

ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ НИТИ, РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ВБЛИЗИ СИСТЕМЫ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ

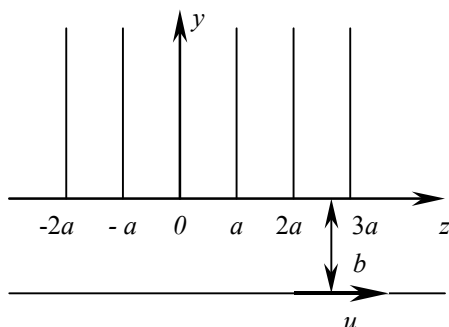
РУЖЕНЦЕВ И.В., ХМЕЛЬ С.И., ЧУМАЧЕНКО В.С.

Приводится строгое решение задачи о заряженной нити, которая движется равномерно вблизи системы металлических полуплоскостей. Определяется поле излучения для указанной структуры.

Равномерное прямолинейное движение заряженных частиц, нитей и потоков частиц вблизи какой-либо неоднородности или системы неоднородностей порождает радиационный эффект, который называется дифракционным излучением [1]. Это явление служит основой целого раздела электроники — дифракционной электроники, для которой характерны самостоятельные теоретические и экспериментальные методы исследования, а также важные технические приложения [2].

Цель настоящей статьи — найти поле излучения заряженной нити, равномерно движущейся вблизи системы равноотстоящих идеально проводящих металлических полуплоскостей. Такая задача неизбежно возникает при движении заряженного тела, в том числе пучка частиц, вблизи периодических структур. Решение ее, предложенное, например, в [1], выглядит слишком приближенным, требует при расчетах учитывать огромное число (несколько сотен) пространственных гармоник. В этой связи представляется необходимым провести более строгое решение указанной задачи с тем, чтобы в дальнейшем исследовать результаты для анализа других, более сложных периодических структур.

Пусть указанные полуплоскости (рисунок) описываются уравнениями $z = na$, $y > 0$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) и пусть вблизи этой системы полуплоскостей движется с постоянной скоростью u однородно заряженная нить с линейной плотностью заряда q . Уравнение траектории нити имеет вид $y = -b$, $z = ut$.



Задача состоит в определении составляющих электромагнитного поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, возбуждаемых заданным источником и удовлетворяющих граничным условиям на металлических пластинах.

Поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ определяются из выражений []:

$$\vec{E} = \text{grad div } \vec{\Pi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\Pi}}{\partial t^2}; \quad (1)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{\Pi}, \quad (2)$$

где c — скорость света в вакууме; $\vec{\Pi} \equiv \vec{\Pi}(\vec{r}, t)$ — вектор Герца, который, в свою очередь, можно представить в виде интеграла Фурье:

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\Pi}_{\omega}(\vec{r}, t) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (3)$$

Здесь $\vec{r}$ — радиус-вектор; $\vec{\Pi}_{\omega}(\vec{r}, t)$ — ; ω — частота. Дальнейшее рассмотрение относится к Фурье-компонентам, соответствующим частоте ω .

Представим $\vec{\Pi}_{\omega}(\vec{r}, t)$ (в дальнейшем $\vec{\Pi}_{\omega}$) в формуле (3) в виде суммы

$$\vec{\Pi}_{\omega} = \vec{\Pi}_{\omega}^0 + \vec{\Pi}_{\omega}^1, \quad (4)$$

где

$$\vec{\Pi}_{\omega}^0 = \vec{z}_0 \Pi_{\omega z}^0 \equiv \frac{-\vec{z}_0 q}{i\omega k \gamma} e^{i\varphi_{\omega}(y, z)},$$

$$\varphi_{\omega}(y, z) = -k\gamma |y + b| + i\frac{\omega}{u} z, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad \beta = \frac{u}{c},$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta} \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \vec{\Pi}_{\omega}^1 = \vec{y}_0 \Pi_{\omega y}^1, \quad \vec{\Pi}_{\omega y}^1 = \Pi_{\omega y}^1(y, z),$$

$\vec{y}_0$ и $\vec{z}_0$ — единичные векторы.

