

*А. В. ВАСЯНОВИЧ, канд. физ.-мат. наук, А. В. ГРИЦУНОВ, канд. техн. наук,
А. Н. НИКИТЕНКО, канд. техн. наук, М. О. ХОРУНЖИЙ*

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СВЧ-ПРИБОРОВ

В работах [1–9] изложены общие подходы к спектральному моделированию СВЧ-приборов, содержащих замедляющую систему (ЗС) и электронный поток. Рассмотрен математический аппарат таких моделей, главным образом в части, касающейся расчета соленоидальных полей ЗС, а также методика решения полученных уравнений. Настоящая статья обобщает и завершает данную тематику. В ней описываются некоторые характерные особенности методологии разработки спектральных моделей радиофизических систем, а также их программной реализации. «Сверхзадачей» является минимизация уровня модельных шумов, ограничивающих способность спектральных алгоритмов обнаруживать слабые гармонические компоненты в спектре выходного сигнала. Кроме того, сюда сведены некоторые подробности расчета вихревых и потенциальных полей, которые не были конкретизированы в предыдущих работах. Основное внимание уделено системам магнетронного типа. Несмотря на это, многие нижеизложенные проблемы являются универсальными, а большинство описанных далее уравнений и алгоритмов путем незначительной модификации могут быть адаптированы для численного анализа других радио- и электрофизических установок (например, приборов О-типа или ускорителей заряженных частиц).

Как известно, времязависимый (transient) алгоритм решения нелинейных нестационарных уравнений метода самосогласованного поля включает в себя циклическое повторение трех основных действий: а) моделирования динамики электронного потока; б) вычисления потенциальных составляющих электрического поля в системе; в) расчета соленоидальных компонент электрического (а в релятивистских моделях – и магнитного) поля с синхронным приращением временной координаты на так называемый временной шаг модели Δt . Рассмотрим поочередно каждую из перечисленных частей алгоритма. Ограничимся нерелятивистским приближением и моделями первого и второго уровня [1], основанными на расчете соленоидального поля ЗС соответственно методами мгновенных значений и комплексных амплитуд.

Динамика частиц. Моделирование временной динамики электронного потока в скрещенных полях с использованием подхода Эйлера заключается в решении кинетического уравнения (уравнения Больцмана) для функции распределения электронов в фазовом пространстве координат и скоростей (\vec{r}, \vec{v})

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \operatorname{grad}_r \rho + \eta(\vec{E} + [\vec{v}\vec{B}]) \operatorname{grad}_v \rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{coll}, \quad (1)$$

которое в предположении бесстолкновительной плазмы, типичном для большинства систем с электронными потоками [10], переходит в уравнение Власова

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \operatorname{grad}_r \rho + \eta(\vec{E} + [\vec{v}\vec{B}]) \operatorname{grad}_v \rho = 0, \quad (2)$$

где $\rho(t, \vec{r}, \vec{v})$ – плотность объемного заряда в фазовом пространстве; η – отношение заряда электрона к его массе ($\eta < 0$); $\vec{E}(t, \vec{r})$ и $\vec{B}(t, \vec{r})$ – напряженность электрического и индукция магнитного полей; $(\partial \rho / \partial t)_{coll}$ – член, учитывающий изменение функции ρ в результате взаимных столкновений (collision) частиц. Функция $\vec{E}(t, \vec{r})$ должна включать в себя как потенциальную, так и соленоидальную составляющие электрического поля.

