ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНОЙ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОЙ СЕТКИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗРЫВА ТРУБОПРОВОДА

Гусев Г. Г.
Научный руководитель – к.т.н., проф. Гусарова И.Г.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. Прикладной математики,
тел. (057) 702-14-36)
E-mail: pmkaf@kture.kharkov.ua

This article discusses the use of non-uniform finite-difference grid in the simulation of a pipeline break.

Для газовой промышленности Украины актуальна проблема доставки газа потребителю без потерь. В процессе транспортировки газа возможно возникновение разных проблем, в том числе разрыв трубопровода, который необходимо выявить и устранить в максимально короткий срок. Для этого необходимо построение математической модели, которая бы описывала поведение системы в случае возникновения разрыва. В такой ситуации режим течения газа становится неизотермическим и нестационарным.

Цель работы: построение математических моделей нестационарных неизотермических режимов течения газа (ННРТГ) до момента разрыва в конце трубопровода, а также с момента разрыва и до закрытия аварийной задвижки, применение метода конечных разностей с использованием неравномерной конечно-разностной сетки для решения уравнений математических моделей, анализ полученных результатов.

В качестве математической модели ННРТГ, предлагается квазилинейная система дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, полученная из общих уравнений Навье-Стокса газовой динамики для одномерного случая [1]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x,t,\phi)\frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x,t,\phi), \qquad (1)$$

где $B(x,t,\phi)$, $\Phi(x,t,\phi)$ – матрицы, элементы которых заданные непрерывные и непрерывно дифференцируемые в некоторой области изменения своих аргументов функции переменных x, t, W, P, T; $\phi = (W(x,t), P(x,t), T(x,t))$ – некоторое непрерывно дифференцируемое в области $G = \{(x,t): 0 \le x \le L, 0 \le t \le T_к\}$ решение уравнения (1), $W(x,t)$ – удельный массовый расход, $P(x,t)$ – давление, $T(x,t)$ – температура газа. Так же математические модели дополняются заданными начальным распределением параметров газового потока: удельного массового расхода, давления, температуры, и граничными условиями. При моделировании ситуации до разрыва трубопровода в начале участка задается давление и температура, как функции времени, в конце участка массовый расход, как функция времени. В ситуации разрыва трубопровода до момента закрытия задвижки граничные условия имеют вид:

$$\begin{cases} P^1(0,t) = P^1(t), \\ T^1(0,t) = T^1(t), если W(0,t) > 0, \end{cases} \quad W(L,t) = \frac{P(L,t)}{\sqrt{ZgRT}}.$$

Далее применяем метод конечных разностей для системы (1) с заданными начальными и граничными условиями. Что бы получить численное решение системы разделяем отрезок $[0, L]$ на n отрезков, длиною Δx, а затем первый и последний отрезки делим пополам. Получаем $n+2$ отрезка. Первый, второй, последний и предпоследний длиной $\frac{\Delta x}{2}$, остальные длиной Δx, а так же $n+3$ точки разбиения x_i, $i=\overline{0, n+2}$. Таким образом, имеем неравномерную конечно-разностную координатную сетку. Получаем общую формулу для нахождения производных $\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i^k, \left.\frac{\partial \phi}{\partial t}\right|_i^k$. С учётом этих формул получаем систему разностных уравнений. Решением полученной системы является вектор $\varphi^k = \left(\varphi_0^k, \varphi_1^k, \dots, \varphi_i^k, \dots, \varphi_{n+1}^k, \varphi_{n+2}^k\right) = \left(W_0^k, P_0^k, T_0^k, \dots, W_{n+2}^k, P_{n+2}^k, T_{n+2}^k\right)$. Нелинейную систему уравнений решаем методом Ньютона. Предлагается алгоритм, позволяющий найти значения параметров газового потока (удельный массовый расход, давление, температуру) на k-ом временном слое, зная параметры с предыдущего временного слоя и граничные условия.

Для решения поставленной задачи расчета ННРТГ был создан программный продукт, написанный в математическом пакете Wolfram Mathematica, позволяющий рассчитывать параметры газового потока на каждом временном слое и в каждой точке разбиения. Эти параметры газового потока зависят от начального распределения и граничных условий. Результаты ряда проведенных численных экспериментов показывают хорошие показатели по точности найденных параметров газового потока и по времени расчета этих параметров.

Список источников

1. Гусарова И.Г., Мелиневский Д.В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей// Научное периодическое издательство «Системы Обработки Информации». – 2015. – С.16-19.