

## АДАПТИВНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА МОЩНОСТИ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ О ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЕ СИГНАЛА

Для линий радиосвязи наиболее типичными являются ситуации, когда направление прихода сигнала априори не известно, или же известно с точностью до некоторого углового сектора. Следовательно, имеет место полная или частичная априорная неопределенность о пространственной структуре сигнала. Поскольку установлено, что алгоритмы, синтезируемые с использованием критериев максимума отношения сигнал/(помеха+шум) (МОСП) и минимум среднеквадратического отклонения принимаемого сигнала от опорного (МСКО) непосредственно неприменимы даже в условиях частичной априорной неопределенности, рассмотрим случай критерия минимума мощности выходного сигнала (ММВ). Определим потенциальные возможности ММВ-алгоритмов, исследуем известные в настоящее время подходы к построению систем адаптивной пространственной обработки сигналов (АПОС) в виде пространственного фильтра (ПФ) с несколькими выходами, определим условия применения и оценим потенциальные возможности таких систем.

Для удобства анализа будем считать, что полезный сигнал, помехи и шумы взаимно некоррелированы и представим корреляционную матрицу (КМ)  $\mathbf{R}_{xx}$  в виде

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{ss} + \mathbf{R}_{\Sigma} + \mathbf{R}_{uuu} \quad \mathbf{R}_{ss} = E\{\tilde{s}(t)\tilde{s}^H(t)\}, \mathbf{R}_{\Sigma} = \sum_{l=1}^L \mathbf{R}_{ll}, \mathbf{R}_{ll} = E\{\tilde{p}_l(t)\tilde{p}_l^H(t)\}, \mathbf{R}_{uuu} = E\{\tilde{u}(t)\tilde{u}^H(t)\}.$$

Положим также, что шумы являются пространственно белыми, то есть  $\mathbf{R}_{uuu} = \sigma_u^2 \mathbf{I}$ , а сигнал и помехи узкополосны в пространственно-временном смысле и для КМ  $\mathbf{R}_{ss}, \mathbf{R}_{ll}$  с точностью до постоянного коэффициента справедлива одноранговая аппроксимация

$$\mathbf{R}_{ss} = P_s \bar{\mathbf{V}}_s \bar{\mathbf{V}}_s^H, \mathbf{R}_{ll} = P_l \bar{\mathbf{V}}_l \bar{\mathbf{V}}_l^H, l = \overline{1, L}, \quad (1)$$

$$\text{где } \bar{\mathbf{V}}_s = [a_{s1} e^{j\varphi_{s1}} \dots a_{sN} e^{j\varphi_{sN}}]^T; \quad \bar{\mathbf{V}}_l = [a_{l1} e^{j\varphi_{l1}} \dots a_{lN} e^{j\varphi_{lN}}]^T.$$

Анализируя с учетом (1) варианты (3) и (4) решения задачи минимизации [1]

$$\min_W \bar{\mathbf{W}}^H \mathbf{R}_{xx} \bar{\mathbf{W}}, \bar{\mathbf{W}} \in G, \quad (2)$$

где  $G$  – множество ограничений, обеспечивающее исключение тривиального ( $\bar{\mathbf{W}} \equiv 0$ ) решения;

$$\bar{\mathbf{W}}_{MBM} = \beta \bar{\mathbf{Q}}(\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{xx})), \quad (3)$$

где  $\bar{\mathbf{Q}}(\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{xx}))$  – собственный вектор (СВ), соответствующий минимальному собственному числу (СЧ) матрицы  $\mathbf{R}_{xx}$ ,  $\beta$  – постоянного коэффициента;

$$\bar{\mathbf{W}}'_{MMB} = \beta \mathbf{R}_{xx}^{-1} \bar{\mathbf{C}}_j. \quad (4)$$

где  $\bar{\mathbf{C}}_j$  – вектор с одной ( $j$ -ой) ненулевой компонентой, приходим к трем вариантам решений [1]: при ограничении  $\bar{\mathbf{W}} = G_3$  –  $N$  линейно-независимых решений; в случае

ограничений  $\bar{W} = G_1$  и  $\bar{W} = G_2$  решение задачи единственно, если  $L \geq N - 1$ , а если  $L < N - 1$ , то существует несчетное множество решений, где  $\bar{W}(t)$  –  $N$ -мерный вектор весовых коэффициентов (ВВК),  $N$  – количество антенных элементов (АЭ),  $L$  – количество входных сигналов. При этом все решения обеспечивают одинаковую глубину подавления помехи и, в общем случае, различные значения выходного отношения сигнал/(помеха+шум) (ОСПШ).

