

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ПОЛЯ И ПОТЕРИ УСИЛЕНИЯ АНТЕНН В РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Введение

Радиолокационные системы, с помощью которых производится измерение ветра и других метеорологических параметров по сигналам, рассеянным турбулентной атмосферой, работают в условиях, когда приемная антенна находится в существенно неоднородном поле. Подробный анализ характеристик антенн при флуктуациях поля в плоскости раскрытия, в том числе потерь усиления, выполнен Я.С. Шифриным [1].

В работе [1] получены расчетные формулы, позволяющие найти отношение среднего коэффициента направленного действия (КНД) \bar{D} к максимальному D_0 в отсутствие флуктуаций. Для расчета \bar{D}/D_0 необходимо знать численные значения дисперсии логарифма нормированной комплексной амплитуды α и отношения C интервала корреляции поля $2\rho_k$ к размеру апертуры d .

Значение α для случая рассеяния в ограниченном объеме турбулентной среды рассчитывается достаточно точно и, как показано в работе [2], находится в пределах $3,4 \leq \alpha \leq 3,7$.

Параметр $C = 2\rho_k/d$ зависит от условий эксперимента, в частности, от соотношения размеров передающей и приемной антенн и формы диаграммы направленности. Радиус корреляции поля ρ_k определяется параметрами передающей антенны и свойствами неоднородной среды в области рассеяния, а C при известном ρ_k зависит от эффективного размера приемной антенны.

Приближенные оценки показывают [2], что при равенстве размеров приемной и передающей антенн $C < 1,3$. При таком значении C и $\alpha = 3,7$ отношение $(\bar{D}/D_0) \leq 0,3$, а средние потери усиления $\Delta\bar{D} = -\lg(\bar{D}/D_0) > 5$ дБ [2].

Ошибки в оценке удельной площади вторичного излучения протяженной цели метеорологического локатора без учета снижения КНД приемной антенны могут оказаться значительными. Эти ошибки в большинстве случаев являются систематическими и могут быть учтены, если известно точное значение относительного интервала корреляции C .

Ниже рассматриваются свойства рассеивающего объема турбулентной среды как источника вторичных волн и их связь с корреляционной функцией поля в плоскости наблюдения, корреляционная функция рассеянного поля при передающей антенне с круглой апертурой и различными распределениями поля в раскрытии, а также случай передающей антенны с произвольной формой апертуры и неравномерным распределением поля в раскрытии.

1. Структура источников вторичных волн и корреляционная функция поля

Пусть рассеяние волн происходит в объеме $V(x, y, z)$ и обусловлено флуктуациями диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x, y, z)$. Объем $V(x, y, z)$ соответствует элементу разрешения системы зондирования, т.е.

$$V \approx c\tau \cdot \theta_1\theta_2 R^2 / 2,$$

где c – скорость света; $\tau = 1/\Delta f$, Δf – эффективная ширина спектра зондирующего импульса; θ_1 и θ_2 – эффективная ширина диаграммы направленности передающей антенны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях; R – расстояние от объема $V(x, y, z)$ до плоскости наблюдения рассеянного поля $\xi O_1 \eta$ (рис.1). Начало прямоугольных координат x, y, z нахо-

дится в пределах объема $V(x, y, z)$, точка O_1 лежит на оси z ; плоскости xOy и $\xi O_1 \eta$ параллельны, P_1 и P_2 – точки на плоскости апертуры приемной антенны. Эффективные размеры области рассеяния – $L_1 = \theta_1 R$, $L_2 = \theta_2 R$, и справедливы неравенства $L_1 \ll R$, $L_2 \ll R$.

В работе [3] показано, что эквивалентная структура рассеивающей среды может быть представлена совокупностью линейных решеток, ориентированных вдоль вектора рассеяния \vec{B} , причем, период решеток соответствует условию Брэгга.

