

КОЭФФИЦИЕНТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОАКСИАЛЬНОГО ДАТЧИКА ПРОХОДЯЩЕЙ МОЩНОСТИ НА ОСНОВЕ ДВУХСЛОЙНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СТЕНКИ

В работах [1 — 6] показано, что мощность, поглощенная в тонком внешнем проводнике коаксиальной линии, слабо зависит от частоты. Данное явление можно использовать для построения частотно-независимых измерительных преобразователей. В этих же работах показано, что через тонкий слой металла, сравнимый с глубиной поверхностного слоя, энергия электромагнитного поля практически не проникает. Она рассеивается в тонкой стенке металла, причем количество энергии, проникающей через тонкую стенку, зависит от ее толщины. Поэтому поглощающая стенка должна иметь два слоя — тонкий внутренний из металла со сравнительно невысокой электропроводностью (константана, нихрома) и более толстый внешний, к которому можно крепить термодатчики. Между слоями должен быть хороший тепловой контакт. Нагрев двухслойной поглощающей стенки определяется мощностью, поглотившейся во внутреннем слое. А поскольку поглощенная мощность слабо зависит от частоты, то аналогично зависит от нее и температура нагрева T внешнего слоя. Геометрическая модель двухслойной поглощающей стенки представлена на рис. 1. Оба слоя имеют длину L и ширину d . Толщина слоя 1 — δ_1 , слоя 2 — δ_2 , общая толщина $\delta = \delta_1 + \delta_2$. Считаем, что электромагнитная волна поглощается в слое 1, в слой 2 она не проходит.

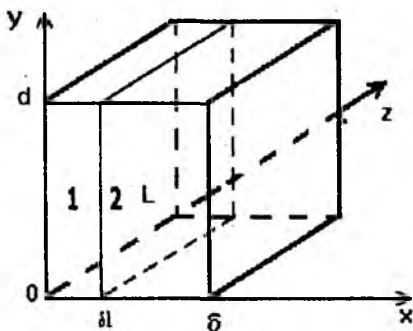


Рис. 1

Процесс нагрева описывается системой двух уравнений теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} - \frac{1}{\chi_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} = -\frac{W_1}{k_1}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} - \frac{1}{\chi_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

где χ_1, χ_2 — коэффициенты теплопроводности слоев 1 и 2 соответственно; k_1 — коэффициент теплопроводности слоя 1.

В выражениях (1) и (2) индексы 1 и 2 относятся к первому и второму слою соответственно, W_1 — объемная плотность источников теплоты в слое 1. В слое 2 источников теплоты нет. Температуру внешней среды будем считать равной нулю. Как и в работах [3 — 6], примем, что на торцах стенки поддерживается нулевая температура:

$$T_1|_{y=0} = T_1|_{y=d} = 0; \quad T_2|_{y=0} = T_2|_{y=d} = 0; \quad (3)$$

$$T_1|_{z=0} = T_1|_{z=L} = 0; \quad T_2|_{z=0} = T_2|_{z=L} = 0. \quad (4)$$

Внешние боковые поверхности граничат с окружающей средой. Поэтому, как и в задаче об однослойной стенке [3; 4], здесь необходимо использовать граничные условия третьего рода, учитывающие теплообмен по закону Ньютона. Однако для упрощения решения указанным теплообменом пренебрегают и считают, что теплота из поглощающей стенки уходит в стенку линии, в соответствии с механизмом теплопроводности. Конечные результаты при этом изменятся мало.

Таким образом, граничные условия на внешних поверхностях

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=\delta} = 0. \quad (5)$$

Для границы раздела сред между слоями ($x = \delta$) используют граничные условия четвертого рода:

$$T_1|_{x=\delta_1} = T_2|_{x=\delta_1}; \quad k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=\delta_1} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=\delta_1} \quad (6)$$

Строго говоря, записанные условия справедливы для идеального теплового контакта между слоями. У прижатых друг к другу пластин такого контакта может и не быть вследствие наличия неровностей на их поверхностях. Неидеальность теплового контакта, вообще говоря, можно учесть путем введения в граничные условия некоторого теплового сопротивления [7]. Однако точность решения не повысится, так как невозможно точно оценить значение требуемого сопротивления. Сложность же решения при этом увеличится неоправданно сильно. Поэтому целесообразнее использовать граничные условия (6), обеспечив хороший тепловой контакт между слоями путем сильного их сжатия или введения теплопроводящей пасты.

