

*Н. А. КОРОБЧЕНКО, А. Н. САВЕЛЬЕВ***ВНУТРЕННЯЯ ВЗАИМНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ НАКЛОННЫХ ЩЕЛЕЙ
НА УЗКОЙ СТЕНКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА**

При расчете волноводно-щелевых антенн с низким уровнем боковых лепестков необходимо учитывать внутреннее взаимодействие щелей со основной волне и волнам высших типов [1].

Исследование взаимного влияния щелей, расположенных на широкой стенке прямоугольного волновода, проводилось в ряде работ [1; 2]. Однако этот вопрос для наклонных щелей на узкой стенке в известной литературе не нашел отражения, хотя антенны с такими излучателями находят практическое применение.

Рассмотрим прямоугольный одномодовый волновод сечением $a \times b$ с бесконечно тонкими идеально проводящими стенками. В узкой стенке волновода под углами θ_1, θ_2 прорезаны две наклонные щели (рис. 1). Ширина первой щели на узкой стенке волновода d_1 , второй d_2 . Каждая щель имеет равные зарезы в широкие стенки волновода. Глубина зарезов первой щели l_1 , второй l_2 . Осевая длина первой щели $2L_1 = \frac{b}{\cos \theta_1} + 2l_1$, второй $2L_2 = \frac{b}{\cos \theta_2} + 2l_2$, расстояние между центрами щелей d_{12} . Полагаем, что некоторые сторонние источники электромагнитных волн частоты ω возбуждают на поверхности первой щели

электрическое поле \vec{e}_1 , на поверхности второй щели — \vec{e}_2 . Требуется рассчитать взаимную внутреннюю проводимость этих щелей.

Свяжем с волноводом декартовую систему координат x, y, z так, чтобы центр первой щели совпадал с началом отсчета координаты z . Местные декартовые системы координат $u_{1,2}, v_{1,2}$ совмещены с центрами щелей. Орты $\vec{u}_{1,2}^0, \vec{v}_{1,2}^0, \vec{n}$ (\vec{n} — орт внешней нормали) образуют правые тройки векторов.

Выражение для внутренней вносимой проводимости рассматриваемых щелей согласно [3] имеет вид

$$Y_{\text{вн}} = \frac{1}{V_1 d_1} \int_{S_{\text{щ}}} \Psi_1 H_{12} ds, \quad (1)$$

где Ψ_1 — нормированная к своему максимальному значению функция распределения электрического поля вдоль оси первой щели; H_{12} — проекция на ось первой щели вектора напряженности магнитного поля, возбужденного в волноводе второй щелью; $V_1 = E_1 d_1$ — неизвестный амплитудный коэффициент, имеющий физический смысл напряжения между краями первой щели в пучности поля E_1 ; $S_{\text{щ}}$ — площадь первой щели.

Взаимная проводимость щелей определяется выражением (1) при условии $V_1 = V_2$ ($V_2 = E_2 d_2$, E_2 — амплитуда напряженности электрического поля во второй щели) и в дальнейшем ее будем обозначать Y_{12} .

Расчет Y_{12} проведем в предположении, что электрическое поле в щелях распределено по косинусоидальному закону и имеет вид $\vec{e}_{1,2} = E_{1,2} \vec{\Psi}_{1,2}$ (2), где

$$\vec{\Psi}_{1,2} = \begin{cases} z^0 \cos \frac{\pi}{2L_{1,2}} \left(\frac{b}{2 \cos \theta_{1,2}} + x \right), & y = 0, b, 0 \leq x \leq l_{1,2}; \\ v^0 \cos \frac{\pi}{2L_{1,2}} u_{1,2}, & x = 0, -\frac{b}{\cos \theta_{1,2}} \leq u_{1,2} \leq \frac{b}{\cos \theta_{1,2}}. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, задача определения внутренней взаимной проводимости сводится к расчету магнитного поля, возбужденного второй щелью в месте расположения первой щели. Если щели не пересека-

