

ВЗАИМНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕЖДУ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ДИПОЛЯМИ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Введение

Исследование влияния диссипативных сред на эффективность излучателей электромагнитных волн и их взаимодействие в составе решеток составляет важную часть теории и практики антенн. В работах [1-3] разработана методика численной оценки взаимного влияния и КПД дипольных антенн, расположенных вблизи диссипативного полупространства. В [3] приведен метод расчета взаимных импедансов между горизонтальными электрическими диполями (ГЭД), размещенными над поверхностью реальной земли. Однако приведенные там соотношения неприменимы для случая, когда оба ГЭД лежат непосредственно на поверхности раздела двух сред. В настоящей работе делается попытка устранить этот пробел.

Основные соотношения

Рассмотрим два электрических диполя Герца с номерами m и n , оси которых лежат в плоскости раздела двух сред. Положим, что верхняя среда является идеальным диэлектриком с параметрами ϵ_1, μ_1 , а нижняя – реальным диэлектриком с параметрами $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$. Для описания геометрии задачи введем прямоугольную систему координат и совместим плоскость $z = 0$ с поверхностью раздела. Будем считать, что оба диполя ориентированы параллельно оси y (рис.1) и имеют электрические моменты $\vec{p}_i = \vec{y}^0 I_i l_i$, где I_i – амплитуда тока на n -м диполе, l_i – его длина. Положим также, что центр m -го диполя расположен в начале координат, а центр n -го – в точке $Q_n = (x_n, y_n)$.

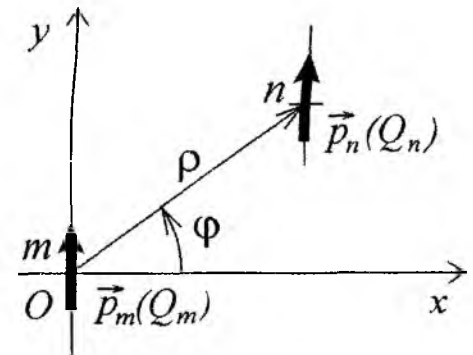


Рис. 1

В работе [1] с использованием метода наводимых ЭДС и разложения электромагнитных полей в спектр плоских волн получено следующее выражение для расчета взаимного импеданса между двумя параллельными ГЭД, расположенными над границей раздела двух сред:

$$Z_{mn} = Z_{mn}^{\infty} + \Delta Z_{mn}. \quad (1)$$

Здесь Z_{mn}^{∞} – слагаемое, описывающее взаимный импеданс для случая $\sigma_2 \rightarrow \infty$, а ΔZ_{mn} – поправочный член, учитывающий параметры реальной земли:

$$\frac{\Delta Z_{mn}}{R_{00}} = -\frac{3}{2} \int_0^{\infty} \left(\frac{j\gamma_1}{k_1} T_{\epsilon} A + \frac{k_1}{j\gamma_1} \tilde{T}_{\mu} B \right) e^{-\gamma_1 \zeta} v dv, \quad (2)$$

$$\text{где } \begin{cases} A \\ B \end{cases} = J_0(k_1 v \rho) \begin{cases} \sin^2 \varphi \\ \cos^2 \varphi \end{cases} \pm \frac{J_1(k_1 v \rho)}{k_1 v \rho} \cos 2\varphi; \quad T_{\epsilon} = \frac{2\gamma_2 \epsilon_1}{\gamma_1 \epsilon_2 + \gamma_2 \epsilon_1}; \quad \tilde{T}_{\mu} = \frac{2\gamma_1 \mu_2}{\gamma_1 \mu_2 + \gamma_2 \mu_1};$$

z_m и z_n – высоты расположения центров m -го и n -го диполей, соответственно; $\zeta = z_m + z_n$,

$\rho = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$; $\varphi = \arctg \frac{y_n}{x_n}$; $k_{1,2} = \omega \sqrt{\epsilon_{1,2} \mu_{1,2}}$, $\gamma_{1,2} = \sqrt{v^2 - k_{1,2}^2}$, $R_{00} = 20 k_1^2 l_m l_n$, $J_n(x)$ –

функция Бесселя первого рода n -го порядка.