Из вышеизложенного непосредственно следует, что в случае, когда адаптация осуществляется при отсутствии полезного сигнала ( $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{uu}, \mathbf{R}_{uu} = \mathbf{R}_{\Sigma} + \sigma_u^2 \mathbf{I}$ ) и выполняется неравенство  $L < N$ , ВВК типа (3) обеспечивает полное (до уровня теплового шума) подавление квазимонохроматических помех, а при использовании ВВК типа (4) глубина подавления помех зависит от входного отношения помеха/шум. В случае же, когда адаптация осуществляется при наличии полезного сигнала и при этом  $L < N - 1$ , то ВВК типа (3), (4) осуществляют подавление как помех, так и сигнала (соответственно до уровня теплового шума и на величину, зависящую от входных отношений сигнал/шум, помеха/шум).

Для большей общности сопоставим ВВК (3), (4) с учетом реальной (ненулевой) ширины спектра сигнала и помех, то есть рассмотрим ситуацию, при которой не выполняется представление (1). Ограничившись случаем антенной решетки (АР), состоящей из изотропных и невзаимодействующих АЭ, и, учитывая межэлементную декорреляцию комплексных огибающих сигнала и помех, корреляционные матрицы  $\mathbf{R}_{ss}, \mathbf{R}_{ll}$  представим соответственно в виде [2]

$$\mathbf{R}'_{ss} = P_s \begin{vmatrix} 1\rho_{s12}e^{j\varphi_{s12}} & \dots & \rho_{s1N}e^{j\varphi_{s1N}} \\ \rho_{s21}e^{j\varphi_{s21}} & 1 & \dots & \rho_{s2N}e^{j\varphi_{s2N}} \\ \vdots & & & \\ \rho_{sN1}e^{j\varphi_{sN1}} & \dots & 1 & \dots \end{vmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{R}'_{ll} = P_l \begin{vmatrix} 1\rho_{l12}e^{j\varphi_{l12}} & \dots & \rho_{l1N}e^{j\varphi_{l1N}} \\ \rho_{l21}e^{j\varphi_{l21}} & 1 & \dots & \rho_{l2N}e^{j\varphi_{l2N}} \\ \vdots & & & \\ \rho_{lN1}e^{j\varphi_{lN1}} & \dots & 1 & \dots \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где  $\rho_{ski}(\rho_{lki})$  – нормированный коэффициент корреляции сигналов (помех от  $l$ -го источника) на выходах  $k$ -го и  $i$ -го АЭ;  $\rho_{ski} = \rho_{sik}$ ;  $\rho_{lki} = \rho_{lik}$ ;  $\varphi_{ski} = j(\varphi_{sk} + \varphi_{si})$ ;  $\varphi_{lki} = j(\varphi_{lk} + \varphi_{li})$ . Анализируя КМ (5), (6) и вводя обозначение  $\mathbf{R}'_{xx} = \mathbf{R}'_{\Sigma} + \mathbf{R}'_{\Sigma} + \sigma_u^2 \mathbf{I}$

$\left( \mathbf{R}'_{\Sigma} = \sum_{j=1}^L \mathbf{R}'_{jj} \right)$ , приходим к выводу, что в случае реальных (с ненулевой шириной спектра)

сигналов и помех ВВК (3) единственен и всегда обеспечивает большую глубину подавления помех, чем ВВК типа (4). При этом, если  $N = 2$ , то нормированные СВ, соответствующие минимальным СЧ матриц  $\mathbf{R}'_{jj}$  и  $\mathbf{R}_{jj}$  тождественны, а если  $N > 2$ , то

$$\bar{Q}(\lambda_{\min}(\mathbf{R}'_{jj})) \neq \bar{Q}(\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{jj})).$$