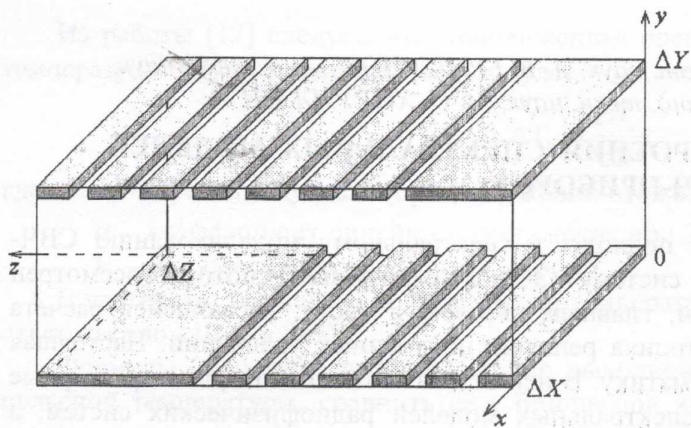


Рис. 1

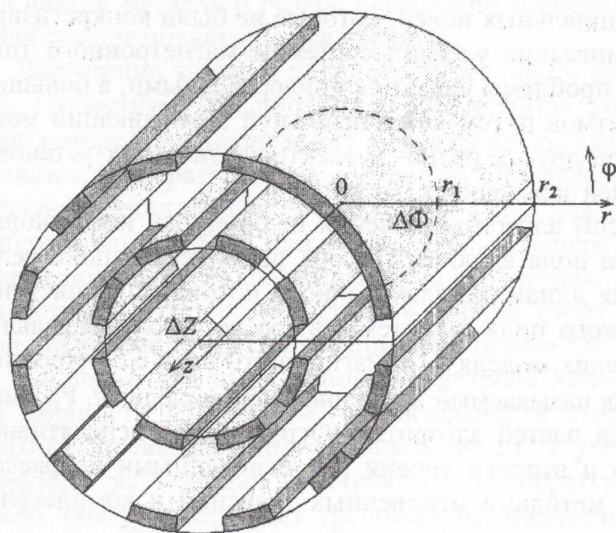


Рис. 2

Большинство численных моделей СВЧ-приборов, содержащих электронные потоки в вакууме, не используют подход Эйлера. Это связано с рядом вычислительных проблем, возникающих при интегрировании уравнений (1) и (2). Тем не менее, данный метод может оказаться перспективным в будущем, при разработке «истинных» спектральных моделей таких приборов [11].

В альтернативном подходе Лагранжа решается уравнение движения (второе уравнение Ньютона) для координат отдельных частиц

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \eta(\vec{E} + [\vec{v}\vec{B}]). \quad (3)$$

В качестве таковых практически всегда используются так называемые макрочастицы – конгломераты электронов, характеризующиеся коэффициентом кратности K_p , определяемым как отношение заряда макрочастицы q_0 к заряду электрона e . Данный коэффициент может быть одним и тем же для всех макрочастиц в системе или иметь индивидуальное значение для каждой частицы. Соответственно различают модели с фиксированным и переменным зарядом макрочастиц [12, 13]. В литературе их называют

также PIC-алгоритмами [14]. Переменный заряд частиц используется, когда в приборе отсутствуют эмиттеры электронов с изначально заданной плотностью тока, наподобие термоэмиссионного катода или пушки.

Для интегрирования уравнения (3) следует предварительно выбрать систему координат. Поскольку существуют две типовые конструкции устройств со скрещенными полями – прямоугольная (линейная) и цилиндрическая (свернутая), разложение данного векторного уравнения на ортогональные составляющие необходимо выполнить в обеих соответствующих системах. При этом имеет смысл вместо общепринятых в математике координат ввести так называемые рабочие переменные. В прямоугольной системе координат (рис. 1) они определяются как [13]

$$\begin{aligned} T0 = t, \quad Z0 = x, \quad R0 = y, \quad F0 = z, \quad Q0 = q_0, \\ T1 = tag, \quad Z1 = dx/dt, \quad R1 = dy/dt, \quad F1 = dz/dt, \quad Q1 = q_0/m_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где t – текущее время; (x, y, z) – декартовы координаты; m_0 – масса макрочастицы. Тег tag описывает некоторые дополнительные свойства частицы, необходимые для анализа процессов в системе на микроуровне. Сюда входит, например, кодировка происхождения макрочас-

тицы (в результате термо- или вторичной эмиссии), а также ее метка, позволяющая следить за траекториями отдельных выбранных частиц.

В цилиндрической системе (рис. 2) рабочие переменные имеют вид

$$\begin{aligned} T0 = t, \quad Z0 = z, \quad R0 = r - r_1, \quad F0 = r_1\varphi, \quad Q0 = q_0, \\ T1 = tag, \quad Z1 = dz/dt, \quad R1 = dr/dt, \quad F1 = rd\varphi/dt, \quad Q1 = q_0/m_0, \end{aligned} \quad (5)$$

где (z, r, φ) – цилиндрические координаты; r_1 – внутренний радиус моделируемого пространства. Он может совпадать с радиусом поверхности внутреннего электрода, если последний является гладким, или движение электронов между ламелями расположенной на нем ЗС не учитывается. В противном случае значение r_1 выбирается меньшим, чем радиус поверхности внутреннего электрода (как на рис. 2).

Рабочие переменные позволяют, насколько возможно, единообразно определить положение частицы относительно электродов и тем самым унифицировать ряд программных модулей для обеих геометрий моделируемой системы. Пакет рабочих переменных (4) или (5) называется дескриптором макрочастицы. Это своего рода «паспорт» частицы, полностью описывающий ее состояние и сохраняющийся в памяти компьютера на протяжении всего времени жизни данной макрочастицы. Физический смысл рабочих переменных приведен в [13].

В терминах этих переменных составляющие уравнения движения макрочастицы в прямоугольной системе координат записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dZ1}{dT0} &= (E_x - B_y F1 + B_z R1) \cdot Q1, & \frac{dZ0}{dT0} &= Z1, \\ \frac{dR1}{dT0} &= (E_y + B_x F1 - B_z Z1) \cdot Q1, & \frac{dR0}{dT0} &= R1, \\ \frac{dF1}{dT0} &= (E_z - B_x R1 + B_y Z1) \cdot Q1, & \frac{dF0}{dT0} &= \frac{2\pi}{\Delta Z} F1, \end{aligned} \quad (6)$$

где E_x, E_y, E_z и B_x, B_y, B_z – составляющие напряженности суммарного электрического поля и индукции магнитного поля вдоль координат x, y и z соответственно в месте расположения макрочастицы; ΔZ – длина пространства моделируемой системы (рис. 1).

