНИЕ БИКОНУСА С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ, ПОЛЕ КОТОРОГО ПРОИЗВОЛЬНО МЕНЯЕТСЯ ВО ВРЕМЕНИ

Введение

Мощные короткие импульсные источники электромагнитного излучения широко используются в современных научных исследованиях и в развитии новых технологий. Сверхширокополосные спектры таких источников, например, дают возможность проникать в области максимального обнаружения малых объектов. Однако для концентрации, канализации и вывода электромагнитной энергии этих источников необходимы антенны, обладающие широкополосными и сверхширокополосными характеристиками. К последним относятся антенны с угловыми параметрами, в частности, конические и биконические. Для теоретического изучения физического процесса, возникающего при рассеянии волн на объекте, важно построить адекватную математическую модель рассматриваемого процесса, решить соответствующую математическую задачу и на основании полученного решения проанализировать электродинамические характеристики и особенности, связанные с геометрией рассеивающей структуры. В работе [1] рассмотрена модельная скалярная задача рассеяния волн на изотропном неограниченном круговом конусе и найдена функция Грина для волнового уравнения первой и второй краевых задач. Наличие неоднородностей (например, ребер, щелей, угловых точек) на поверхности рассеивающего экрана хотя и усложняет решение соответствующей краевой задачи, но значительно расширяет границы применимости данной структуры в практических приложениях. В данной работе предложен подход для решения второй краевой задачи математической физики для волнового уравнения в случае неограниченной биконической поверхности с периодическими продольными щелями.

Постановка задачи

Рассмотрим решение второй краевой задачи для волнового уравнения в случае границы, представляющей собой биконическую структуру, которая состоит из двух соосных полубесконечных круговых конусов Σ_1 и Σ_2 с периодически прорезанными вдоль образующих N щелями (оси щелей совпадают). Во введенной сферической системе координат r,θ,φ с началом в центре биконуса $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ уравнение Σ_1 и Σ_2 записываются в виде $\theta = \gamma_1$ и $\theta = \gamma_2$ соответственно (рис.1). Обозначим через d_1 угловую ширину щелей конуса Σ_1, а через d_2 - угловую ширину щелей, $l = 2\pi/N$ - период биконической структуры, r_0,θ_0,φ_0 – координаты источника, расположенного в точке B_0. Особенностью данной структуры является то, что она имеет нерегулярности (центр биконуса – вершины конусов, ребра конических лент) и ее характерные геометрические размеры являются угловыми величинами. Так, ширина щелей и период – величины двугранных углов, которые образованы пересечением плоскостей, проведенных через ось биконуса и ребра соседних конических лент (секторов). Требуется найти скалярную

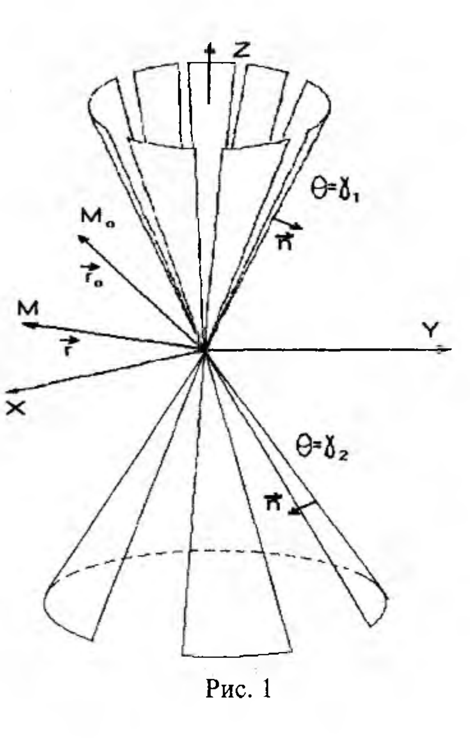

Рис. 1

функцию $v(\vec{r},t)$ (магнитный потенциал Дебая), удовлетворяющую

1) однородному волновому уравнению

$$\Delta v - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0\,,\ a = const.\,; \tag{1}$$

2) граничному условию

$$\frac{\partial}{\partial n} v(\vec{r},t)\big|_{\Sigma} = 0 \tag{2}$$

в каждый момент времени;

3) условию причинности

$$v \equiv 0 \equiv \frac{\partial v}{\partial t}\,,\ t \le t_0\,. \tag{3}$$

Для обеспечения единственности решения краевой задачи потребуем выполнимость условий [2]

$$\left|\frac{\partial v}{\partial t}\right| < C\,,\ \lim_{r' \to 0} (r')^2 \frac{\partial v}{\partial r'} = 0 \tag{4}$$

в некоторой окрестности нерегулярностей равномерно по t, θ', φ', где r', θ', φ' – сферическая система координат с центром в рассматриваемой нерегулярности. Краевая задача в такой постановке (1) – (4) имеет единственное решение, а искомая функция принадлежит пространству Соболева [3]
$W_2^1(\Omega^T)$, $\Omega^T = \Omega \times (t_0, T)$, $T < +\infty$.