Для диполей, лежащих на поверхности раздела ($\zeta = 0$), первое слагаемое в (1) равно нулю ($Z_{mn}^\infty = 0$), с учетом чего выражение для нормированного взаимного импеданса можно и записать в следующем виде:

$$z_{mn} = \frac{Z_{mn}}{R_{00}} = -j \frac{3}{2} \int_0^\infty f(v) dv, \quad (3)$$

$$\text{где } f(v) = \left(\frac{\gamma_1}{k_1} T_\varepsilon A - \frac{k_1}{\gamma_1} \tilde{T}_\mu B \right) v.$$

Несобственный интеграл в (3) является сходящимся, однако его частичное интегрирование оказывается затруднительным из-за специфики поведения подынтегральной функции $f(v)$ при $v \rightarrow \infty$. Дело в том, что входящие в $f(v)$ функции Бесселя обуславливают появление в ней осцилляций, период которых в области больших v составляет примерно $\rho \lambda$. С ростом v , начиная с некоторого его значения $v = v_q$, амплитуды этих осцилляций монотонно возрастают, стремясь вместе с v к бесконечности. Это обстоятельство практически исключает возможность численного интегрирования $f(v)$ вдоль вещественной оси. Преобразование (3) в контурный интеграл и смещение пути интегрирования в комплексную плоскость может заметно снизить амплитуды осцилляций $f(v)$ и изменить характер ее поведения при $v \rightarrow \infty$, однако при этом остается открытым вопрос об оптимальном выборе пути интегрирования, обеспечивающем быструю его сходимость [4].

Для обеспечения уверенной сходимости рассматриваемого интеграла воспользуемся следующим приемом. Выделим из подынтегрального выражения асимптотическую часть, которая интегрируется аналитически, и оценим скорость сходимости интеграла от полученного остатка. В качестве асимптотических слагаемых удобно использовать выражения, описывающие спектральные представления функции Грина или ее производных, например:

$$\int_0^\infty J_0(v\rho) \frac{e^{-j\zeta\sqrt{v^2-k^2}}}{\sqrt{v^2-k^2}} v dv = \frac{e^{-jkR}}{R}, \quad \int_0^\infty J_1(v\rho) \frac{e^{-j\zeta\sqrt{v^2-k^2}}}{\sqrt{v^2-k^2}} v^2 dv = -\frac{\partial}{\partial \rho} \frac{e^{-jkR}}{R} \text{ и т.д.,}$$

$$\text{где } R = \sqrt{\rho^2 + \zeta^2}.$$

Применяя такую операцию к интегралу (3), можно получить следующее выражение:

$$z_{mn} = \frac{Z_{mn}}{R_{00}} = -j \frac{3}{2} \left\{ \left[f_S - \frac{k_2^2 - k_1^2}{4k_{12}^4} \frac{k_2^2}{k_1 \rho} - j \left(1 + \frac{1}{jk_{12}\rho} \right) \frac{e^{-jk_{12}\rho}}{k_{12}^2 \rho^2} \right] \sin^2 \varphi - \left[f_C + \frac{e^{-jk_{12}\rho}}{k_1 \rho} \right] \cos^2 \varphi + \frac{1}{k_1 \rho} \left[f_{01} + j \frac{k_{21}}{k_{12}} \left(1 + \frac{1}{jk_{21}\rho} \right) \frac{e^{-jk_{21}\rho}}{k_{12} \rho} \right] \cos 2\varphi \right\}, \quad (4)$$

в котором f_S , f_C и f_{01} – интегралы от остатков подынтегральной функции $f(v)$ после выделения из нее асимптотических слагаемых:

$$f_S = \int_0^\infty J_0(v\rho) \left[\left(\frac{2\gamma_2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} - \frac{1}{k_{12}^2} \right) \gamma_1 v + \frac{k_2^2}{4} \frac{k_2^2 - k_1^2}{k_{12}^4} \right] \frac{dv}{k_1};$$

$$f_C = \int_0^\infty J_0(v\rho) \left(\frac{2}{\gamma_1 + \gamma_2} - \frac{1}{\gamma_{12}} \right) \frac{v dv}{k_1};$$

$$f_{01} = \int_0^\infty J_1(v\rho) \left(\frac{2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} - \frac{1}{k_{12}^2 \gamma_{21}} \right) k_1 v^2 \frac{dv}{k_1}; \quad (5)$$

где $k_{12}^2 = (k_1^2 + k_2^2)/2$; $k_{21} = k_1 k_2 / k_{12}$, $\gamma_{12} = \sqrt{v^2 - k_{12}^2}$, $\gamma_{21} = \sqrt{v^2 - k_{21}^2}$.