В цилиндрической системе координат уравнение движения макрочастицы имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dZ1}{dT0} &= (E_z - B_r F1 + B_\varphi R1) \cdot Q1, & \frac{dZ0}{dT0} &= Z1, \\ \frac{dR1}{dT0} &= \frac{1}{r_1 + R0} F1^2 + (E_r + B_z F1 - B_\varphi Z1) \cdot Q1, & \frac{dR0}{dT0} &= R1, \\ \frac{dF1}{dT0} &= -\frac{1}{r_1 + R0} R1 \cdot F1 + (E_\varphi + B_r Z1 - B_z R1) \cdot Q1, & \frac{dF0}{dT0} &= \frac{r_1}{r_1 + R0} F1, \end{aligned} \quad (7)$$

где E_z, E_r, E_φ и B_z, B_r, B_φ – составляющие напряженности суммарного электрического поля и индукции магнитного поля вдоль координат z, r и φ соответственно в месте расположения макрочастицы.

Дескрипторы всех частиц, находящихся на текущий момент в пространстве системы, хранятся в так называемом базовом массиве частиц (БМЧ). Решение уравнений (6) и (7) целесообразно осуществлять одношаговым методом, например, Рунге-Кутты четвертого порядка. Последний обеспечивает достаточную точность расчета траекторий при размерах временного шага от 1/32 до 1/128 циклотронного периода (в статическом режиме прибора относительное изменение полной энергии частицы за 1000 циклотронных периодов не превышает одного процента). Для того чтобы не пересчитывать и не сохранять состояние системы в промежуточных точках одношагового метода (как это описано, например, в [14]),

можно применить четырехмерную интерполяцию полей с прогнозированием координат всех частиц на конец следующего временного шага (см. далее). Расчет коэффициента кратности макрочастиц в моделях с фиксированным их зарядом целесообразно автоматизировать с использованием методики, изложенной в работе [15]. Практика показала ее эффективность применительно к различным магнетронным приборам.

Потенциальные составляющие электромагнитного поля. В пространстве взаимодействия СВЧ-прибора присутствуют потенциальные составляющие электрического поля от двух источников. Первые – это статические поля электродов, к которым приложены фиксированные или медленно изменяющиеся во времени потенциалы. Вторые – поля объемного заряда электронов, движущихся между этими электродами. Те и другие описываются уравнением Пуассона с граничными условиями первого рода на металлических поверхностях [16]. Тем не менее, учитывая преимущество методов FACR в быстродействии по сравнению с итерационными алгоритмами решения эллиптических уравнений [14] (прямые методы, по-видимому, все еще непригодны при числе узлов сети дискретизации порядка нескольких тысяч), целесообразно разделить уравнения для каждого из указанных источников с последующей суперпозицией полученных решений.

Уравнения Лапласа для статических полей электродов решаются один раз в начале моделирования в предположении единичного потенциала на одном из электродов и нулевого – на всех остальных. Наиболее универсальным для произвольной геометрии пространства прибора является метод последовательной верхней релаксации, который целесообразно дополнить ускорением по Чебышеву [14]. В случае гребенчатых ЗС на катоде или аноде можно воспользоваться аналитическим решением в виде рядов Фурье по координатам, например из работы [17]

$$U(r, \varphi) = A_0 \ln(r/r_1) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[(r/r_1)^n + (r/r_1)^{-n} \right] (A_n \sin Nn\varphi + B_n \cos Nn\varphi),$$

где N – количество резонаторов ЗС; A_n и B_n – постоянные интегрирования, зависящие от конкретных граничных условий на катоде и аноде.

Полученные единичные структурные функции напряженности потенциального электрического поля каждого электрода сохраняются в памяти компьютера. В дальнейшем они используются на каждом временном шаге путем умножения на текущий потенциал соответствующего электрода с последующим суммированием полученных произведений по всем электродам прибора.

Уравнение Пуассона для поля объемного заряда решается на каждом временном шаге методом FACR в прямоугольном параллелепипеде (рис. 1) или кольцевом цилиндре (рис. 2) между поверхностями катода и анода. Используются нулевые граничные условия на всех электродах и периодические или зеркальные – в направлении дрейфа электронного потока (в зависимости от того, замкнут поток или разомкнут). Естественно, при этом не учитывается заряд электронов, залетевших в пространство между ламелями, а также расположенных в непосредственной близости к поверхностям электродов (ближе, чем половина размера ячейки сети дискретизации в данном месте). Последний недостаток является существенным при моделировании явлений эмиссии, поэтому необходим дополнительный учет прикатодного заряда, например, на основе закона Гаусса [18].