Для иллюстрации рассмотрим численный пример. Положим, что  $N = 3$ , а АР состоит из изотропных и невзаимодействующих АЭ, разнесенных в пространстве на  $d_{12} = d_{21} = d = m_0/2$ . Тогда КМ  $\mathbf{R}_{ss}$  и  $\mathbf{R}_{nu} = \mathbf{R}_{11} + \sigma_u^2 \mathbf{I}$  можно представить в виде:

$$\mathbf{R}_{ss} = P_s \begin{bmatrix} 1 e^{-j\varphi_s} e^{-2j\varphi_s} \\ e^{j\varphi_s} 1 e^{-j\varphi_s} \\ e^{2j\varphi_s} - e^{j\varphi_s} 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{nu} = P_1 \begin{bmatrix} \alpha e^{-j\varphi_1} e^{-2j\varphi_1} \\ e^{j\varphi_1} \alpha e^{-j\varphi_1} \\ e^{2j\varphi_1} e^{j\varphi_1} \alpha \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $\alpha = 1 + \sigma_u^2/P_1$ ;  $\varphi_s = \pi \sin \Theta_s$ ;  $\varphi_1 = \pi \sin \Theta_1$ ;  $\Theta_s, \Theta_1$  – углы прихода сигнала и помехи.

Для упрощения положим, что адаптация осуществляется при отсутствии полезного сигнала  $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{nu}$  и, используя выражение (3), получим

$$\bar{W}_{1MMB} = [1 - 0,5e^{-j\varphi_1} - 0,5e^{-2j\varphi_1}]^H, \quad \bar{W}_{2MMB} = [-0,5e^{j\varphi_1} 1 - 0,5e^{-j\varphi_1}]^H, \\ \bar{W}_{3MMB} = [-0,5e^{2j\varphi_1} - 0,5e^{-j\varphi_1} + 1]^H.$$

При использовании ВВК (4), в свою очередь, имеем

$$\bar{W}'_{1MMB} = \left[ 1 + \frac{\sigma_u^2}{P_1} - 0,5e^{-j\varphi_1} - 0,5e^{-2j\varphi_1} \right]^H, \quad \bar{W}'_{2MMB} = \left[ -0,5e^{j\varphi_1} 1 + \frac{\sigma_u^2}{P_1} - 0,5e^{-j\varphi_1} \right]^H, \\ \bar{W}'_{3MMB} = \left[ -0,5e^{2j\varphi_1} - 0,5e^{j\varphi_1} + \frac{\sigma_u^2}{P_1} \right]^H.$$

Для случая ВВК  $\bar{W}_{1MMB} - \bar{W}_{3MMB}$  зависимости выходного ОСПШ от угла прихода полезного сигнала, рассчитанные при значениях  $\Theta_1 = 30^\circ$ ,  $10 \lg P_1/\sigma_u^2 = 20 \text{ дБ}$ ,  $10 \lg P_s/P_1 = -10 \text{ дБ}$  представлены на рис. 1. При этом цифрами 1, 2, 3, обозначены зависимости, полученные с использованием ВВК  $\bar{W}_{1MMB}$ ,  $\bar{W}_{2MMB}$ ,  $\bar{W}_{3MMB}$  соответственно. (Для выбранного соотношения помеха/шум зависимости, полученные с использованием ВВК  $\bar{W}'_{1MMB} - \bar{W}'_{3MMB}$ , практически совпадают с соответствующими кривыми, представленными на рис.1). Из рис. 1 видно, что в зависимости от угла прихода сигнала различия ОСПШ, потенциально достижимого с использованием ВВК типа (3) или ВВК типа (4), могут достигать 6 дБ и более. Можно показать, что указанные различия возрастают при увеличении числа АЭ.

Для иллюстрации и более подробного сопоставления ВВК (3), (4) воспользуемся методом имитационного моделирования и для исключения возможной неоднозначности решений ограничимся случаем  $N = 2$ . Результаты моделирования представлены на рис. 2 – 4, где цифрой 1 обозначены зависимости, полученные при использовании ВВК (3), а цифрой 2 – ВВК (4). При этом на рис. 2, 3 показаны зависимости нормированного значения мощности помехи на выходе АР ( $P_{1вbx}/P_1$ ) соответственно от входного отношения помеха/шум (рис. 2) и нормированного коэффициента взаимной корреляции комплексных огибающих  $\rho = \rho_{112}$  помехи на выходах АЭ (рис. 3), а на рис. 4 представлены зависимости выходного ОСПШ от входного отношения помеха/сигнал. При проведении моделирования предполагалось, что АР состоит из изотропных и невзаимодействующих АЭ, разнесенных в пространстве на  $d = m_0/2$ , и использовались следующие гипотезы о характере сигнально-