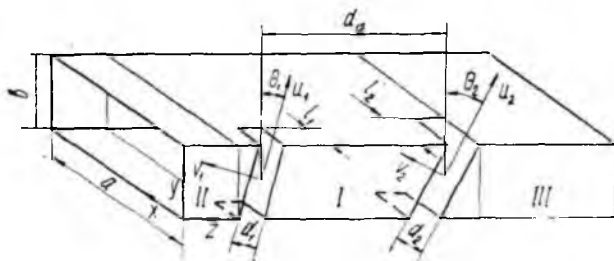


Рис. 1

ются. Это поле можно определить любым из методов, изложенных в работах [3; 4]. В общем случае, предусматривающем возможность пересечения щелей, использование этих методов затруднительно, так как возникает необходимость расчета магнитного поля на самой возбуждающей щели. Однако удобное для программирования и расчетов на ЭВМ выражение для взаимной проводимости можно получить, если отрезок волновода, включающий в себя обе щели, рассматривать как резонатор. Тогда искомое магнитное поле можно определить, используя метод расчета возбужденных полей в резонаторе, представляя его в виде суммы объемных векторных базисных функций [2; 5]. Следуя этому методу, выделим в волноводе три характерные области I, II, III (рис. 1). Под областью I будем понимать область, в которой расположены обе щели. Она ограничена поперечными сечениями $z = z_1$, $z = z_2$ и ее протяженность вдоль оси z

$$c = \frac{1}{2} \left(\frac{d_1}{\cos \theta_1} + \frac{d_2}{\cos \theta_2} \right) + \frac{b}{2} (|\operatorname{tg} \theta_1| + |\operatorname{tg} \theta_2|) + d_{12}.$$

Магнитное \vec{H}_I и электрическое \vec{E}_I поля в нерегулярной области I запишем в виде $\vec{H}_I = \vec{H}_{I1} + \vec{H}_{I2}$, $\vec{E}_I = \vec{E}_{I1} + \vec{E}_{I2}$ (4), где $\vec{H}_{I1,2}$, $\vec{E}_{I1,2}$ — поля, возбуждаемые в области I первой и второй щелями соответственно.

Для нахождения $\vec{H}_{I1,2}$ используем разложение их в ряды по вихревым и потенциальным векторным базисным функциям прямоугольного параллелепипеда, совпадающего по размерам с областью I,

$$\vec{H}_{I1,2} = \sum_i h_i^{h1,2} \vec{H}_i^{h1,2} + \sum_i h_i^{e1,2} \vec{H}_i^{e1,2} + \sum_i h_i^{n1,2} \vec{H}_i^{n1,2}, \quad (5)$$

где $\vec{H}_i^{h1,2}$, $\vec{H}_i^{e1,2}$ — вихревые базисные функции магнитного и электрического типов; $\vec{H}_i^{n1,2}$ — потенциальные базисные функции; $h_i^{h1,2}$, $h_i^{e1,2}$, $h_i^{n1,2}$ — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению; i — обобщенный индекс, указывающий на число вариаций поля вдоль широкой и узкой стенок волновода, а также вдоль его оси на отрезке c .

Поля в регулярных областях II, III, простирающихся от $-\infty$ до z_1 и от z_2 до $+\infty$ соответственно, определим как

$$\vec{H}_{II(III)} = \vec{H}_{II(III)1} + \vec{H}_{II(III)2} \quad (6); \quad \vec{E}_{II(III)} = \vec{E}_{II(III)1} + \vec{E}_{II(III)2}$$

(7), где $\vec{H}_{II(III)1,2}$, $\vec{E}_{II(III)1,2}$ — поля в областях II и III, возбуждаемые первой и второй щелями соответственно. Эти поля могут быть представлены в виде комбинаций нормальных волн электрического \vec{E}_{mn} и магнитного \vec{H}_{mn} типов:

$$\begin{aligned} \vec{H}_{II(III)1,2} &= \sum_v C_{\mp v}^{h1,2} \vec{H}_{\mp v}^{h1,2} + \sum_v C_{\mp v}^{e1,2} \vec{H}_{\mp v}^{e1,2}; \\ \vec{E}_{II(III)1,2} &= \sum_v C_{\mp v}^{h1,2} \vec{E}_{\mp v}^{h1,2} + \sum_v C_{\mp v}^{e1,2} \vec{E}_{\mp v}^{e1,2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Амплитуды этих волн $C_{\mp\nu}^{h,e}$ зависят от геометрии щелей, размеров волновода, частоты генератора и определяются в явном виде с помощью леммы Лоренца [3]. Обобщенный индекс ν соответствует определенной комбинации числа « m » вариаций поля вдоль широкой и числа « n » вариаций поля вдоль узкой стенок волновода, а знаки « $-$ », « $+$ » перед ним указывают на принадлежность полей областям II, III соответственно.