Соленоидальные составляющие электромагнитного поля. Моделирование соленоидальных составляющих напряженности электрического поля в нерелятивистских алгоритмах осуществляется методом мгновенных значений (так называемые модели первого уровня) или методом комплексных амплитуд (модели второго уровня).

В моделях используются понятия «сигналов» и «волн». В методе комплексных амплитуд «сигнал» – это группа компактно расположенных спектральных составляющих соленоидаль-

ного поля, сосредоточенных вблизи базовой частоты. Таким образом, количество «сигналов» равно суммарному числу учитываемых групп составляющих ВЧ-поля во всех ЗС прибора (или, что то же самое, количеству учитываемых базовых частот). Это количество может быть изначально заданным или меняться в ходе расчетов (если используется так называемый адаптивный метод комплексных амплитуд [11]). В методе мгновенных значений «сигнал» – это группа спектральных составляющих соленоидального поля, расположенных в пределах одной из полос пропускания замедляющей системы. Здесь количество «сигналов» равно суммарному числу учитываемых полос пропускания во всех ЗС прибора.

Понятие «волна» в методе комплексных амплитуд соответствует обычно имеющему место двукратному вырождению нормальных видов ЗС (кроме 0- и π -видов) и бегущих волн. В результате каждому «сигналу» соответствует две «волны», называемые основной и комплементарной. Для приборов стоячей волны (магнетронов) в качестве таковых берутся ортогональные составляющие двукратно вырожденного нормального вида («сигнала»), смещенные в азимутальном направлении на четверть пространственного периода, причем их азимутальные координаты выбираются таким образом, чтобы поле комплементарной «волны» было ортогональным элементу связи с нагрузкой. В этом случае основная и комплементарная «волны» связаны только через электронный поток, что дает возможность решать их уравнения возбуждения независимо друг от друга. Комплементарные «волны» 0- и π -видов не учитываются.

Для приборов бегущей волны под основной и комплементарной понимаются «волны», соответствующие одному и тому же «сигналу», но со взаимно противоположными направлениями групповой скорости. При этом основной считается «волна», передающая энергию от источника в нагрузку, комплементарной – отраженная от нагрузки в сторону источника.

В методе мгновенных значений, когда ЗС рассматривается как колебательная система со многими степенями свободы (в отличие от возможной трактовки ее как единственного многомодового резонатора), все нормальные виды для каждой полосы пропускания, включая вырожденные, получаются в результате решения единственного матричного уравнения возбуждения. Поэтому здесь нет необходимости разделять понятия «сигналов» и «волн». Взамен возникает проблема моделирования связи резонаторов ЗС с источником и нагрузкой.

Изложенная в работах [2], [4–6] общая теория расчета вихревого электромагнитного поля методом мгновенных значений при возбуждении ЗС электронным потоком не учитывала ввода высокочастотной энергии от генератора и вывода ее в нагрузку. Поэтому в статье [7] рассмотрена методика моделирования ввода и вывода энергии для ЗС, возбуждаемой в режиме бегущей волны.

В подавляющем большинстве магнетронных автогенераторов вывод энергии осуществляется из одного резонатора. Как следствие, ЗС магнетрона является неоднородной, и изложенная в работах [2], [4–6] теория к ним, строго говоря, неприменима. Поэтому, во избежание необходимости решения матричного уравнения возбуждения неоднородных цепочек связанных резонаторов в общем виде, можно ограничиться следующим компромиссом. Единичная энергия электрического поля парциального вида резонатора с элементом связи (присвоим ему номер N) предполагается такой же, как и в ненагруженных ячейках. Это вполне допустимо, если устройство связи имеет вид индуктивной петли малых размеров, однако с некоторой погрешностью может быть принято и для других конструкций выходных элементов. Изменение собственной частоты и нагруженной добротности парциального вида N -го резонатора учитывается путем внесения в уравнение возбуждения соответствующей ячейки членов, моделирующих активную R_{ext} и реактивную X_{ext} составляющие эквивалентного сопротивления нагрузки, как это сделано в работе [7] применительно к моделированию реальных ввода и вывода энергии. После этого методика расчета параметров выходного сигнала становится очевидной. Значение R_{ext} может быть оценено по общеизвестным формулам на основе внешней добротности собственного нормального вида ЗС Q_{0ext} , соответствующего основной «волне», и единичной энергии электромагнитного поля этого вида W_0 , а

значение X_{ext} – исходя из той же энергии и изменения частоты указанного вида ω_{0ext} , вызванного добавлением вывода энергии:

$$R_{ext} = \frac{g^2 Q_{0ext}}{2W_0\omega_0}, \quad X_{ext} = \frac{g^2 \omega_0}{2W_0\omega_{0ext}^2},$$

где ω_0 – собственная частота вида; g – ширина зазора между ламелями ЗС.

