

**ПРОГРАМНА МОДЕЛЬ БІОЕЛЕКТРИЧНИХ СИГНАЛІВ
НА ПРИКЛАДІ ЕЕГ**

Романчук В.С.

e-mail: vitalii.romanchuk@nure.ua

Науковий керівник – д.т.н., проф. Чумаков В.І.

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. МЕЕПП
м. Харків, Україна

In this paper, a mathematical model of the EEG signal is proposed in the form of a sum of harmonic oscillations with a Gaussian amplitude envelope and random phase. Based on this model, a software implementation in Python is developed, which allows generating individual rhythms and their total signal, as well as visualizing the obtained results. The developed software model can be used for further analysis of EEG characteristics, testing signal processing methods, and creating training datasets for machine learning systems.

Для реалізації програмної моделі ЕЕГ-сигналу необхідно скласти його математичну модель. Для цього визначаємо основні складові цього сигналу:

- α -ритм (альфа-ритм), який домінує у стані спокою при закритих очах і відображає синхронізовану активність кори головного мозку;
- β -ритм (бета-ритм), характерний для активної розумової діяльності, концентрації уваги та когнітивних процесів;
- γ -ритм (гама-ритм), який асоціюється з високорівневою обробкою інформації, інтеграцією сенсорних сигналів і складними когнітивними процесами;
- δ -ритм (дельта-ритм), який відповідає повільній хвильовій активності мозку та характерний для глибокого сну або станів зниженої свідомості;
- θ -ритм (тета-ритм), який пов'язаний із процесами пам'яті, емоційної обробки інформації та спостерігається під час дрімоти або легкої сонливості.

Модель кожного ритму, в загальному вигляді, представлено гармонічною функцією з випадковою фазою та змінною амплітудою, тобто

$$x_i(t) = A_i(t) \cdot (1 + m_i \cdot \sin(2\pi f_{mi}t)) \sin(2\pi f_i t + \phi_i), \quad (1)$$

де $A_i(t)$ – повільно змінна амплітуда; m_i – коефіцієнт глибини амплітудної модуляції; f_{mi} – частота амплітудної модуляції f_i – центральна частота ритму; ϕ_i – початкова фаза.

Для реалістичності амплітуда часто описується гаусовою або експоненціальною функцією, тобто

$$A_i(t) = A_{0i}(t) \exp\left(-\frac{t - t_i}{2\sigma_i^2}\right), \quad (2)$$

де $A_{0i}(t)$ – максимальна амплітуда; t_i – центр активності ритму;

σ_i – ширина часової області.

Враховуючи вирази (1) та (2), формуються математичні вирази для кожного з наведених ритмів.

Таким чином, для α -ритму (альфа-ритму), характерним є наступний вираз:

$$x_\alpha(t) = A_\alpha(1 + m_\alpha \cdot \sin(2\pi f_{m\alpha}t)) \sin(2\pi f_\alpha t + \phi_\alpha), \quad (3)$$

де A_α – амплітуда α -ритму, яка становить 20 мкВ – 100 мкВ; m_α – коефіцієнт глибини амплітудної модуляції; $f_{m\alpha}$ – частота амплітудної модуляції; f_α – центральна частота α -ритму, яка становить 8 Гц – 13 Гц.

Для наступного, β -ритму (бета-ритму), характерним є наступний вираз:

$$x_\beta(t) = A_\beta(1 + m_\beta \sin(2\pi f_{m\beta}t)) \sin(2\pi f_\beta t + \phi_\beta), \quad (4)$$

де A_β – амплітуда β -ритму, яка становить 5 мкВ – 20 мкВ; f_β – центральна частота β -ритму, яка становить 13 Гц – 30 Гц.

Для γ -ритму (гама-ритму) характерним є наступний вираз:

$$x_\gamma(t) = A_\gamma(1 + m_\gamma \sin(2\pi f_{m\gamma}t)) \sin(2\pi f_\gamma t + \phi_\gamma), \quad (5)$$

де A_γ – амплітуда γ -ритму, яка становить 5 мкВ – 20 мкВ; f_γ – центральна частота γ -ритму, яка становить 30 Гц – 80 Гц (іноді до 100 Гц).

Для δ -ритму (дельта-ритму) характерним є наступний вираз:

$$x_\delta(t) = A_\delta(1 + m_\delta \sin(2\pi f_{m\delta}t)) \sin(2\pi f_\delta t + \phi_\delta), \quad (6)$$

де A_δ – амплітуда δ -ритму, яка становить 5 мкВ – 20 мкВ; f_δ – центральна частота δ -ритму, яка становить 0,5 Гц – 4 Гц.

Для θ -ритму (тета-ритму) характерним є наступний вираз:

$$x_\theta(t) = A_\theta(1 + m_\theta \sin(2\pi f_{m\theta}t)) \sin(2\pi f_\theta t + \phi_\theta), \quad (7)$$

де A_θ – амплітуда θ -ритму, яка становить 5 мкВ – 30 мкВ; f_θ – центральна частота θ -ритму, яка становить 4 Гц – 8 Гц.