При обратном рассеянии вектор \vec{B} параллелен оси z , а период решеток равен половине длины волны λ . Структура решеток в направлении оси z , по существу, детерминирована, а комплексный коэффициент отражения от элементарной решетки при любом фиксированном z – случайная функция координат x и y .

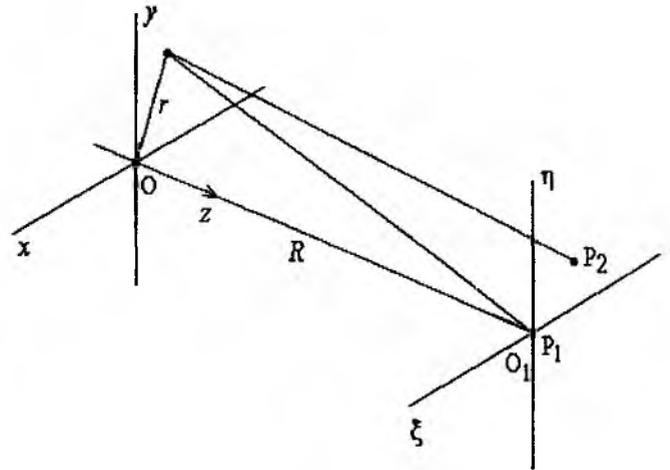


Рис.1

Таким образом, можно считать, что при облучении объема V плоской волной рассеянное поле порождается локализованными на плоскости xOy источниками со случайными амплитудами и фазами колебаний. Радиус корреляции r_k поля источников в плоскости xOy не превышает длины волны λ [2].

Параметры реальных систем зондирования атмосферы таковы, что $L_1 \approx L_2 = L$ и имеют место следующие соотношения:

$$r_k \ll \lambda, \quad L \gg \lambda, \quad \frac{R_1 - R_2}{c} \ll \tau. \quad (1)$$

Совместное выполнение неравенств (1) является достаточным условием применимости теоремы Ван Циттерта – Цернике [4]. В соответствии с этой теоремой функция взаимной корреляции $|\Gamma(P_1, P_2)|$ поля в точках P_1 и P_2 на плоскости $\xi O_1 \eta$ связана со средней интенсивностью источников $\langle I(x, y) \rangle$ дифракционным интегралом Френеля-Кирхгофа:

$$|\Gamma(P_1, P_2)| = Q \cdot \int_S \frac{\langle I(x, y) \rangle}{R_1 R_2} \exp[jk(R_1 - R_2)] dx dy, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$; Q – постоянная; S – сечение рассеивающего объема плоскостью xOy ; скобки $\langle \cdot \rangle$ означают среднее по ансамблю реализаций.

Если расстояние ρ между точками P_1 и P_2 удовлетворяет неравенству $\rho \ll R$ и $L \ll R$, выражение (2) сводится к преобразованию Фурье:

$$|\Gamma(P_1, P_2)| = Q \cdot \int_S \langle I(x, y) \rangle \exp[jk(px + qy)] dx dy, \quad (3)$$

где $p = (\xi_1 - \xi_2)/R$; $q = (\eta_1 - \eta_2)/R$; $R \approx R_1 \approx R_2$.

Так как рассеянное поле в плоскости наблюдения можно считать стационарным случайным процессом, $\Gamma(P_1, P_2)$ зависит только от ρ .

Если справедливо предположение о статистической изотропности флуктуаций $\epsilon(x, y, z)$, то $\langle I(x, y) \rangle$ определяется формой диаграммы направленности передающей антенны (см. раздел 3).

Для практических расчетов важно знать, в какой мере соотношение (3), справедливое в зоне дифракции Фраунгофера, можно использовать для анализа реальной системы, когда критерий дальней зоны $R_F > (L^2 / 2\lambda)$ [4] соответствует расстоянию R_F , значительно превышающему предельную дальность действия системы.

