

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Гусарова И.Г., Мелиневский Д.В., Харьковский национальный университет
радиоэлектроники

С целью обеспечения безаварийности и эффективности работы газотранспортной системы (ГТС) особое значение имеет проблема полноценного и адекватного моделирования режимов работы ГТС.

Решение этой проблемы скрыто в оперативном управлении транспортом газа, которое невозможно без полной автоматизации технологических процессов. А полная автоматизация невозможна без предварительного создания математических моделей и методов, которые учитывали бы все особенности режимов течения газа, а также позволяли вести расчет параметров газового потока с необходимой точностью и необходимым быстродействием.

Мы будем рассматривать аварийные или нештатные ситуации, связанные с отключением или подключением крупных потребителей, несанкционированным отбором или утечкой в конце участка трубопровода (УТ). В этом случае режимы течения газа являются нестационарными неизотермическими.

Цель работы: выбор математической модели нестационарных неизотермических режимов течения газа (ННРТГ) по УТ, применение метода конечных разностей с использованием неравномерной и равномерной конечно-разностной сетки для решения уравнений математической модели, сравнение выбранных методов, а также построение алгоритмов решения разностной системы уравнений и анализ результатов численных экспериментов.

В качестве математической модели ННРТГ по УТ, предлагается квазилинейная система дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, полученная из общих уравнений газовой динамики для одномерного случая [1]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi)$$

где B, Φ – матрицы, элементы которых заданные непрерывные и непрерывно дифференцируемые в некоторой области изменения своих аргументов функции переменных x, t, W, P, T ; $\phi = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$ – некоторое непрерывно дифференцируемое в области $G = \{(x, t) : 0 \leq x \leq L, 0 \leq t \leq T_k\}$ решение уравнения (1). При этом математическая модель дополняется заданными начальным распределением параметров газового потока (удельного массового расхода, давления, температуры) и граничными условиями.

Применяем метод конечных разностей к системе (1), дополненной начальными и граничными условиями. Для получения численного решения системы разделим отрезок $[0, L]$ на n отрезков, длиной Δx , а затем первый и последний отрезки делим пополам. Получим $n+2$ отрезка. Первый, второй,

последний и предпоследний длиной $\frac{\Delta x}{2}$, остальные длиной Δx , а так же $n+3$ точки разбиения $x_i, i=\overline{0, n+2}$. Таким образом, имеем неравномерную конечно-разностную координатную сетку. Кроме того, данная сетка имеет первый порядок по временной переменной. [2] Для того, чтобы получить равномерную сетку, нужно разделить отрезок $[0, L]$ на n отрезков, длиной Δx . Равномерная сетка имеет второй порядок по пространственной переменной и первый по временной переменной.

Получаем общие формулы для нахождения производных $\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_i^k, \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_i^k$. С

учётом этих формул получаем систему разностных уравнений.

Решением полученной разностной системы уравнений являются вектора $\varphi^k = (\varphi_0^k, \varphi_1^k, \varphi_2^k, \dots, \varphi_i^k, \dots, \varphi_n^k, \varphi_{n+1}^k, \varphi_{n+2}^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_{n+2}^k, P_{n+2}^k, T_{n+2}^k)$ для
 неравномерной сетки и
 $\varphi^k = (\varphi_0^k, \varphi_1^k, \varphi_2^k, \dots, \varphi_i^k, \dots, \varphi_n^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k)$ для
 равномерной сетки.

Нелинейную систему будем решать методом Ньютона. Для этого находятся компоненты вектора невязок и матрица Якоби.

Предлагаются алгоритмы, позволяющие найти значения параметров на k -ом временном слое, зная параметры с предыдущего временного слоя и граничные условия.

Для решения поставленной задачи расчета ННРТГ для УТ был создан программный продукт, написанный в математическом пакете Mathematica 8.0., позволяющий рассчитывать параметры газового потока по УТ на каждом временном слое и в каждой точке разбиения. Эти параметры газового потока зависят от начального распределения и граничных условий.

Проводится сравнение рассматриваемых методов. Результаты ряда проведенных численных экспериментов показывают хорошие показатели по точности найденных параметров газового потока и по времени расчета этих параметров для обоих методов.

Список литературы

1. Каминская А.В., Гусарова И.Г. Численный анализ режимов работы газораспределительных сетей высокого давления // Радиоэлектроника и информатика. – 2011. – №3(54). – С.50–54.
2. Гусарова И.Г., Мелиневский Д.В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей // Системи Обробки Інформації: збірник наукових праць. – 2016. – Вип. 4(141) – С.23–27.