Представим v в виде

$$v(\vec{r},t) = v_0(\vec{r},t) + v_1(\vec{r},t)\,, \tag{5}$$

где

$$v_0(\vec{r},t) = \frac{b}{4\pi}\cdot\frac{1}{R}\cdot f\left(t - t_0 - \frac{1}{a}R\right)\cdot\eta\left(t - t_0 - \frac{1}{a}R\right) \tag{6}$$

соответствует полю источника (решение волнового уравнения в свободном пространстве), $f(t)$ – заданная функция, b – известная постоянная величина, а функция $v_1(\vec{r},t)$ обусловлена присутствием биконуса Σ.

Используем преобразование Лапласа по t

$$v^s = v^s(\vec{r}, \vec{r}_0, t_0) = \int_0^{+\infty} v(\vec{r}, \vec{r}_0, t, t_0) e^{-st} dt \tag{7}$$

и сведем решение нестационарной задачи к решению стационарной. Для определенности считаем, что $s > 0$ (в конечных результатах проводится аналитическое продолжение).

Сформулируем стационарную краевую задачу для v^s, удовлетворяющую

1) однородному уравнению Гельмгольца

$$\Delta v^s - q^2 v^s = 0$$

вне биконуса и источника, где $q = \dfrac{s}{a} > 0$;

2) краевому условию на биконусе

$$\frac{\partial v^s}{\partial n}\Big|_\Sigma = 0; \tag{8}$$

3) условию на бесконечности в форме предельного поглощения;
4) условию

$$\int_{\Omega'}\left(\left|v^s\right|^2 + \left|\nabla v^s\right|^2\right)d\vec{r}' < +\infty .$$

Стационарная задача в такой постановке имеет единственное решение, которое принадлежит энергетическому пространству Соболева $W_2^1(\Omega)$ [1,4]. В соответствии с (5) записываем

$$v^s = v_0^s + v_1^s,$$

где v_0^s, v_1^s – трансформанты функций v_0, v_1 (6), (7) и

$$v_0^s(\vec{r},\vec{r}_0,t_0) = g^s \cdot \frac{e^{-qR}}{4\pi R}, \tag{9}$$

$$g^s = \frac{b}{r_0}\cdot e^{-st_0}\cdot \tilde{F}(s),\ R = \left|\vec{r} - \vec{r}_0\right|,$$

$$\tilde{F}(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt .$$

Для e^{-qR}/R имеет место следующее представление:

$$\frac{e^{-qR}}{R} = -\frac{2}{\pi}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^{m+1}e^{im(\varphi-\varphi_0)}\int_0^{+\infty}\tau th\pi\tau \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}\frac{\Gamma(1/2-m+i\tau)}{\Gamma(1/2+m+i\tau)}F_{m\tau}(\theta,\theta_0)d\tau,$$

$$F_{m\tau}(\theta,\theta_0) = \begin{cases} P^m_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)P^m_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta_0), \theta < \theta_0, \\ P^m_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta)P^m_{-1/2+i\tau}(\cos\theta_0), \theta_0 < \theta, \end{cases}$$

где $K_\mu(qr)$ – функция Макдональда; $\Gamma(z)$ – гамма-функция; $P^m_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)$ – присоединенная функция Лежандра первого рода.