Результаты выделения асимптотической части из интеграла (3) рассмотрим на примере слагаемого f_{01} (5), для чего представим его в следующем виде:

$$f_{01} = \int_0^{\infty} [g_{01}(v) - g_{a1}(v)] \frac{dv}{k_1}, \quad g_{01}(v) = J_1(v\rho) \frac{2k_1 v^2}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1}, \quad g_{a1}(v) = J_1(v\rho) \frac{k_1 v^2}{k_{12}^2 \gamma_{21}}.$$

Нетрудно убедиться, что амплитуда осцилляций исходной функции $g_{01}(v)$ при $v \rightarrow \infty$ неограниченно растет по закону $v^{1/2}$. Выделение из нее асимптотической части приводит к тому, что ее остаток $\bar{g}_{01}(v) = g_{01}(v) - g_{a1}(v)$ становится убывающей функцией, которая с ростом v стремится к нулю со скоростью примерно три порядка на декаду. График функции $\bar{g}_{01}(v)$ приведен на рис.2,а, на котором можно заметить острые пики вблизи точек ветвления, которые могут затруднить операцию ее численного интегрирования. Однако эти колебания можно сгладить, если сместить путь интегрирования $\kappa(v)$ на плоскость комплексного переменного. В данном случае в качестве такого пути удобно выбрать линию, описанную известным законом распределения Рэлея:

$\kappa(v) = v + j \frac{qv}{s^2} e^{-v^2/2s^2}$, где q и s – параметры, определяющие положение и величину смещения

максимума кривой $\kappa(v)$ от вещественной оси. На рис. 2,б показан график функции $\bar{g}_{01}[\kappa(v)]$ вдоль выбранного пути при $q = s = 1$. Здесь функция является достаточно гладкой и ее численное интегрирование не должно составлять каких-либо затруднений. При расчете представленных кривых полагалось, что $\rho/\lambda = 1$, а параметры сред взяты такими же, как в описанном ниже примере.

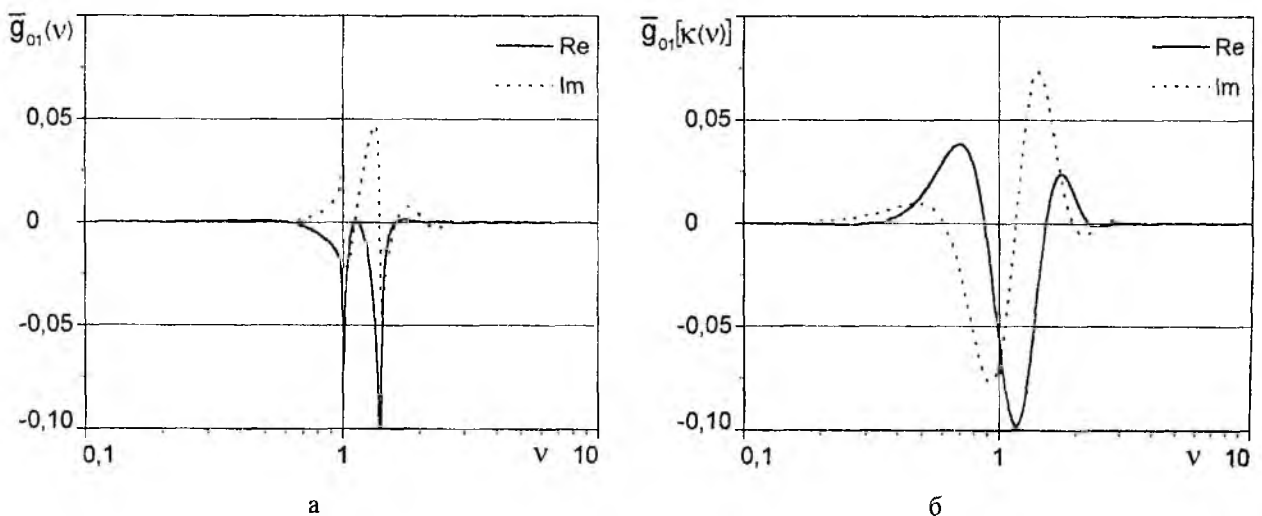


Рис. 2

Численные результаты

В качестве примера приведем результаты вычисления взаимного сопротивления между двумя ГЭД, расположенными на границе раздела воздух/земля. При этом параметры земли полагались равными $\epsilon_{r2} = 10$, $\mu_{r2} = 1$ и $\sigma_2 = 0,01 (\Omega \cdot m)^{-1}$, а частота была принята равной $f = 6$ МГц. На рис.3,а представлена зависимость вещественной части нормированного взаимного импеданса между двумя параллельными ГЭД, расположенными на поверхности земли, от расстояния между ними (сплошная кривая). На этом же рисунке приведены аналогичные зависимости для двух ГЭД, которые были подняты над поверхностью земли на высоту $h = (0,001; 0,005; 0,01; 0,02)\lambda$, рассчитанные по методике, изложенной в [3].