Очень существенный результат получен Я.С. Шифриным при анализе критерия дальней зоны системы случайных источников с малым радиусом корреляции r_k [1]. Показано, что при расчете функций корреляции поля, созданного такими источниками, критерием дальней зоны можно считать

$$R \gg \frac{Lr_k}{2\lambda} \quad (4)$$

Поскольку в нашем случае $r_k \leq \lambda$, условие (4) приобретает вид $R \gg (L/2)$, т.е. выполняется практически всегда.

2. Передающая антенна с круглой апертурой

Пусть распределение напряженности поля в плоскости $\xi O_1 \eta$ круглой апертуры параболического зеркала передающей антенны описывается функцией

$$E = E_0 \left[1 + \left(\frac{2\rho}{d} \right)^2 \right]^m, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $\rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$; d – диаметр апертуры.

В этом случае диаграмма направленности $f(\theta)$ с точностью до постоянного множителя Q_1 равна [5]

$$f(\theta) = Q_1 \frac{J_{m+1}(Z)}{Z^{m+1}}, \quad (6)$$

где $Z = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$; $J_n(Z)$ – функция Бесселя первого рода целого порядка n .

Распределение средней интенсивности в плоскости источников вторичных волн, очевидно, будет равно

$$\langle I(x,y) \rangle = Q_2 [J_{m+1}(Z)]^2 / Z^{2(m+1)}, \quad (7)$$

где Q_2 – некоторая постоянная.

Можно показать, что при целом положительном $\nu = n \geq 0$ для значений Z в интервале $0 \leq Z \leq j_{n,1}$, где $j_{n,1}$ – первый положительный нуль функции $J_n(Z)$, имеет место приближенное равенство

$$[J_n(Z)]^2 \approx \left(\frac{Z}{2} \right)^{2n} \cdot \frac{1}{(n!)^2} \exp\left[-\frac{Z^2}{2(n+1)} \right]. \quad (8)$$

Из (8) следует

$$\left[\frac{J_n(Z)}{Z^n} \right]^2 \cdot 2^{2n} (n!)^2 \approx \exp\left[-\frac{Z^2}{2(n+1)} \right]. \quad (9)$$

Сравнивая (6) и (9), видим, что левая часть равенства (9) – это квадрат нормированной диаграммы направленности $|f_n(\theta)|^2$, если $Q_1 = 2^n n!$ и $n = m + 1$.

Обозначим $Q_1^2 \left[\frac{J_n(Z)}{Z^n} \right]^2 = \left[\frac{J_n(Z)}{Z^n} \right]^2 \cdot 2^{2n} (n!)^2 = F_n(Z)$, $\exp\left[-\frac{Z^2}{2(n+1)}\right] = A_n(Z)$.

Пользуясь представлением функции $[J_n(Z)]^2$ степенным рядом [6] при $\nu \geq 0$

$$[J_\nu(Z)]^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (Z/2)^{2\nu+2k} \Gamma(2\nu+2k+1)}{\Gamma(2\nu+k+1)[\Gamma(\nu+k+1)]^2},$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция, можно убедиться, что первые два слагаемых разложений в степенные ряды функций $F_n(Z)$ и $A_n(Z)$ совпадают при всех $n \geq 0$.

Ошибка аппроксимации диаграммы направленности $F_n(Z)$ функцией $A_n(Z)$, связанная с различием коэффициентов при степенях Z выше второй, уменьшается с ростом порядка n .

Графики функций $F_n(Z)$ (сплошная линия) и $A_n(Z)$ (пунктир) приведены на рис.2.

Используя в выражении (7) аппроксимацию диаграммы направленности функцией $A_n(Z)$ и подставляя $\langle I(x, y) \rangle$ в (3), можно вычислить модуль комплексной функции корреляции $|\Gamma(\rho)|$.

Переходя в (3) к полярным координатам на плоскостях xOy и $\xi O_1 \eta$, получим

$$|\Gamma(\rho)| = 2\pi \int_0^{\theta_1} A_n(Z) \cdot J_0(k\theta\rho) \theta d\theta, \quad (10)$$

где $\rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$; $\theta = r/R$; $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $Z = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{\pi d \theta}{\lambda}$; λ – длина волны.