Начальные условия будем считать нулевыми:

$$T_1|_{t=0} = T_2|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

Функция распределения объемной плотности внутренних источников теплоты в слое 1 определяется законом Джоуля — Ленца с учетом распределения электрического поля в слое 1 [5; 6]:

$$E_z(x) = - \frac{I\sqrt{iq} e^{\sqrt{iq}(\delta_1-x)} + e^{-\sqrt{iq}(\delta_1-x)}}{2\pi\sigma_1 b e^{\sqrt{iq}\delta_1} - e^{-\sqrt{iq}\delta_1}}. \quad (8)$$

Здесь I — сила тока, протекающего в линии передачи; $q = \sqrt{2}/\Delta$, где Δ — глубина поверхностного слоя, σ_1 — удельная проводимость материала слоя 1; b — внутренний радиус внешнего проводника коаксиальной линии передач.

Закон Джоуля — Ленца для объемной плотности внутренних источников теплоты имеет следующий вид:

$$W_1 = \frac{1}{2} \sigma_1 |E_z(x)|^2.$$

Подставив в эту формулу выражение (8), с учетом начальных и граничных условий получим:

$$W_1 = \frac{PR_s}{\pi b^2 \Delta Z_0 \ln \frac{b}{a}} \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{2(\delta_1 - x)}{\Delta} + \cos \frac{2(\delta_1 - x)}{\Delta}}{\operatorname{ch} \frac{2\delta_1}{\Delta} - \cos \frac{2\delta_1}{\Delta}}, \quad (9)$$

где P — мощность, передаваемая в линии передачи; R_s — поверхностное сопротивление, $R_s = \sqrt{\omega \mu_0 / (2\sigma_1)}$; Z_0 — волновое сопротивление свободного пространства; a — радиус внутреннего проводника коаксиальной линии передачи.

Видно, что плотность источников теплоты распределена по закону, далекому от экспоненциального. Это связано с наличием волны, отраженной от внешней границы слоя 1. Лишь при $\delta_1 \gg \Delta$ можно пренебречь вторыми слагаемыми в числителе и знаменателе (9), гиперболические косинусы заменить экспонентами с теми же аргументами. Тогда (9) примет вид формулы, описывающей распределение источников теплоты во внешнем проводнике простой коаксиальной линии передачи.

В случае присутствия ощутимой отраженной волны функция W_1 уменьшается не очень сильно. Так, при $\delta_1/\Delta = 0,5$ это уменьшение не превышает 5%. Даже при $\delta_1/\Delta = 1$, когда интенсивность падающей волны у внешней границы поглощающего слоя уменьшается более чем в 7 раз, наличие отраженной волны приводит к тому, что функция W_1 уменьшается всего на 40%. Поэтому при $\delta_1 \ll \Delta$ в пределах первого слоя можно принять $W_1 = \text{const}$. Тогда оценить ее значение можно с помощью формулы, вытекающей из выражения (9):

$$W_1 = \frac{P}{2\pi \sigma_1 b^2 \delta_1^2 Z_0 \ln \frac{b}{a}}. \quad (10)$$

Выражение (10) от частоты не зависит, что подтверждает вывод, сформулированный в работах [1; 2]: степень зависимости мощности, рассеянной в поглощающем слое, от частоты зависит от толщины поглощающего слоя.

При таком упрощении задачи невозможно проанализировать зависимость нагрева от частоты (эта зависимость не очень сильная, но все же она существует). Однако удобно оценивать температуру и постоянную времени. Частотную же зависимость анализируют иначе.