Неизвестные коэффициенты в (5) можно найти, используя методику расчета полей в объемных резонаторах [5] при заданных граничных условиях, определяемых (8) в поперечных сечениях волновода $z = z_1, z = z_2$. При этом получаем уравнения относительно неизвестных коэффициентов в виде

$$(k_i^2 - k^2) \int_{V_I} \vec{H} \vec{H}_i^* dV - j\omega \epsilon_a \int_{s_{1,2}} [\vec{H}, \vec{E}_i^*] \vec{n} ds + j\omega \epsilon_a \int_{s_{1,2}} [\vec{E}, \vec{H}_i^*] \vec{n} ds + j\omega \epsilon_a \int_{s_{1,2\alpha}} [\vec{e}_{1,2}, \vec{H}_i^*] \vec{n} ds = 0, \quad (9)$$

где $k_i = \begin{cases} \omega_i \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} & \text{для вихревых полей;} \\ 0 & \text{для потенциальных полей;} \end{cases}$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}; \quad k_y = \frac{n\pi}{b}; \quad k_z = \frac{2p\pi}{c};$$

ϵ_a, μ_a — абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; \vec{H}_i, \vec{E}_i — базисные функции прямоугольного параллелепипеда, совпадающего по размерам с областью I ; j — мнимая единица; V_I — объем области I ; $s_{1,2}$ — площади поперечных сечений волновода при $z = z_1$ и $z = z_2$ соответственно; знак « \times » означает комплексное сопряжение.

Для расчета коэффициентов $h_i^{h1}, h_i^{e1}, h_i^{h1,2}, h_i^{e2}, h_i^{h2}$ в соответствии с (9) при интегрировании по объему следует принять $\vec{H} = \vec{H}_1$ ($\vec{H} = \vec{H}_2$), а в поверхностных интегралах — $\vec{H} = \vec{H}_{II(III)1}, \vec{E} = \vec{E}_{II(III)1}$ ($\vec{H} = \vec{H}_{II(III)2}, \vec{E} = \vec{E}_{II(III)2}$). При этом в общем виде выражения для коэффициентов $h_i^{h1,2}, h_i^{e1,2}, h_i^{h1,2}$ совпадают с выражениями (6)—(8) работы [2]. Подставляя выражения для Ψ_1, \vec{H}_2 (находя его проекцию H_{12}) в (1), получаем окончательное выражение для взаимной проводимости двух наклонных щелей в узкой стенке прямоугольного волновода с зарезами на широкие стенки:

$$Y_{12} = \frac{1}{abcd_1 d_2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \epsilon_m \epsilon_n e^{j\frac{1}{2}(k_z c_1 - \nu c)} \times \\ \times \left\{ \frac{k_i}{k_i^2 - k^2} \left[(V_2^h \sin \Omega - F_2^h \cos \Omega) (jF_1^{h'} + V_1^{h'}) + \frac{k^2 k_z}{k_i^2 \gamma} (V_2^h \cos \Omega + F_2^h \sin \Omega) (F_1^{h'} - jV_1^{h'}) \right] + \frac{\kappa}{\gamma k_i} (V_2^h \cos \Omega + F_2^h \sin \Omega) \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times (jV_1^{n'} - F_1^{n'}) + e^{-j\frac{1}{2}(2k_2d_{12} + k_2c_1 - \gamma c)} \left\{ \frac{1}{k} (jF_2^{n'} - V_2^{n'}) (jV_1^{n'} - F_1^{n'}) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{k}{k_i^2 - k^2} (F_2^{h'} + jV_2^{h'}) (jF_1^{h'} + V_1^{h'}) \right\} + \frac{4}{abcd_1d_2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \times \\
& \times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k}{k_i^2 - k^2} \left\{ e^{j\frac{1}{2}(k_2c_1 - \gamma c)} \left[(F_2^e \sin \Omega - V_2^e \cos \Omega) (F_1^{e'} + jV_1^{e'}) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{k_2}{\gamma} (F_2^e \cos \Omega + V_2^e \sin \Omega) (jF_1^{e'} - V_1^{e'}) \right] + e^{-jk_2d_{12}} (F_2^{e'} - jV_2^{e'}) \times \right. \\
& \quad \left. \times (jF_1^{e'} - V_1^{e'}) \right\}, \tag{10}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Omega &= \frac{\gamma}{2} (c - c_1 - 2d_{12}); F_{1,2}^h = 2J_{1,2}^h + \frac{\gamma k_x}{k_x} G_{1,2}^{(1)}; V_{1,2}^h = 2D_{1,2}^h - \frac{\gamma k_x}{k_x} G_{1,2}^{(2)}; \\
F_{1,2}^{n'} &= 2J_{1,2}^{n'} + \frac{k_x}{k_i} G_{1,2}^{(3)}; V_{1,2}^{n'} = 2D_{1,2}^{n'} - \frac{k_x}{k_i} G_{1,2}^{(4)}; F_{1,2}^e = -2J_{1,2}^e + \\
&+ \frac{k_y}{\kappa} G_{1,2}^{(1)}; V_{1,2}^e = 2D_{1,2}^e + \frac{k_y}{\kappa} G_{1,2}^{(2)}; G_{1,2}^{(1)} = [(-1)^n + 1] g_{1,2} \times \\
&\times \sin \left(\gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta_{1,2} \right); G_{1,2}^{(2)} = [(-1)^{n+1} + 1] g_{1,2} \cos \left(\gamma \frac{b}{2} \operatorname{tg} \theta_{1,2} \right); \\
J_{1,2}^h &= \cos \frac{k_y b}{2} (\alpha_{1,2}^h \delta_{1,2} - \beta_{1,2}^h \Delta_{1,2}); D_{1,2}^h = \sin \frac{k_y b}{2} (\alpha_{1,2}^h \delta_{1,2} + \\
&+ \beta_{1,2}^h \Delta_{1,2}); J_{1,2}^e = \frac{k_x}{\kappa} \cos \theta_{1,2} \cos \frac{k_y b}{2} (\delta_{1,2} - \Delta_{1,2}); D_{1,2}^e = \\
&= \frac{k_x}{\kappa} \cos \theta_{1,2} \sin \frac{k_y b}{2} (\delta_{1,2} + \Delta_{1,2}); \delta_{1,2} = \frac{P_{1,2}^h}{m_{1,2}^2 - n_{1,2}^2}; \\
\Delta_{1,2} &= \frac{\Pi_{1,2}^h}{M_{1,2}^2 - N_{1,2}^2}; \alpha_{1,2}^h = \frac{1}{k} \left(\frac{\gamma k_y}{\kappa} \cos \theta_{1,2} + \kappa \sin \theta_{1,2} \right); \\
\beta_{1,2}^h &= \frac{1}{k} \left(\frac{\gamma k_y}{\kappa} \cos \theta_{1,2} - \kappa \sin \theta_{1,2} \right); \alpha_{1,2}^{n'} = \frac{1}{k_i} (k_y \cos \theta_{1,2} + \\
&+ k_2 \sin \theta_{1,2}); \beta_{1,2}^{n'} = \frac{1}{k_i} (k_y \cos \theta_{1,2} - k_2 \sin \theta_{1,2}); P_{1,2}^h = \\
&= (Z_{1,2} + W_{1,2}) m_{1,2} - (U_{1,2} + Q_{1,2}) n_{1,2}; \Pi_{1,2}^h = (R_{1,2} + \Gamma_{1,2}) \times \\
&\times M_{1,2} - (S_{1,2} + T_{1,2}) N_{1,2}; m_{1,2} = \xi_{1,2} X_{1,2} + \frac{\pi}{2L_{1,2}} t_{1,2}; \\
n_{1,2} &= \xi_{1,2} t_{1,2} + \frac{\pi}{2L_{1,2}} X_{1,2}; Z_{1,2} = \sin \frac{X_{1,2} d_{1,2}}{2} \cos \frac{t_{1,2} d_{1,2}}{2} \times \\
&\times \sin f_{1,2} \cos \varphi_{1,2}; W_{1,2} = \cos \frac{X_{1,2} d_{1,2}}{2} \sin \frac{t_{1,2} d_{1,2}}{2} \cos f_{1,2} \sin \varphi_{1,2}; \\
R_{1,2} &= \sin \frac{\eta_{1,2} d_{1,2}}{2} \cos \frac{t_{1,2} d_{1,2}}{2} \sin v_{1,2} \cos \varphi_{1,2}; \Gamma_{1,2} = \cos \frac{\eta_{1,2} d_{1,2}}{2} \times \\
&\times \sin \frac{t_{1,2} d_{1,2}}{2} \cos v_{1,2} \sin \varphi_{1,2}; g_{1,2} = \frac{8L_{1,2} \sin \frac{\gamma d_{1,2}}{2 \cos \theta_{1,2}}}{\pi \gamma \left[1 - \left(\frac{2}{\pi} L_{1,2} k_x \right)^2 \right]} \times
\end{aligned}$$