Метод решения

Для решения краевых задач в сферической системе координат с конической геометрией одним из эффективных средств является интегральное преобразование Конторовича-Лебедева относительно радиальной координаты [5, 6]

$$\bar{\Phi}(\tau) = \int_0^{+\infty}\Phi(r)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}dr, \tag{10}$$

$$\Phi(r) = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty}\tau sh\pi\tau\bar{\Phi}(\tau)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau . \tag{11}$$

В соответствии с (9) – (11)

$$\widetilde{v}_0^s(\tau,\theta,\varphi) = \int_0^{+\infty} v_0^s(r,\theta,\varphi)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}dr, \tag{12}$$

$$v_0^s(r,\theta,\varphi) = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \widetilde{v}_0^s \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{13}$$

$$\widetilde{v}_0'^s = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^s F_{m\tau}(\theta,\theta_0)e^{im\varphi},$$

$$a_{m\tau}^s = \frac{1}{4}\cdot(-1)^m e^{im\varphi_0}\frac{g^s(t_0,r_0)}{ch\pi\tau}\frac{\Gamma(1/2-m+i\tau)}{\Gamma(1/2+m+i\tau)}\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}.$$

Для определенности считаем, что источник находится внутри конуса Σ_2 ($\gamma_2 < \theta_0 < \pi$). В соответствии с (10) – (13) неизвестный потенциал v_1^s ищем в виде интеграла Конторовича-Лебедева

$$\widetilde{v}_1^s(\tau,\theta,\varphi) = \int_0^{+\infty} v_1^s(r,\theta,\varphi)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}dr, \tag{14}$$

$$v_1^s(r,\theta,\varphi) = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \widetilde{v}_1^s \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{15}$$

где

$$\widetilde{v}_1^s = -\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^s \frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_2)\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta)U_{m\tau}(\theta,\varphi), \tag{16}$$

$$U_{m\tau} = \begin{cases} \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{mn}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\theta)e^{i(m+nN)\varphi}, 0<\theta<\gamma_1, \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\beta_{mn}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\theta)+\xi_{mn}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\theta)\right]e^{i(m+nN)\varphi}, \gamma_1<\theta<\gamma_2, \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} \zeta_{mn}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\theta)e^{i(m+nN)\varphi}, \gamma_2<\theta<\pi. \end{cases} \tag{17}$$

Принимая во внимание непрерывность $\frac{\partial}{\partial\theta}\widetilde{v}_1^s$ на периоде конусов Σ_1 и Σ_2, находим связь между неизвестными коэффициентами α_{mn}, β_{mn}, ξ_{mn}, ζ_{mn}:

$$\beta_{mn} = \frac{\zeta_{mn}\frac{d}{d\gamma_1}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_1)-\alpha_{mn}\frac{d}{d\gamma_1}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_1)}{\left(1-C_{i\tau}^{m+nN}\right)\frac{d}{d\gamma_1}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_1)}\cdot C_{i\tau}^{m+nN},$$

$$\xi_{mn} = \frac{\alpha_{mn} \dfrac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\gamma_2) - \zeta_{mn} \dfrac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_2)}{\left(1 - C_{i\tau}^{m+nN}\right) \dfrac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\gamma_2)} \cdot C_{i\tau}^{m+nN}, \qquad (18)$$

$$C_\upsilon^m = \frac{\dfrac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+\upsilon}^m(\cos\gamma_1)}{\dfrac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+\upsilon}^m(-\cos\gamma_1)} \cdot \frac{\dfrac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\upsilon}^m(-\cos\gamma_2)}{\dfrac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\upsilon}^m(\cos\gamma_2)}. \qquad (19)$$

Используя краевое условие (2), (8) на конических лентах конуса Σ_j: $\theta = \gamma_j, \pi d_j/l < |N\varphi| \le \pi$, $j = 1,2$ и принимая во внимание (14) – (17), получаем уравнения для α_{mn} и ζ_{mn}:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{mn} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1) e^{inN\varphi} = b_{i\tau}^{(m_0+\nu)N}(\gamma_1,\gamma_2) e^{im_0N\varphi}, \pi d_1/2 < |N\varphi| \le \pi, \qquad (20)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \zeta_{mn} \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2) e^{inN\varphi} = e^{im_0N\varphi}, \qquad \pi d_2/2 < |N\varphi| \le \pi, \qquad (21)$$

где

$$b_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\gamma_1,\gamma_2) = \frac{\dfrac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1)}{\dfrac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_2)};$$

$\dfrac{m}{N} = m_0 + \nu$; m_0 – ближайшее целое число к $\dfrac{m}{N}$; $-1/2 \le \nu < 1/2$.