Таким образом, при решении задачи о распределении температурного поля в двухслойной поглощающей стенке допустимо сделать следующие упрощения:

1. Цилиндрическую поглощающую стенку заменяем плоской. Возможность такой замены обоснована в работах [1 — 4].

2. Считаем, что охлаждение стенки происходит в основном путем кондуктивного теплоотвода к местам ее крепления. Конвективный и излучательный теплообмен играет значительно меньшую роль, если толщина стенки превышает несколько десятков микрометров [7]. Такое упрощение правомерно и в данном случае, поскольку общая толщина двухслойной стенки удовлетворяет указанному условию. Поэтому на границах раздела при $x = 0$ и $x = \delta$ можно принять коэффициент теплообмена $\alpha = 0$.

3. Полагаем, что плотность внутренних источников теплоты в первом слое постоянна по всему его объему. Согласно выражению (9) это справедливо при $\delta_1 \ll \Delta$, что соответствует наиболее интересному случаю, при котором поглощенная в слое мощность слабо зависит от частоты. В приближении выражения (10) она совсем не зависит от частоты.

Задачу о распределении температуры в двухслойной поглощающей стенке решаем методом конечных интегральных преобразований, целесообразность применения которого обоснована в работах [3; 4].

По оси x выполняют преобразование Лапласа по временной переменной t , так как при $x = \delta_1$ граничные условия неоднородные и реализовать интегральное преобразование нельзя.

Температурное поле в слоях 1 и 2 поглощающей стенки определяется выражениями

$$T_1(x, y, z, t) = \frac{16W_1}{\pi^2 k_1} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{S_{1ij}(x, t) \sin \frac{(2i-1)y}{d} \sin \frac{(2j-1)z}{L}}{(2i-1)(2j-1)}; \quad (11)$$

$$T_2(x, y, z, t) = \frac{16W_1}{\pi^2 k_1} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{S_{2ij}(x, t) \sin \frac{(2i-1)y}{d} \sin \frac{(2j-1)z}{L}}{(2i-1)(2j-1)}. \quad (12)$$

Функции S_{1ij} и S_{2ij} представляют собой обобщенные полиномы по временной переменной.

Вычисления температуры нагрева поглощающей стенки несложно произвести с помощью программы MathCad. На рис. 2 показано распределение температуры по толщине двухслойной поглощающей стенки при следующих исходных данных: длина $L = 9,3$ см; ширина $d = 1,3$ см; толщина слоя 1 $\delta_1 = 9$ мкм; материал слоя 1 — константан; толщина слоя 2 $\delta_2 = 52$ мкм; материал слоя 2 — никель; поперечные размеры коаксиальной линии — 4,6/16 мм; в линию передачи подается мощность 10 кВт.

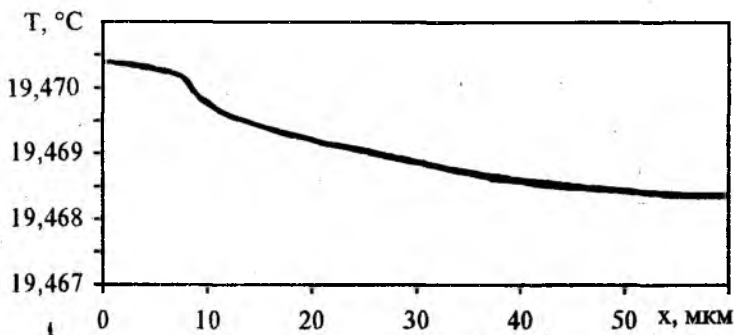


Рис. 2

На рис. 2 виден излом кривой $T(x)$ на границе раздела между слоями. Перепад температуры при общей толщине около 60 мкм составляет всего 0,002 °C.

Время установления температуры определяется только скоростью распространения теплоты в стенке и составляет 5 с. Теплообменом стенки с окружающей средой можно пренебречь.

На рис. 3 показаны результаты расчета распределения температуры по поверхности двухслойной поглощающей стенки. На границах температура равна нулю. Вдоль узкой стороны распределение близко к синусоидальному с максимумом в центре. В распределении вдоль широкой стороны существует довольно большая область постоянной температуры, а вблизи краев — области спада. Волнистость поверхности связана с погрешностями вычислений, поскольку взято небольшое число членов разложения в ряд в формулах (11) и (12).