В методе комплексных амплитуд система бегущей волны предполагается идеально согласованной во всей полосе частот каждого сигнала. Отражение от нагрузки моделируется путем ввода комплементарных «волн», входные частоты, амплитуды и фазы которых рассчитываются отдельно, исходя из параметров соответствующих основных «волн» и комплексного коэффициента отражения. Формулы, связывающие параметры немонахроматических входных и выходных сигналов прибора со значениями комплексных амплитуд волн в начале и конце ЗС, аналогичны приведенным в работе [7] для метода мгновенных значений. Единственное отличие состоит в нахождении сопротивления взаимодействия ЗС Z_{0h} для каждой h -й гармонической составляющей входного и выходного сигнала с частотой ω_h . Здесь оно вычисляется путем разложения в ряд Тейлора

$$Z_{0h} = Z_{0b} + \frac{dZ_{0b}}{d\omega}(\omega_h - \omega_b),$$

где индекс b соответствует базовой частоте «сигнала».

Методика расчета мощностей выходных сигналов в автогенераторе стоячей волны исходя из внешних добротностей собственных видов колебаний и текущих значений комплексной амплитуды соответствующих вынужденных видов общеизвестна. Во избежание временного запаздывания вычисленных значений выходных параметров в нестационарном режиме, сглаживание их пульсаций целесообразно выполнять не путем усреднения, а с помощью линейной регрессионной модели, как описано в [19].

Интерполяция полей и раздача зарядов макрочастиц в нестационарных моделях.

Важным этапом алгоритма моделирования СВЧ-прибора методом макрочастиц является переход от лагранжевых координат к эйлеровым и наоборот, т.е. распределение заряда частиц по узлам сети дискретизации и пространственная интерполяция вычисленных в узлах полей в места расположения частиц. Если для расчета траектории макрочастицы используется одношаговый метод, желательна также временная интерполяция полей на интервале между началом и концом текущего временного шага. В противном случае необходимо было бы хранить состояние системы (т.е. координаты и скорости всех частиц) для промежуточных точек одношагового метода, как указано в работе [14].

Пространственная интерполяция полей между узлами сети дискретизации при численном моделировании плазмы и электронных потоков методом макрочастиц подробно описана в литературе (см., например, [10], [14]). Временная интерполяция практически не рассмотрена. Тем не менее, для нее можно использовать известные методы, если рассматривать время как четвертую координату и интерполировать поля между узлами четырехмерной пространственно-временной сети дискретизации [20]. В большинстве случаев достаточно учитывать на каждом временном шаге только два узла на временной оси, совпадающие с началом и концом текущего шага.

С этой точки зрения методу ближайшего узла (NGP) соответствует вычисление полей в каждом узле пространственной сети на момент середины текущего временного шага. Методу облаков в ячейке (CIC) – расчет полей дважды на каждом временном шаге (в начале и конце его). Оба значения поля в том же узле пространственной сети участвуют в алгоритме «взвешивания по четырехмерным объемам» (по аналогии со «взвешиванием по площадям») наравне со значениями полей в соседних узлах этой сети. Например, в начальный момент

текущего временного шага на частицу действуют только поля, вычисленные по состоянию на начало этого шага; в конечный момент – по состоянию на конец шага. Все остальное время частица испытывает воздействие обоих значений полей с весом, обратно пропорциональным интервалу между текущим моментом и началом (концом) данного временного шага.

Для расчета полей в конце шага необходима экстраполяция положения макрочастиц на этот момент. Ее целесообразно выполнять одношаговым методом небольшого порядка точности (1 или 2), который не требует больших затрат машинного времени. В результате алгоритм моделирования электронно-волновой системы превращается в разновидность метода прогноза и коррекции.

Четырехмерный метод CIC, в отличие от NGP, позволяет сглаживать как пространственные, так и временные флуктуации полей. Однако ему присущ недостаток. Если происходит переход макрочастицы из одной ячейки пространственной сети в другую, необходимо заново вычислять большое число коэффициентов. Поэтому предлагается использовать другой алгоритм, который можно назвать интерполяцией полиномами со сглаживанием (Polynomials With Smoothing, PWS) [20]. Пересчет полей в место расположения частицы здесь осуществляется не с использованием четырехмерных объемов, а с помощью полиномов первой степени вида

$$\vec{E}(t, x, y, z) = \vec{a}_{E0} + \vec{a}_{Et} \cdot (t - t_0) + \vec{a}_{Ex} \cdot (x - x_0) + \vec{a}_{Ey} \cdot (y - y_0) + \vec{a}_{Ez} \cdot (z - z_0), \quad (8)$$

где $\vec{a}_{E0}, \vec{a}_{Et}, \vec{a}_{Ex}, \vec{a}_{Ey}, \vec{a}_{Ez}$ – коэффициенты полинома; t_0, x_0, y_0, z_0 – координаты центра четырехмерной ячейки сети дискретизации, в которой находится макрочастица.