Учитывая принадлежность v_1^s пространству Соболева $W_2^1(\Omega)$ и непрерывность в щелях конуса $\Sigma_j: \theta = \gamma_j, |N\varphi| \le \pi d_j/l$, приходим к соотношениям, связывающим неизвестные коэффициенты

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1) e^{inN\varphi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\beta_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1) + \xi_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_1)\right] e^{inN\varphi},$$
$$|N\varphi| < \pi d_1/l, \qquad (22)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \zeta_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2) e^{inN\varphi} =$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\beta_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_2) + \xi_{mn} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2)\right] e^{inN\varphi}, |N\varphi| < \pi d_2/l, \qquad (23)$$

Воспользовавшись известной формулой [7]

$$P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) \frac{d}{d\theta} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta) - P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta) \frac{d}{d\theta} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta) =$$
$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(-1)^m ch\pi\tau}{\sin\theta} \cdot \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + i\tau + m)}{\Gamma(\frac{1}{2} + i\tau - m)},$$

а также (18), (19), преобразуем (22), (23) к виду

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{B}_{mn}^{(1)}(\gamma_1,\gamma_2)\left\{\alpha_{mn}\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_2)-\zeta_{mn}\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2)\right\}e^{inN\varphi}=0,$$

$$|N\varphi|<\pi d_1/l, \tag{24}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{B}_{mn}^{(2)}(\pi-\gamma_1,\pi-\gamma_2)\left\{\alpha_{mn}\frac{d}{d\gamma_1}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1)-\zeta_{mn}\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_1)\right\}e^{inN\varphi}=0,$$

$$|N\varphi|<\pi d_2/l, \tag{25}$$

$$\tilde{B}_{mn}^{(\kappa)}(\theta_1,\theta_2)=\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}\left(1-\varepsilon_{mn}^{(\kappa)}\right)\left[b_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\theta_1,\theta_2)\right]^{3-2\kappa},$$

где

$$\frac{(-1)^{N(n+\nu)+1}ch\pi\tau}{\pi\sin^2\gamma_j}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}+(n+\nu)+i\tau\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-(n+\nu)+i\tau\right)}\cdot\frac{1}{\frac{d}{d\gamma_j}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_j)\frac{d}{d\gamma_j}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_j)}\times$$

$$\times\frac{1}{1-C_{i\tau}^{(n+\nu)N}}=\frac{1}{N(n+\nu)}\cdot\frac{|n|}{n}\left(1-\varepsilon_{nn}^{(j)}\right). \tag{26}$$

Введем коэффициенты

$$W_n^{(m_0)}=\alpha_{mn}\frac{d}{d\gamma_1}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1)-\zeta_{mn}b_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\gamma_1,\gamma_2)\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2); \tag{27}$$

$$Z_n^{(m_0)}=\alpha_{mn}\frac{\frac{d}{d\gamma_1}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1)}{b_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\pi-\gamma_1,\pi-\gamma_2)}-\zeta_{mn}\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2) \tag{28}$$

и перепишем функциональные уравнения (20), (21), (24), (25)для определения неизвестных α_{mn} и ζ_{mn} и связанных с ними коэффициентов (27), (28) в виде

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}W_n^{(m_0)}e^{inN\varphi}=b_{i\tau}^{(m_0+\nu)N}(\gamma_1,\gamma_2)e^{im_0N\varphi}-$$

$$-\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\zeta_{mn}b_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\gamma_1,\gamma_2)\frac{d}{d\gamma_2}P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma_2)e^{inN\varphi},\pi d_1/2<|N\varphi|\le\pi, \tag{29}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}\left(1-\varepsilon_{mn}^{(1)}\right)W_n^{(m_0)}e^{inN\varphi}=0,|N\varphi|<\pi d_1/l \tag{30}$$

и

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Z_n^{(m_0)} e^{inN\varphi} = -e^{im_0N\varphi} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_{mn} \frac{\frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma_1)}{b_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\pi-\gamma_1,\pi-\gamma_2)} e^{inN\varphi}, \quad \pi d_2/2 < |N\varphi| \le \pi, \tag{31}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} \left(1-\varepsilon_{mn}^{(2)}\right) Z_n^{(m_0)} e^{inN\varphi} = 0. \tag{32}$$

В силу того, что матричные коэффициенты $\varepsilon_{mn}^{(j)}$ (26) не зависят от параметра $q = s/a$, неизвестные коэффициенты α_{mn}, ζ_{mn}, являющиеся решением функциональных уравнений (29) – (32), также не зависят от этого параметра, что упрощает процедуру обращения трансформанты и позволяет воспользоваться алгоритмом обращения [1]. Суть его заключается в использовании формул [7]

$$K_{i\tau}(qr_0) K_{i\tau}(qr) = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} K_0\left(q\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2rr_0 ch\tilde{\mu}}\right) e^{i\tau\tilde{\mu}} d\tilde{\mu},$$

$$K_0(q\tilde{\chi}) = \int_{\tilde{\chi}/a} \frac{e^{-s\upsilon}}{\sqrt{\upsilon^2 - \tilde{\chi}^2/a^2}} d\upsilon$$

и выделении нестационарной функции в подынтегральном выражении ее преобразования Лапласа.