В выражении (4) вектор $\vec{\Pi}_{\omega}^0$ описывает поле заряженной нити в свободном пространстве, с помощью вектора $\vec{\Pi}_{\omega}^1$ находится свободное поле, которое надо добавить к полю заряженной нити для того, чтобы удовлетворить граничным условиям на металлических пластинах. Составляющую вектора $\vec{\Pi}_{\omega}^1$ для области значений z , ограниченной неравенствами $na \leq z \leq (n+1)a$, представим в таком виде [2]:

$$\Pi_{\omega y}^1(y, z) = -\frac{2\pi i}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) \Phi_n(z, w) e^{iwy} dw, \quad (5)$$

$$\Phi_n(z, w) = \left(\sin \{ v [z - a(n+1)] \} - e^{\frac{i\omega}{u} a} \sin \{ v(z - az) \} \right) \Phi_n^1(w),$$

$$\Phi_n^1(w) = \frac{e^{\frac{i\omega}{u} an}}{v \left[\cos(va) - \cos \left(a \frac{\omega}{u} \right) \right]}, \quad v = \sqrt{k^2 - w^2}.$$

Тогда Фурье-компонента тока, наведенного на пластине с номером m , представится так

$$j_{\omega m}(y) = e^{\frac{i\omega}{u} an} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{iwy} dw, \quad (6)$$

где $F(w)$ – искомая функция, определяемая при выполнении граничных условий. Когда функции $\Pi_{\omega y}^1(y, z)$ известны, компоненты искомого поля излучения определяются по формулам:

$$H_{\omega x}^1 = ik \frac{\partial \Pi_{\omega y}^1(y, z)}{\partial z}; \quad E_{\omega z}^1 = \frac{\partial^2 \Pi_{\omega y}^1(y, z)}{\partial z \partial y};$$

$$E_{\omega y}^1 = \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Pi_{\omega y}^1(y, z). \quad (7)$$

Выполняя граничные условия, т.е. приравнявая нулю тангенциальную составляющую электрического поля на металлических пластинах ($z = au, y > 0$) и тока на продолжении пластин ($z = au, y < 0$), получаем систему парных интегральных уравнений для искомой функции $F(w)$ [2]:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{iwy} dw = 0, & y < 0; \\ \int_{-\infty}^{\infty} F(w) L(w) e^{iwy} dw = \frac{q\omega}{2\pi i u} e^{-k\gamma(y+b)}, & y > 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{где } L(w) = \frac{v \sin(va)}{\cos(av) - \cos \left(a \frac{\omega}{u} \right)}.$$

Решая систему дуальных интегральных уравнений (8), получаем

$$F(w) = \frac{qa\omega e^{-k\gamma b}}{i2\pi u(k\gamma + iw)} M(\omega, u, a), \quad (9)$$

$$\text{где } M(\omega, u, a) = \frac{\cos \left(ka \sqrt{1 + \gamma^2} \right) - \cos \left(a \frac{\omega}{u} \right)}{i2\pi ka \sqrt{1 + \gamma^2}}.$$

Использование формул (5), (7) и (9) позволяет найти поле излучения заряженной нити, равномерно движущейся вблизи системы металлических полуплоскостей.

Поступила в редколлегию 07.02.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Лучанинов А.И.

Литература: 1. Шестопалов В.П. Дифракционная электроника. 1976. 2. Доклады Академии наук СССР. 1964. Т. 156. №4. С. 770-773.

Руженцев Игорь Викторович, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой метрологии и измерительной техники ХТУРЭ. Научные интересы: радиофизика и измерительная техника. Адрес: Украина, 61726, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. 40-93-31.

Хмель Сергей Иванович, соискатель кафедры МИТ ХТУРЭ. Научные интересы: радиофизика и измерительная техника. Адрес: Украина, 61726, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. 14-08-02.

Чумаченко Виктор Савельевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Харьковского научного физико-технологического центра НАНУ. Научные интересы: математическая физика. Адрес: Украина, 61145, Харьков, ул. Новгородская, 1. тел. 32-45-67.