ны.

Верхний предел θ_1 в выражении (10) соответствует первому положительному нулю $J_n(Z)$ функции $J_n(Z)$. Поскольку $F_n(Z)$ и $A_n(Z)$ быстро убывают при $Z > j_{n,1}$, интегрирование в (10) можно распространить на интервал $(0, \infty)$.

Подставляя в (10) $A_n(Z)$ в явном виде, получаем

$$|\Gamma(\rho)| = 2\pi \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{\pi^2 d^2}{\lambda^2} \cdot \frac{\theta^2}{2(n+1)}\right] \cdot J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} \rho \theta\right) \theta d\theta = \frac{\lambda^2 (n+1)}{\pi^2 d^2} \exp\left[-\frac{2(n+1)\rho^2}{d^2}\right], \quad (11)$$

откуда сразу следует, что радиус корреляции равен

$$\rho_k = d[2(n+1)]^{-1/2}, \quad (n \geq 1). \quad (12)$$

Здесь, по определению, радиус корреляции удовлетворяет уравнению

$$\pi \rho_k^2 = \frac{2\pi}{\Gamma(0)} \int_0^{\infty} \Gamma(\rho) \rho d\rho.$$

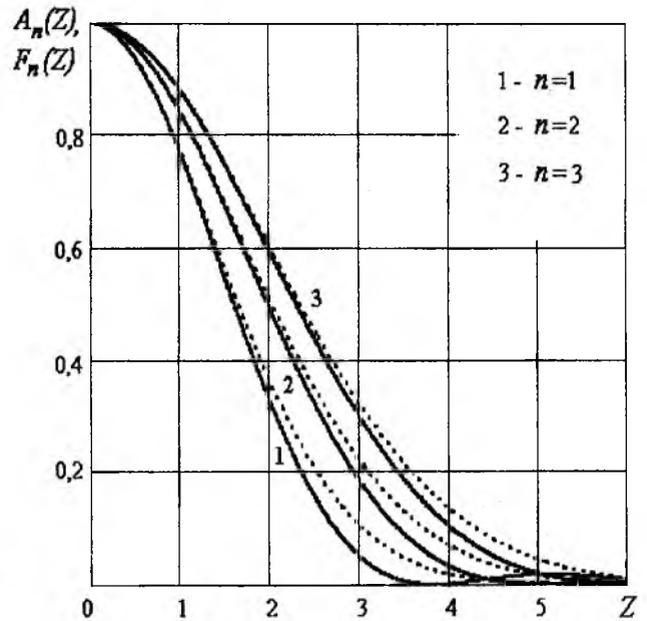


Рис.2

Из этого же условия найден радиус корреляции при определении C в работе [1]. Хотя расчетные соотношения получены в этой работе для квадратной апертуры, аналогичные закономерности можно ожидать и в случае круглых апертур. Подстановка числовых значений переменных в формулы (5) и (12) приводит к следующим результатам.

При равномерном синфазном поле в раскрыве ($m=0, n=m+1=1$) $\rho_k = d/2$. При $m=1, n=2$ радиус корреляции $\rho_k = d/\sqrt{6} \approx 0,416d$. Если $n=3$, то $\rho_k = d/2\sqrt{2} \approx 0,35d$.

Для определения параметра C нужно знать эффективный диаметр $d_{эф}$ апертуры приемной антенны. В частном случае, когда передающая и приемная антенны идентичны, $d_{эф}$ можно найти по действующей площади апертуры, выраженной через максимальный КНД. Если распределение амплитуд поля соответствует (5), то при $m=0$ эффективная площадь апертуры совпадает с геометрической и $d_{эф} = d$. Если $m=1$, то, как следует из данных работы [5], $d_{эф} \approx 0,86d$. При $m=2$ $d_{эф} \approx 0,75d$.