Для исследования вопроса о частотной зависимости нагрева двухслойной стенки СВЧ-энергией рассматривают задачу, геометрия которой аналогична изображенной на рис. 1, но в которой оба слоя неограниченно простираются вдоль осей y и z . В этом случае анализ температуры нагрева

поглощающей стенки производится только по координате x и задача упрощается — она становится одномерной. Температура нагрева при такой постановке получается значительно большей, поскольку отсутствует отвод теплоты к холодным стенкам линии. Но частотная зависимость нагрева должна остаться прежней, так как причин для ее изменения нет. При этом анализируется установившаяся температура ($\partial T / \partial t = 0$), что соответствует эксперименту.

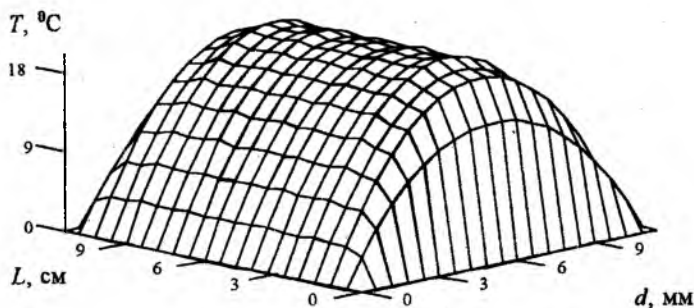


Рис. 3

Система уравнений (1), (2) примет вид

$$\frac{d^2 T_1}{dx^2} = -\frac{W_1}{k_1}; \quad \frac{d^2 T_2}{dx^2} = 0; \quad (13)$$

$$k_1 \frac{dT_1}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha T_1 \Big|_{x=0}; \quad k_2 \frac{dT_2}{dx} \Big|_{x=\delta} = -\alpha T_2 \Big|_{x=\delta}; \quad (14)$$

$$T_1 \Big|_{x=\delta_1} = T_2 \Big|_{x=\delta_1}; \quad k_1 \frac{dT_1}{dx} \Big|_{x=\delta_1} = k_2 \frac{dT_2}{dx} \Big|_{x=\delta_1} \quad (15)$$

Решив получившуюся систему уравнений, будем иметь:

$$T_1(x) = T_{02} \left\{ C_0 \left[1 + Bi_2 + \frac{\alpha(\delta_1 - x)}{k_1} \right] - \operatorname{ch} \frac{2(\delta_1 - x)}{\Lambda} + \cos \frac{2(\delta_1 - x)}{\Lambda} \right\}; \quad (16)$$

$$T_2(x) = T_{02} \left[1 + \frac{\alpha(\delta - x)}{k_2} \right], \quad (17)$$

где

$$T_{02} = \frac{P}{4\pi k_1 \sigma_1 b^2 Z_0 \ln \frac{b}{a} \left(\operatorname{ch} \frac{2\delta_1}{\Delta} - \cos \frac{2\delta_1}{\Delta} \right)};$$

$$C_0 = \frac{2 \left(\operatorname{sh} \frac{2\delta_1}{\Delta} + \sin \frac{2\delta_1}{\Delta} \right) + Bi_s \left(\operatorname{ch} \frac{2\delta_1}{\Delta} - \cos \frac{2\delta_1}{\Delta} \right)}{Bi_s (2 + Bi_1 + Bi_2)};$$

$$Bi_1 = \frac{\alpha \delta_1}{k_1}; \quad Bi_2 = \frac{\alpha \delta_2}{k_2}; \quad Bi_s = \frac{\alpha \Lambda}{k_1}.$$

Результаты расчетов температуры на внешней стороне слоя 2 по формулам (16) и (17) показаны на рис. 4. Исходные данные для расчетов взяты те же, что приведены выше.