З урахуванням виразів (3) – (7) будується математична модель ЕЕГ-сигналу, яка має наступний вигляд:

$$EEG(t) = x_\alpha(t) + x_\beta(t) + x_\gamma(t) + x_\delta(t) + x_\theta(t) + \eta(t) \quad (8)$$

або, в більш компактному вигляді

$$EEG(t) = \sum_i A_i(1 + m_i \sin(2\pi f_{mi}t)) \sin(2\pi f_i t + \phi_i). \quad (9)$$

Програмна модель містить наступне:

– дискретизація часової змінної – неперервна часова змінна t у математичній моделі замінюється на дискретний масив значень;

– реалізація амплітудної оболонки

```
def gaussian_amplitude(self, t, A_max, t0, sigma):
```

```
    return A_max * np.exp(-((t - t0) ** 2) / (2 * sigma ** 2));
```

– реалізація ритмів

```
phi = np.random.uniform(0, 2 * np.pi)
```

```
amplitude = envelope * modulation
```

```
rhythm = amplitude * np.sin(2 * np.pi * f_center * self.t + phi);
```

– формування сумарного ЕЕГ-сигналу

$$\text{self.eeg_signal} = (\text{self.rhythms}['\alpha'] + \text{self.rhythms}['\beta'] + \text{self.rhythms}['\gamma'] + \text{self.rhythms}['\delta'] + \text{self.rhythms}['\theta'])$$

В результаті програмної реалізації запропонованої математичної моделі було отримано набір сигналів, які наведено на рисунку 1.

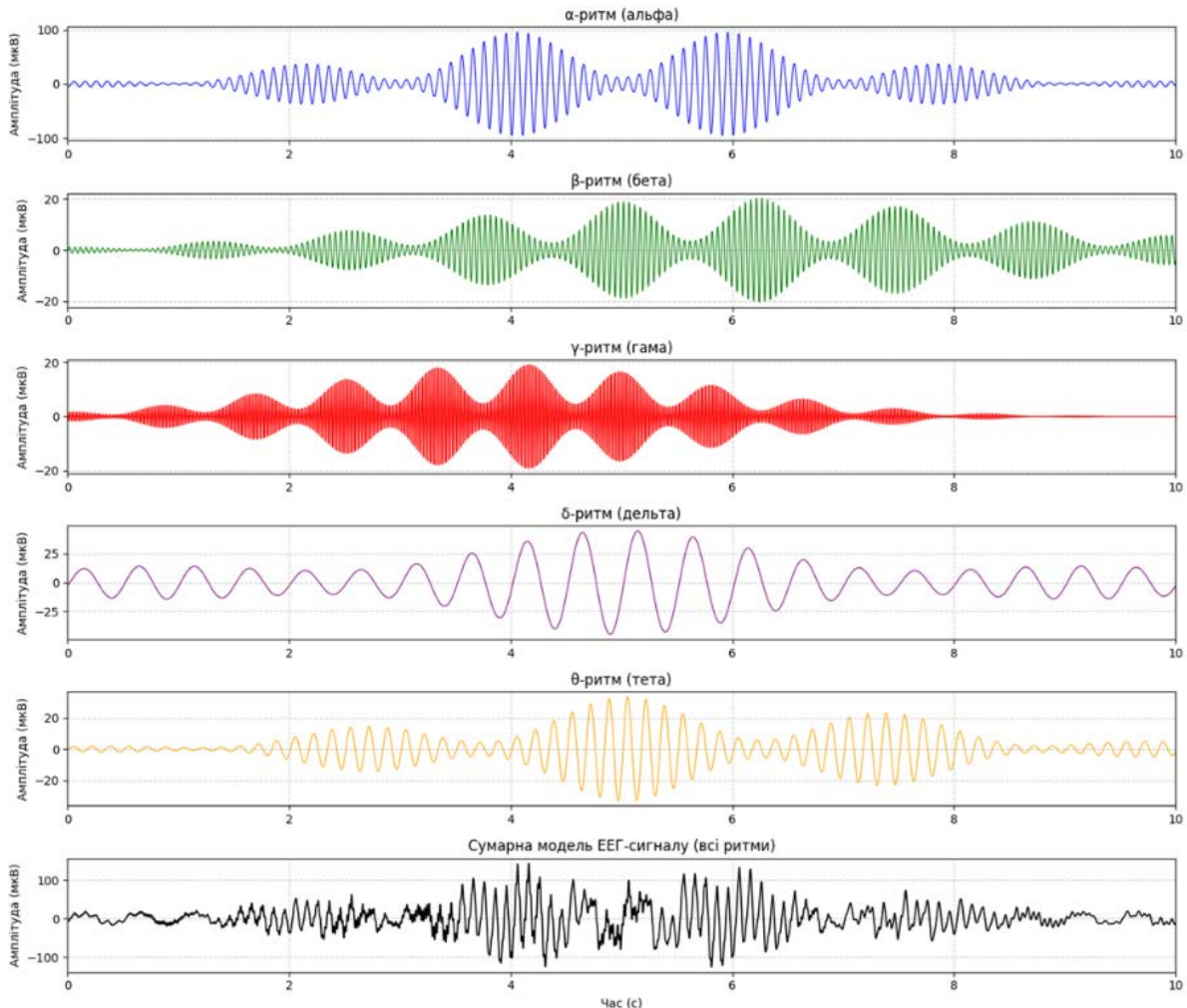


Рисунок 1 – Отримані ритми ЕЕГ

Список використаних джерел

1. Prime-like structures in EEG signal matrices: A framework for analysing EEG signals in epilepsy Ahmad Fuad A. A., Yusof Y., Ruslan A., Zenian S. Mathematical Modeling and Computing, 2025, Vol. 12, No. 2, pp. 549–558.
2. Physiologically Guided Modeling for EEG Multichannel Signals García-Portugués, E. Bioengineering, 2026, 13(2), 131.
3. EEG-TFX: An interactive MATLAB toolbox for EEG feature engineering via multi-scale temporal windowing and filter banks Xin Q., Zhang R., Hu Y., Zhou W., Tian L., Liu G. Neurocomputing, 2026, Vol. 671, 132650.