Параметр C при $m=0$ равен $C = \frac{2\rho_k}{d_{эф}} = 1$, при $m=1$ и $m=2$ – соответственно $C \approx 0,96$ и $C \approx 0,94$. При $m > 2$ оценки относительного интервала корреляции находятся вблизи $C \approx 0,95$.

3. Произвольная апертура

Пусть $E(\xi, \eta)$ – детерминированное распределение поля в ограниченной области σ на плоскости $\xi O_1 \eta$ и существует преобразование Фурье $G(p, q)$ этой функции, т.е.

$$G(p, q) = F[E(\xi, \eta)],$$

где F – оператор преобразования Фурье; $p = x/R$; $q = y/R$.

Если $E(\xi, \eta)$ описывает поле в плоскости апертуры передающей антенны, то $G(p, q)$ – диаграмма направленности по напряженности поля [1].

В области рассеяния амплитуды парциальных источников вторичных волн

$$E_2(p, q) = G(p, q) \cdot \epsilon_s(p, q).$$

Интенсивность поля вторичных источников при рассеянии на одной реализации $\epsilon_s(p, q)$

$$I(p, q) = E_2 \cdot E_2^* = G(p, q) \cdot G^*(p, q) \cdot \epsilon_s(p, q) \cdot \epsilon_s^*(p, q).$$

$G(p, q)$ – детерминированная функция пространственных частот. Поэтому средняя по ансамблю интенсивность

$$\langle I(p, q) \rangle = \langle |G(p, q)|^2 \cdot |\epsilon_s(p, q)|^2 \rangle = |G(p, q)|^2 \cdot \langle |\epsilon_s(p, q)|^2 \rangle.$$

Если в пределах области рассеяния флуктуации $\epsilon_s(p, q)$ статистически изотропны, то

$$|\epsilon_s(p, q)|^2 = const = \epsilon_s^2.$$

По теореме Ван Циттерта – Цернике в параосиальном приближении (3)

$$|\Gamma(\rho)| = |\Gamma(\Delta\xi, \Delta\eta)| = F\{\langle I(p, q) \rangle\} = F\{|G(p, q)|^2 \epsilon_s^2\} = \epsilon_s^2 \cdot F\{|G(p, q)|^2\}. \quad (14)$$

С другой стороны, по теореме о свертке

$$F\{|G(p, q)|^2\} = F\{G(p, q) \cdot G^*(p, q)\} = \iint_{\sigma} E(\xi, \eta) \cdot E(\xi - \Delta\xi, \eta - \Delta\eta) d\eta d\xi = R(\Delta\xi, \Delta\eta), \quad (15)$$

где $R(\Delta\xi, \Delta\eta)$ – автосвертка распределения поля в раскрыве передающей антенны.

Из (14) и (15) следует

$$|\Gamma(\Delta\xi, \Delta\eta)| = K \cdot R(\Delta\xi, \Delta\eta), \quad (16)$$

т.е. корреляционная функция рассеянного поля в той же плоскости, где находится апертура передающей антенны, с точностью до постоянного множителя совпадает с $R(\Delta\xi, \Delta\eta)$, если выполняются все сделанные ранее предположения.

Примеры нормированных двумерных функций $|\Gamma(\Delta\xi, \Delta\eta)|/|\Gamma(0,0)|$, вычисленных с учетом выражения (16) для различных апертур, приведены на рис.3. Распределение поля в раскрыве $E(\xi, \eta)$ и соответствующие корреляционные функции представлены в одном масштабе в виде полутоновых изображений, в которых градации яркости соответствуют числовым значениям функций. Там же схематически изображены распределения $E(\xi, 0)$. Рис.3 (а, б, в) соответствуют квадратной апертуре с равномерным распределением поля; рис.3(г, д, е) – прямоугольной апертуре с распределением поля $E(\xi, \eta) = E_0 \cos^2(\pi\rho/4a)$, где $\rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$, $\rho \leq a/2$; рис.3(ж, з, и) – усеченной круглой апертуре при $E(\xi, \eta) = E_0 \cos^2(\pi\rho/a)$.