$$\times \left[(A_{1,2} - B_{1,2} \frac{2}{\pi} L_{1,2} k_x) \cos \Lambda_{1,2} \sin \frac{k_x l_{1,2}}{2} + (B_{1,2} - A_{1,2} \times \right. \\ \left. \times \frac{2}{\pi} L_{1,2} k_x) \sin \Lambda_{1,2} \cos \frac{k_x l_{1,2}}{2} \right]; A_{1,2} = \sin \frac{\pi l_{1,2}}{4L_{1,2}} \cos \frac{k_x l_{1,2}}{2}; \Lambda_{1,2} = \\ = \frac{\pi}{4L_{1,2}} \left(\frac{b}{\cos \theta_{1,2}} + l_{1,2} \right); X_{1,2} = \psi_{1,2} + \xi_{1,2} \operatorname{tg} \theta_{1,2}; \psi_{1,2} = -k_y \times \\ \times \sin \theta_{1,2} - \gamma \cos i_{1,2}; \xi_{1,2} = k_y \cos \theta_{1,2} - \gamma \sin \theta_{1,2}; t_{1,2} = \frac{\pi}{2L_{1,2}} \operatorname{tg} \theta_{1,2}; \\ f_{1,2} = \frac{\xi_{1,2} b}{2 \cos \theta_{1,2}}; \varphi_{1,2} = \frac{\pi b}{4L_{1,2} \cos \theta_{1,2}}; \gamma = \sqrt{k^2 - \kappa^2}; \kappa = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}.$$

Выражения для $F_{1,2}^{h'}$, $V_{1,2}^{h'}$, $F_{1,2}^{e'}$, $V_{1,2}^{e'}$, $G_{1,2}^{(3)}$, $G_{1,2}^{(4)}$ получаем из выражений для $F_{1,2}^h$, $V_{1,2}^h$, $F_{1,2}^e$, $V_{1,2}^e$, $G_{1,2}^{(1)}$, $G_{1,2}^{(2)}$ заменой γ на k_z и k на k_i ; для $J_{1,2}^{h'}$ и $D_{1,2}^{h'}$ — из выражений для $J_{1,2}^h$, $D_{1,2}^h$ заменой γ на k_z , k на k_i , $\alpha_{1,2}^h$ на $\alpha_{1,2}^{h'}$, $\beta_{1,2}^h$ на $\beta_{1,2}^{h'}$; для $M_{1,2}$, $N_{1,2}$, $v_{1,2}$, $\eta_{1,2}$ — соотношений для $m_{1,2}$, $n_{1,2}$, $f_{1,2}$, $x_{1,2}$ заменой k_y на $(-k_y)$; для $U_{1,2}$, $Q_{1,2}$, $B_{1,2}$ — из выражений для $Z_{1,2}$, $W_{1,2}$, $A_{1,2}$ заменой функций синус на косинус и косинус на синус; для $S_{1,2}$, $T_{1,2}$ — из выражений для $R_{1,2}$, $\Gamma_{1,2}$ заменой $\sin v_{1,2} \cos \varphi_{1,2}$ на $\cos v_{1,2} \sin \varphi_{1,2}$.