Коэффициентами $\vec{a}_{E0} \dots \vec{a}_{Ez}$ можно пользоваться, даже если частица перешла в другую ячейку. При этом интерполяция полиномом (8) превращается в экстраполяцию, однако в правильно построенных моделях смещение частицы за шаг не превышает пространственной диагонали ячейки и увеличение модельных шумов незначительно. Количество операций для расчета правой части уравнения движения в соответствии с формулой (8) сведено к минимуму. Основной объем вычислений выполняется при нахождении значений коэффициентов $\vec{a}_{E0} \dots \vec{a}_{Ez}$ один раз на шаге для каждой макрочастицы.

Расчет этих коэффициентов целесообразно производить с помощью «двухэтапного» метода, при котором на первом этапе вычисляются значения полей во всех 16 узлах сети, окружающих четырехмерную ячейку. На втором этапе рассчитываются собственно коэффициенты $\vec{a}_{E0} \dots \vec{a}_{Ez}$. Поскольку количество их меньше числа узлов, используется сглаживание по методу наименьших квадратов. Заметим, что в сглаживании участвует вдвое больше узлов, чем при только пространственной интерполяции. Именно за счет этого уменьшается амплитуда высших временных гармоник полей.

Во избежание «самодействия» частиц, в методе PWS раздача заряда макрочастицы по окружающим ее узлам четырехмерной сети производится по формулам, обратным формуле (8), и выражениям для расчета коэффициентов интерполирующих полиномов. Экстраполяция положения частицы на конец следующего временного шага выполняется модифицированным методом Эйлера (второй порядок точности для координат), требующим небольшого количества операций и не увеличивающим затрат оперативной памяти.

Недостаток распространения методов CIC и PWS на временную координату – необходимость двукратного вычисления полей на каждом временном шаге. Однако в большинстве моделей решение уравнения Пуассона занимает значительно меньше времени, чем расчет траекторий частиц. Поэтому затраты ресурсов ЭВМ можно скомпенсировать уменьшением общего количества рассматриваемых макрочастиц, допустимым благодаря дополнительному сглаживанию флуктуаций полей во времени.

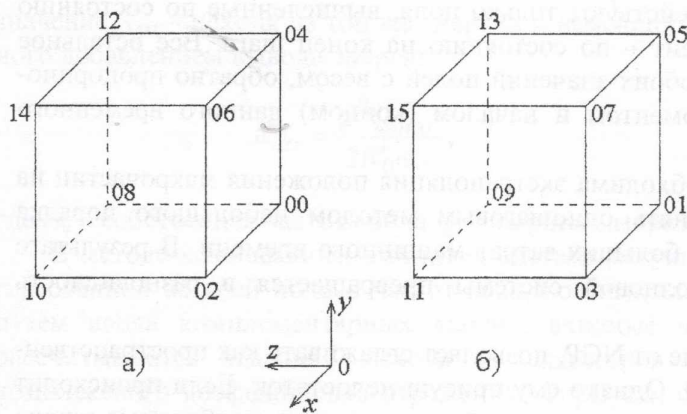


Рис. 3

Рассмотрим пример реализации метода PWS в трехмерной модели электронного потока (аналогичные выражения для двумерного случая приведены в работе [21]). Пронумеруем узлы четырехмерной пространственно-временной ячейки двоичными числами от 0000 до 1111 (десятичные от 00 до 15) согласно шаблону ZYXT. Здесь двоичный нуль означает узел с меньшей координатой, двоичная единица – с большей (см. рис. 3а и рис. 3б, построенные на моменты начала и конца временного шага

соответственно). Обозначим значения напряженности электрического поля в узле с номером nn ($t_{nn}, x_{nn}, y_{nn}, z_{nn}$) как \vec{E}_{nn} . Эти значения могут быть вычислены одним из известных способов – например, потенциальная составляющая – конечно-разностным методом, соленоидальная – в виде суммы пространственных гармоник. После минимизации отклонения

$$\sum_{nn=00}^{15} [\vec{E}(t_{nn}, x_{nn}, y_{nn}, z_{nn}) - \vec{E}_{nn}]^2$$

получаем следующие выражения для коэффициентов интерполирующего полинома (8):