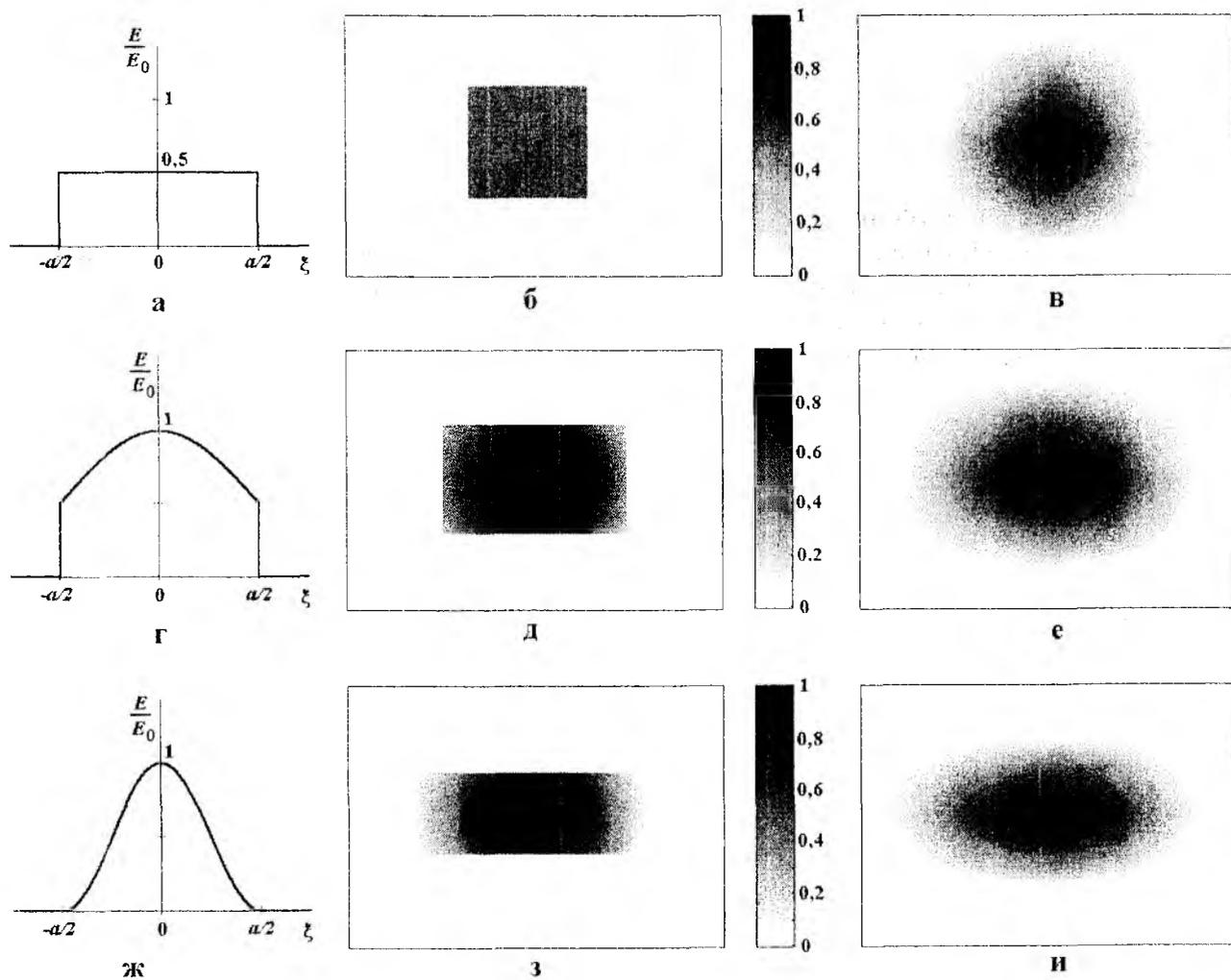


Рис.3

Оценки параметра C при одинаковых размерах квадратных апертур передающей и приемной антенн для разных распределений поля в раскрыве близки к $C \approx 1$.