помеховой обстановки: – несущие частоты и формы спектра сигнала и помехи тождественны; – угол прихода помехи  $\Theta_1 = 30^\circ$  (рис. 2 – 4); – угол прихода сигнала  $\Theta_s = 0^\circ$  (рис. 4); – отношение мощности помехи (сигнала) к дисперсии теплового шума  $10 \lg P_1 / \sigma_{ш}^2 = 10 \text{ дБ}$  (рис. 3),  $10 \lg P_1 / \sigma_{ш}^2 = 20 \text{ дБ}$  (рис. 4),  $10 \lg P_s / \sigma_{ш}^2 = 10 \text{ дБ}$  (рис. 4). Кроме того, предполагалось, что сигнал и помеха узкополосны в пространственно-временном смысле и для соответствующих КМ справедливы представления (5), (6).

Из графиков (рис. 2. – 4) видно, что ВВК типа (3) практически инвариантны к входному отношению помеха/шум и во всех случаях обеспечивают большую глубину подавления помех, чем ВВК типа (4). Кроме того, в тех случаях, когда применение ММВ-алгоритмов не приводит к подавлению полезного сигнала (например, когда  $L = N - 1$ ,  $P_s < P_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ ) ВВК типа (3) обеспечивают большее выходное ОСПШ, чем ВВК типа (4).