$$\begin{aligned} \bar{a}_{E0} &= (+\vec{E}_{00} + \vec{E}_{01} + \vec{E}_{02} + \vec{E}_{03} + \vec{E}_{04} + \vec{E}_{05} + \vec{E}_{06} + \vec{E}_{07} + \\ &\quad + \vec{E}_{08} + \vec{E}_{09} + \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11} + \vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{14} + \vec{E}_{15})/16, \\ \bar{a}_{Et} &= (-\vec{E}_{00} + \vec{E}_{01} - \vec{E}_{02} + \vec{E}_{03} - \vec{E}_{04} + \vec{E}_{05} - \vec{E}_{06} + \vec{E}_{07} - \\ &\quad - \vec{E}_{08} + \vec{E}_{09} - \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11} - \vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} - \vec{E}_{14} + \vec{E}_{15})/8\Delta t, \\ \bar{a}_{Ex} &= (-\vec{E}_{00} - \vec{E}_{01} + \vec{E}_{02} + \vec{E}_{03} - \vec{E}_{04} - \vec{E}_{05} + \vec{E}_{06} + \vec{E}_{07} - \\ &\quad - \vec{E}_{08} - \vec{E}_{09} + \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11} - \vec{E}_{12} - \vec{E}_{13} + \vec{E}_{14} + \vec{E}_{15})/8\Delta x, \\ \bar{a}_{Ey} &= (-\vec{E}_{00} - \vec{E}_{01} - \vec{E}_{02} - \vec{E}_{03} + \vec{E}_{04} + \vec{E}_{05} + \vec{E}_{06} + \vec{E}_{07} - \\ &\quad - \vec{E}_{08} - \vec{E}_{09} - \vec{E}_{10} - \vec{E}_{11} + \vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{14} + \vec{E}_{15})/8\Delta y, \\ \bar{a}_{Ez} &= (-\vec{E}_{00} - \vec{E}_{01} - \vec{E}_{02} - \vec{E}_{03} - \vec{E}_{04} - \vec{E}_{05} - \vec{E}_{06} - \vec{E}_{07} + \\ &\quad + \vec{E}_{08} + \vec{E}_{09} + \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11} + \vec{E}_{12} + \vec{E}_{13} + \vec{E}_{14} + \vec{E}_{15})/8\Delta z, \end{aligned} \quad (9)$$

где Δt , Δx , Δy , Δz – размеры четырехмерной ячейки. Двухэтапный расчет коэффициентов обладает важным преимуществом. Значения полей \vec{E}_{nn} в отдельных узлах, вычисленные один раз на временном шаге, могут быть табулированы в оперативной памяти. Их можно затем использовать для расчета коэффициентов $\bar{a}_{E0} \dots \bar{a}_{Ez}$ в этой же ячейке (для другой частицы) или в соседних по пространству ячейках на протяжении текущего временного шага.

Экстраполяция координаты и скорости макрочастицы на конец следующего временного шага выполняется по формулам:

$$\vec{v}_X = \vec{v}_E + (\vec{v}_E - \vec{v}_B),$$

$$\vec{r}_X = \vec{r}_E + (\vec{v}_E + \vec{v}_X)\Delta t/2,$$

где индекс *B* (Begin) соответствует началу текущего временного шага; индекс *E* (End) – концу его; индекс *X* (eXtrapolated) – концу следующего временного шага. Экстраполяция выполняется непосредственно после обработки каждой частицы, когда ее старые координаты (*B*) еще не обработаны.

Распределение зарядов макрочастиц по узлам четырехмерной сети дискретизации выполняется дважды: в начале (при $t-t_0 = -\Delta t/2$) и в конце (при $t-t_0 = +\Delta t/2$) следующего временного шага. Весовые коэффициенты для узлов с номерами *m* записываются как выражения, обратные полиному (8) и формулам (9):

$$K_{00} = 1/16 - (t-t_0)/8\Delta t - (x-x_0)/8\Delta x - (y-y_0)/8\Delta y - (z-z_0)/8\Delta z,$$

$$K_{01} = 1/16 + (t-t_0)/8\Delta t - (x-x_0)/8\Delta x - (y-y_0)/8\Delta y - (z-z_0)/8\Delta z,$$

$$K_{02} = 1/16 - (t-t_0)/8\Delta t + (x-x_0)/8\Delta x - (y-y_0)/8\Delta y - (z-z_0)/8\Delta z,$$

$$K_{03} = 1/16 + (t-t_0)/8\Delta t + (x-x_0)/8\Delta x - (y-y_0)/8\Delta y - (z-z_0)/8\Delta z,$$

$$K_{15} = 1/16 + (t-t_0)/8\Delta t + (x-x_0)/8\Delta x + (y-y_0)/8\Delta y + (z-z_0)/8\Delta z$$

(они приведены неполностью, поскольку порядок знаков достаточно очевиден). В отличие от метода SIC, алгоритм PWS не обеспечивает непрерывности весовых коэффициентов при смещении частицы относительно узлов сети дискретизации. Тем не менее, размер скачка здесь не превышает 3/16 соответствующего значения в методе NGP, что можно считать достаточно малым.

Недостаток алгоритма раздачи заряда в методе PWS – возможность появления в некоторых узлах положительной плотности объемного заряда вследствие отрицательности некоторых коэффициентов K_m . Такая ситуация может иметь место, в частности, на границе электронной втулки. Однако существенных последствий с точки зрения результатов моделирования она не влечет.