4. Потери усиления приемных антенн

Для оценки отношения \bar{D}/D_0 можно воспользоваться графиками, приведенными на рис.4. Зависимости \bar{D}/D_0 от параметра C рассчитаны по формулам, полученным в работе [1], для разных функций корреляции поля. Кривые 1 соответствуют гауссовой форме коэффициента корреляции, кривые 2 – экспоненциальной. Значения параметра α приняты равными $\alpha = 3,4$ и $\alpha = 3,7$.

Для определения C необходимо знать эффективные размеры приемной антенны. В частном случае одинаковых круглых апертур передающей и приемной антенн значения C при разных распределениях поля в раскрыве находятся в интервале $0,9 < C \leq 1$.

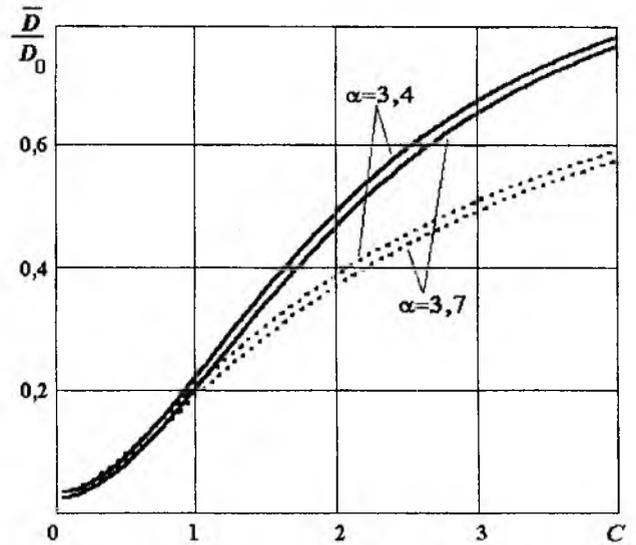


Рис.4

Как видно из рис.4, при этом $\bar{D} \approx 0,2D_0$, а потери усиления $\Delta D = -10 \lg(\bar{D}/D_0) \approx 7$ дБ.

При одинаковых прямоугольных апертурах средний интервал корреляции, как показывают расчеты, незначительно отличается от размера апертуры ($C \approx 1$), и потери имеют ту же величину.

Таким образом, выбор параметров передающих и приемных антенн метеорологических радиолокационных систем требует разных подходов.

Энергетический потенциал системы определяется, в основном, передающей антенной.

Приемные антенны при $C \approx 1$, как показывает простая числовая подстановка, находятся в режиме, близком к насыщению КНД [1]. Поэтому заслуживает внимания задача существенного уменьшения боковых лепестков диаграммы направленности ценой некоторого уменьшения эффективной площади антенны. Эта задача сопутствует всем доплеровским системам измерения профиля ветра, поскольку минимальная высота зондирования ограничивается уровнем сигналов, поступающих от боковых лепестков диаграммы направленности.

Список литературы: 1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. радио, 1970. 384 с. 2. Петров В.А., Шейко С.А. Эквивалентная структура вторичных источников при обратном рассеянии волн // Радиотехника. 2002. Вып. 124. С. 36–41. 3. Петров В.А., Цветкова В.С. Физические модели обратного рассеяния волн в турбулентной атмосфере // Радиотехника. 1991. Вып. 97. С. 37–44. 4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с. 5. Айзенберг Г.З. Антенны ультракоротких волн. М.: Связьиздат, 1957. 799 с. 6. Градштейн Н.С., Рыжик Н.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 19.03.2002