Вследствие использования этого алгоритма обращаем v_1^s и получаем решение второй краевой задачи для волнового уравнения в случае незамкнутой биконической структуры (1) – (4)

$$v_1(\vec{r},t) = -\frac{ab_0}{4rr_0^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^m e^{im\varphi_0} \int_0^{+\infty} \tau th\pi\tau \frac{\Gamma(1/2-m+i\tau)}{\Gamma(1/2+m+i\tau)} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma_2) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0) \times$$
$$\times U_{m\tau}(\theta,\varphi) \cdot \Phi_{i\tau}(t-t_0) d\tau, \tag{33}$$

$$\Phi_{i\tau}(t-t_0) = \int_0^{t-t_0} \eta\left(z - \frac{r+r_0}{2}\right) f(t-t_0-z) P_{-1/2+i\tau}(ch\chi(z)) dz =$$
$$= \int_{\frac{r+r_0}{2}}^{t-t_0} f(t-t_0-z) P_{-1/2+i\tau}(ch\chi(z)) dz, \tag{34}$$

$$ch\chi(z) = \frac{a^2z^2 - r^2 - r_0^2}{2rr_0}.$$

В представлении (33) неизвестная функция $U_{m\tau}(\theta,\varphi)$ в соответствующих областях по углу θ разлагается в ряд Фурье (17), коэффициенты которого являются решением двух связанных систем функциональных уравнений (29)-(32). В частных случаях одиночного конуса с продольными щелями, биконической поверхности, состоящей из конуса с продольными щелями и сплошного конического экрана ($d_2 = 0^0$), симметричного биконуса ($\gamma_2 = \pi - \gamma_1, d_2 = d_1$) системы (29)-(32) удается развязать или свести к одной системе функциональных уравнений первого рода для коэффициентов α_{mn} или ζ_{mn}. Решение последней осуществляется, например, путем полуобращения матричного оператора с помощью метода задачи Римана-Гильберта. Вследствие этого система уравнения первого рода сводится к системе линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа относительно искомых коэффициентов Фурье функции $U_{m\tau}(\theta,\varphi)$, решение которой может быть получено как аналитически, так и численно [8,9].

Заключение

В данной работе предложен подход для решения задачи возбуждения незамкнутой биконической поверхности точечным источником, поле которого произвольно меняется во времени. Суть этого подхода заключается в сведении второй краевой задачи для волнового уравнения (нестационарная задача) в случае биконуса с продольными щелями посредством преобразования Лапласа по временному параметру к решению соответствующей второй краевой задачи для уравнения Гельмгольца (стационарная задача) и обращением последней. Решение стационарной задачи эквивалентно решению двух связанных систем функциональных уравнений первого рода относительно коэффициентов Фурье искомой функции, представление для которой приведено в замкнутом виде.

Список литературы: 1. *Chan K.-K., Felsen L.B.* Transient and time harmonic diffraction by a semi-infinite cone // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol. 25, No. 6. 1977. P.802 – 806. 2. *Боровиков В.А.* Дифракция на многоугольниках и многогранниках. М.: Наука, 1966. 455 с. 3. *Ладыженская О.А.* Краевые задачи математической физики. М.: Наука. 1973. 407 с. 4. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир. 1964. 428 с. 5. *Конторович М.И., Лебедев Н.Н.* Об одном методе решения некоторых задач теории дифракции и родственных ей проблем // ЖЭТФ. 1938. Т. 8, № 10-11. С.119 – 1206. 6. *Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф.* Нестационарная дифракция на незамкнутом конусе // Доклады Рос. АН. 2001 Т. 378, №2. С.183 – 186. 7. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Изд-во физ-мат. лит., 1963, 1100 с. 8. *Шестопалов В.П.* Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. Киев: Наук. думка, 1983. 252 с. 9. *Дорошенко В.А.* Возбуждение модифицированной биконической структуры магнитным радиальным диполем // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 121. С.19 – 26.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 26.07.2002