Таким образом, в данной и предыдущих работах рассмотрены некоторые особенности методики построения спектральных моделей систем со скрещенными полями и других СВЧ-приборов и установок, отличающие эти модели от известных стационарных и нестационарных алгоритмов моделирования подобных радиофизических систем. Разумеется, описанные методы являются лишь одним из возможных вариантов, не исключающим использования альтернативных подходов и алгоритмов аналогичного назначения. Тем не менее, в них, по-видимому, впервые использовалась нестационарная методика моделирования систем «электронный поток + замедленная электромагнитная волна» (на примере приборов М-типа) для немонахроматических соленоидальных полей с произвольным спектром, в сочетании с параметрическими методами гармонического и спектрального анализа возбуждающих токов и результатов моделирования. Это позволило получить качественно новые результаты с точки зрения возможности компьютерного анализа частотных зависимостей выходных параметров СВЧ-прибора.

Список литературы: 1. Gritsunov A.V. On Spectral Modeling of Microwave Devices // *Telecomm. and Radio Engineering*. 2001. V. 55, No. 8. P. 98 – 102. 2. Грицунов А.В. К выводу уравнения возбуждения цепочки связанных резонаторов для метода мгновенных значений // *Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб.* 2001. Вып. 121. С. 156 – 162. 3. Грицунов А.В. К выводу уравнения возбуждения периодической замедляющей системы для метода комплексных амплитуд // Там же. Вып. 122. С. 169 – 178. 4. Грицунов А.В. К расчету коэффициентов матричного уравнения возбуждения резонаторной замедляющей системы // Там же. 2002. Вып. 124. С. 16 – 23. 5. Грицунов А.В. К решению матричного уравнения возбуждения резонаторной замедляющей

- системы // Там же. Вып. 125. С. 101 – 105. 6. Грицунов А.В. К интегрированию матричного уравнения возбуждения резонаторной замедляющей системы // Там же. Вып. 127. С. 89 – 94. 7. Герасимов В.П., Грицунов А.В., Писаренко В.М. К моделированию граничных условий в цепочке связанных резонаторов для метода мгновенных значений // Там же. Вып. 129. С. 119 – 126. 8. Грицунов А.В., Чурюмов Г.И. К моделированию прохождения радиоимпульса через нелинейную структуру медленной волны // Там же. Вып. 130. С. 60 – 67. 9. Gritsunov A.V., Turenko L.Y. Harmonic Decomposition of an Exciting Current at Electron Devices Simulation // *Telecomm. and Radio Engineering*. 2002. V. 57. 10. Рошаль А.С. Моделирование заряженных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1974. 224 с. 11. Грицунов А.В. Адаптивный метод комплексных амплитуд в спектральных моделях СВЧ-приборов // Материалы междунар. конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь: «Вебер». 2001. С. 224 – 227. 12. Грицунов А.В., Шейн А.Г. Моделирование на ЭВМ переходных процессов при взаимодействии электронного потока с обратной волной в усилителях М-типа с распределенной эмиссией // *Радиотехника: Всеукр. междувед. науч.-техн. сб.* 1983. Вып. 65. С. 93 – 99. 13. Грицунов А.В. Моделирование нестационарных режимов СВЧ-усилителей типа М с распределенной эмиссией // Там же. 1984. Вып. 70. С. 90 – 100. 14. Хокни Р., Истеуд Дж. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987. 640 с. 15. Грицунов А.В. Об автоматизации определения коэффициента кратности макрочастиц // *Радиотехника: Всеукр. междувед. науч.-техн. сб.* 2001. Вып. 118. С. 102 – 104. 16. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с. 17. Нікітенко О.М. Розподілення електростатичного потенціалу між циліндричними електродами складної конфігурації // *Радиотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб.* 2001. Вип. 117. С. 112 – 116. 18. MacGregor D.M. Computer Modeling of Crossed-Field Tubes // *Applications of Surface Science*. 1981. Vol. 8. P. 213 – 224. 19. Грицунов А.В. О сглаживании выходных параметров нестационарных моделей // *Радиотехника: Всеукр. междувед. науч.-техн. сб.* 2001. Вып. 120. С. 119 – 122. 20. Gritsunov A.V. About Simulation of Fields in Large Particles Model // *Proc. SBMO/IEEE MTT-S Int. Microwave and Optoelectronics Conf. Natal (Brazil)*. 1997. P. 517 – 519. 21. Моделювання динаміки часток в нестационарних моделях приладів зі схрещеними полями // *А.В. Васянович, О.В. Грицунов та ін. // Теоретична електротехніка: Зб. наук. праць / Львівський нац. ун-т ім. І. Франка*. 2002. Вип. 56. С. 54 – 59.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.12.2002