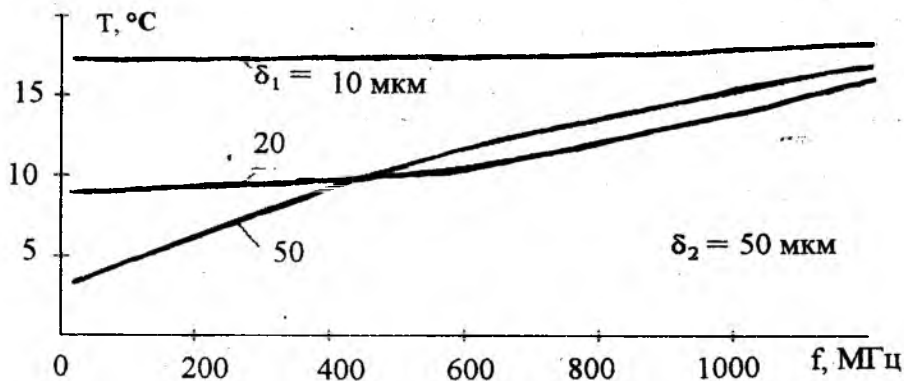


Рис. 4

Коэффициент теплообмена принят равным $70 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$. Большое его значение позволяет смоделировать теплоотвод от стенки примерно такой же, как и в реальной ситуации с учетом конвекции. Критерием здесь служит одинаковая постоянная времени. В данной задаче для никелевой стенки толщиной 60 мкм она получается равной $1,43 \text{ с}$. Это незначительно отличается от значения $1,24 \text{ с}$ в задаче, рассмотренной выше. Как видно из рис. 4, температура нагрева при толщине слоя 10 мкм имеет примерно то же значение, что и ранее, — около $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Характер частотной зависимости, как следует из графиков, обусловлен толщиной слоя 1. Если она превышает глубину поверхностного слоя, зависимость температуры от частоты очень сильная. Так, значения T на краях диапазона $50 \dots 1200 \text{ МГц}$ для $\delta_1 = 20 \text{ мкм}$ различаются в 1,8 раза, а для толщины $\delta_1 = 50 \text{ мкм}$ — в 4, 5 раза. Но для $\delta_1 = 10 \text{ мкм}$, что меньше глубины поверхностного слоя на средних частотах, кривая $T(f)$ идет почти горизонтально. Перепад ее значений на краях диапазона не превышает 7%.

От толщины слоя 2 значения температуры почти не зависят. Это объясняется ее малым градиентом вследствие большой теплопроводности материала стенки.

Таким образом, подтверждается вывод [1; 2] о возможности построения измерительного преобразователя со слабой частотной зависимостью.

Список литературы: 1. Волков В.М., Бортник С.А. Затухание в коаксиальной двухслойной поглощающей стенке // Радиотехника. 1997. Вып. 104. С. 21 — 27. 2. Volkov V. M., Bortnik S.A. Attenuation in a coaxial two-layer absorbing wall // Telecommunications and Radio Eng. 1998. Vol. 52, N 3. P. 48 — 51. 3. Волков В.М., Бортник С.А. Температурное поле однослойной коаксиальной поглощающей стенки // Радиотехника. 1997. Вып. 104. С. 28 — 34. 4. Volkov V.M., Bortnik S.A. Temperature field of a one-dimensional coaxial absorbing wall // Telecommunications and Radio Eng. 1998. Vol. 52, N 3. P. 52 — 55. 5. Бортник С.А., Волков В.М. Поля и тепловые потери в тонкостенной коаксиальной линии // Радиотехника. 1998. Вып. 105. С. 47 — 51. 6. Bortnik S.A., Volkov V.M. Electromagnetic fields and heat losses in a thin-walled coaxial line // Telecommunications and Radio Eng. 1997. Vol. 51, N 5. P. 92 — 95. 7. Тепловое действие волны на поглощающую стенку / Н.И. Кравченко, В.М. Волков, В.Д. Кукуш и др. // Инженер.- физ. журн. 1972. Т. 22, № 1. С. 158 — 159.

Харьковский государственный технический
университет радиозлектроники

Поступила в редколлегию 26.03.99