Полученная формула для взаимной проводимости имеет достаточно громоздкий вид, однако она удобна для программирования и расчетов

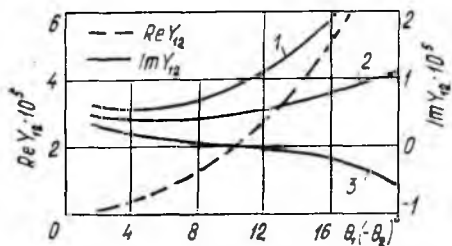


Рис. 2

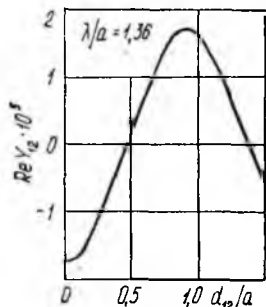


Рис. 3

на ЭВМ. Бесконечные суммы в (10) относительно быстро сходятся. Расчеты показали, что для обеспечения погрешности не более 1 % можно ограничиться первыми пятнадцатью членами каждого из рядов. При совмещении щелей выражение (10) переходит в выражение для собственной внутренней проводимости одиночной щели [6].

Расчеты внутренней взаимной проводимости проведены для системы из двух встречно-наклонных щелей равной длины ($2L_1 = 2L_2 = 0,94a$) и ширины ($d_1 = d_2 = 0,1a$) в 5 % диапазоне частот.

На рис. 2 представлены зависимости активной и реактивной частей взаимной проводимости от угла наклона щелей ($\theta_1 = -\theta_2$), расстояние между щелями равно $0,8a$. Здесь 1 — $\lambda/a = 1,4$; 2 — $\lambda/a = 1,36$; 3 — $\lambda/a = 1,32$. Из графиков видно, что активная составляющая мо-

нотонно возрастает с ростом $\theta_{1, 2}$. Для рассматриваемого диапазона частот она практически не зависит от частоты. Характер зависимости реактивной составляющей от угла наклона существенно изменяется с изменением частоты. При увеличении $\theta_{1, 2}$ возрастает «разброс» реактивной проводимости в диапазоне частот, что свидетельствует об ухудшении частотных свойств системы.

Рассмотрим зависимости взаимной связи двух щелей при $\theta_1 = -\theta_2 = 10^\circ$ от расстояния между ними (рис. 3.4). Исследования показали, что активная составляющая взаимной проводимости обусловлена волной H_{10} и имеет переколебательный характер с пространственным периодом, примерно равным длине волны в волноводе. С помощью рис. 4 сравним вклад во взаимную проводимость высших

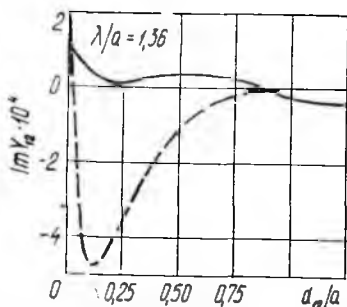


Рис. 4

типов волн (пунктирная линия) относительно основной волны (сплошная линия). Заметим, что при $d_{12} < 0,6 a$ в значении реактивной составляющей существенный вклад вносят высшие нераспространяющиеся типы волн, а при $d_{12} > a$ реактивная проводимость определяется в основном волной H_{10} , поскольку высшие типы волн на этих расстояниях практически затухают.

Таким образом, приведенные графики дают возможность оценить минимальное расстояние между щелями, на котором можно пренебречь взаимодействием по

высшим типам волн. Эта оценка необходима при расчете волноводно-щелевых антенн. В большинстве случаев оказывается, что для расчета таких антенн достаточно учесть взаимодействие по высшим типам волн только между соседними излучателями, а взаимодействие с остальными щелями рассчитать на основной волне.

Список литературы: 1. Ершов Л. И., Кременецкий С. Д., Лось В. Ф. Электродинамика взаимодействия в нерезонансных волноводно-щелевых решетках // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1978.— 21, № 2.— С. 48—54. 2. Яцук Л. П., Жиронкина А. В., Катрич В. А. Возбуждение прямоугольного волновода наклонной и крестообразной щелями // Антенны.— 1975.— Вып. 22.— С. 46—60. 3. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства.— М.: Изд. Воен.-воздуш. инж. акад. им. Н. Е. Жуковского.— 1959.— Ч. 2.— 551 с. 4. Марков Г. Т., Панченко Б. А. Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов // Изв. вузов. Радиотехника.— 1964.— № 1.— С. 34—41. 5. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики.— М.: Наука, 1967.— 460 с. 6. Коробченко Н. А. Внутренняя проводимость нерезонансной наклонной щели на узкой стенке прямоугольного волновода // Радиотехника.— 1987.— Вып. 82.— С. 102—110.

Поступила в редколлегию 27.05.86