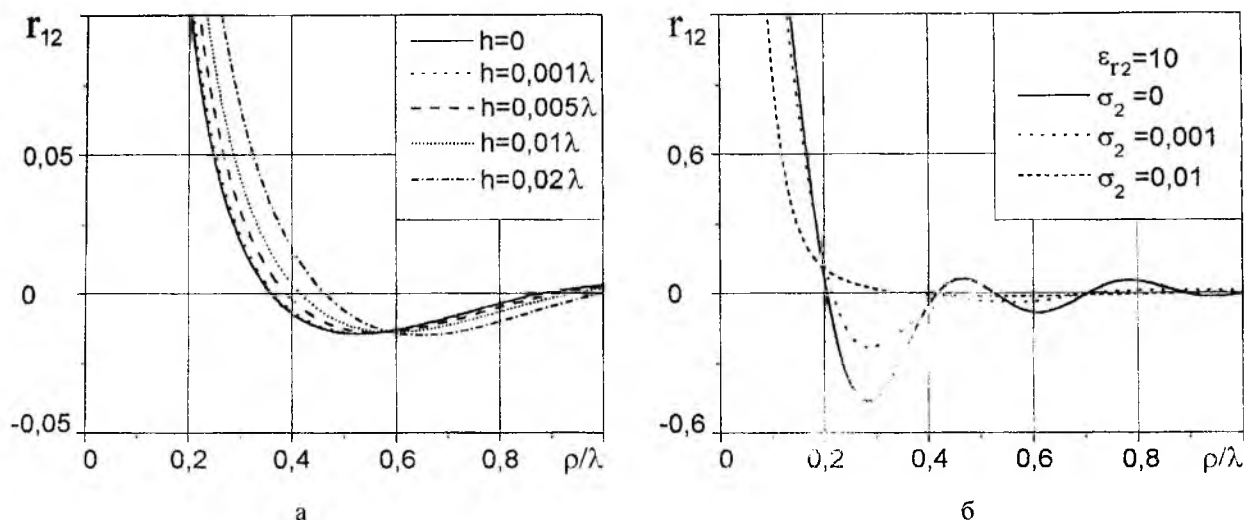


Рис. 3

Приведенное семейство кривых свидетельствует о том, что касание диполей поверхности раздела не приводит к резкому изменению характера зависимости $z_{mn}(\rho)$. Постепенные трансформации кривой $z_{mn}(\rho)$ при изменении проводимости земли демонстрируются графиками, показанными на рис.3,б. Здесь с ростом σ_2 взаимная связь между диполями сильно уменьшается, что особенно заметно при увеличении расстояния между ними и легко объяснимо с физической точки зрения. Кроме того, здесь следует отметить, что вещественная часть собственного импеданса ГЭД, лежащего на поверхности диссипативной среды, в отличие от диполя, расположенного в среде без потерь, неограниченно возрастает при стремлении его эквивалентного радиуса к нулю. Последний результат полностью согласуется с результатами работы [5], где рассмотрено излучение диполя Герца, помещенного в диссипативную среду.

Заключение

Приведенные в настоящей работе соотношения расширяют границы применимости разработанной в работе [3] методики оценки эффективности излучения линейных антенн, расположенных вблизи границы раздела двух сред, и позволяют рассчитывать их параметры и в том случае, когда антенны лежат непосредственно на границе раздела.

Список литературы: 1. Токарский П.Л. Взаимные сопротивления и КПД электрических диполей, расположенных вблизи поверхности раздела двух сред // Радиофизика и радиоастрономия. 1998. Т. 3, № 4. С. 434-440. 2. Токарский П.Л. Взаимные сопротивления и КПД вертикальных вибраторов, расположенных над поверхностью земли // Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 1999. Вып. 111. С.42-45. 3. Токарский П.Л. Взаимные сопротивления и КПД горизонтальных электрических диполей, расположенных над поверхностью земли / Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С.42-46. 4. Michalski K.A., Butler C.M. Evaluation of Sommerfeld integrals arising in the ground stake antenna problem // IEE Proc. Microwaves, Antennas and Propagation. 1987. Vol. 134. Part H. No. 1. P. 93-97. 5. Tai C.T., Colin R.E. Radiation of a Hertzian Dipole Immersed in a Dissipative Medium. IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 2000. Vol. 48. No. 10. P.1501 - 1506.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 30.06.200.