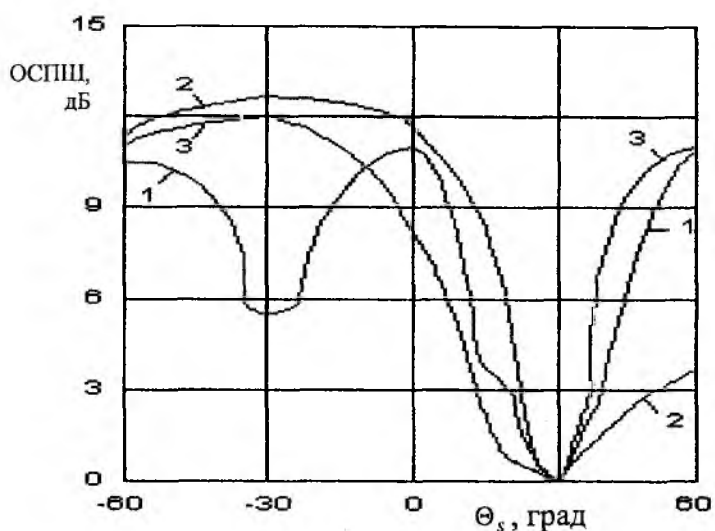


Рис. 1

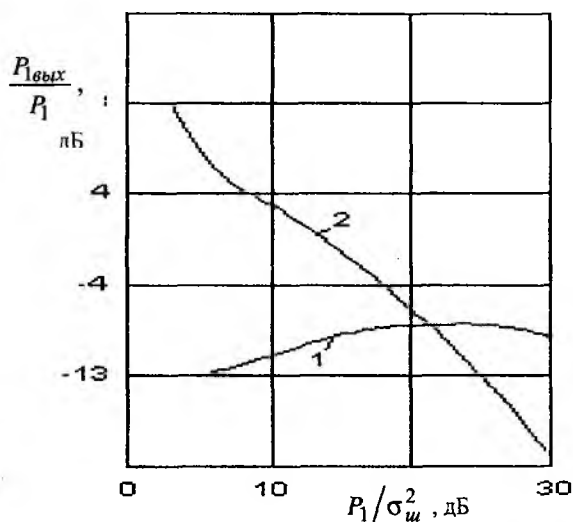


Рис. 2

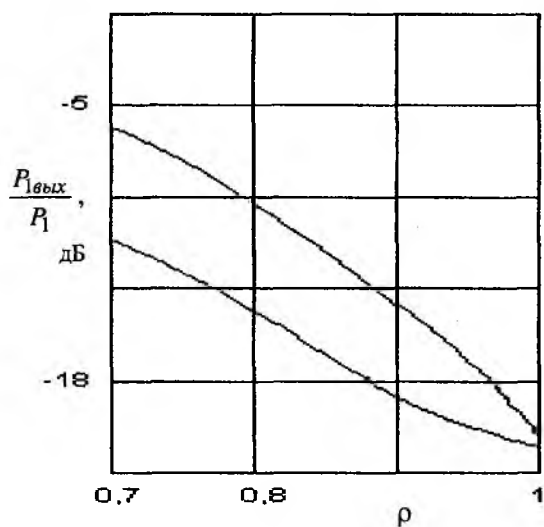


Рис. 3

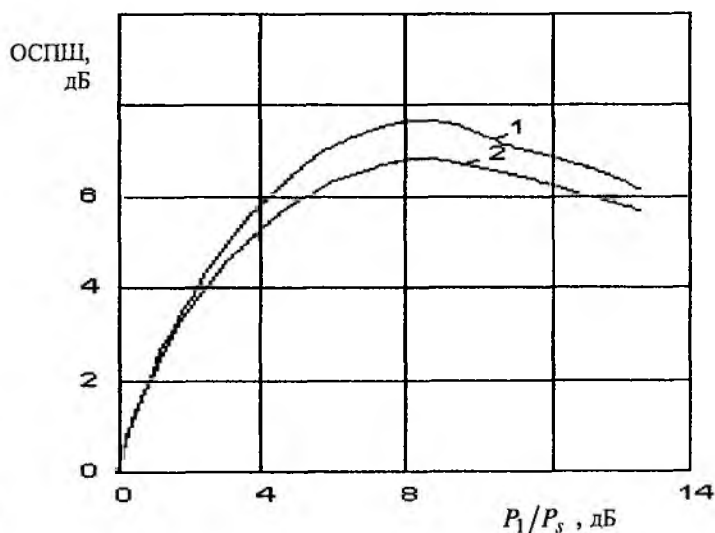


Рис. 4

### На основании приведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. В случае квадратичных ограничений решение задачи минимизации мощности выходного сигнала АР совпадает с СВ, соответствующим минимальному СЧ корреляционной матрицы входных сигналов, а в случае линейных ограничений задача минимизации мощности эквивалентна выбору соответствующего столбца обратной КМ.

2. В случае, когда для КМ-сигнала и помех справедлива одноранговая аппроксимация, задача минимизации мощности с квадратичными ограничениями имеет  $N - L - 1$  ( $N - L$  – при отсутствии сигнала) линейно-независимых решений, обеспечивающих одинаковую глубину подавления помех и в общем случае различные значения выходного ОСПШ. В указанных условиях задача минимизации мощности с линейными ограничениями имеет  $N$  линейно-независимых решений.

3. Алгоритмы АПОС, синтезированные по критерию ММВ с квадратичными ограничениями, инвариантны к уровню теплового шума и обеспечивают большее подавление как узкополосных, так и "широкополосных" помех, чем алгоритмы, реализующие критерий ММВ с линейными ограничениями.

4. В случае, когда расчет ВВК осуществляется при наличии сигнала и при этом  $N > (L + 1)$ , полезный сигнал может быть подавлен в процессе адаптации, даже если на входе АР выполняется неравенство  $P_s < P_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ . Поэтому при практической реализации необходимо применять меры по снижению числа степеней свободы АР.

Непреднамеренное подавление полезного сигнала – основной недостаток ММВ-алгоритмов, практически исключая возможность их непосредственного использования в военных линиях радиосвязи. Этот недостаток внутренне присущ самому критерию ММВ и в практических приложениях речь может идти только о способах применения ММВ-алгоритмов, уменьшающих вероятности непреднамеренного подавления сигнала [3 – 4]. В настоящее время, по – видимому, единственный конструктивный способ использования ММВ-алгоритмов – "двухканальный" вариант построения системы АПОС. При таком подходе система АПОС постоянно находится в режиме обучения, а собственно для приема сигналов используется только в том случае, когда качество приема становится хуже некоторого порога. Таким образом, исключается возможность непреднамеренного сигнала для тех случаев, когда для его удовлетворительного приема достаточно имеющегося в линии ресурса помехозащиты. Однако "двухканальный" вариант неработоспособен в случае помех, соизмеримых по мощности с полезным сигналом и не позволяет реализовать обширные потенциальные возможности АПОС.

**Список литературы:** 1. Марчук Л.А., Гиниятуллин Н.Ф., Коляничко А.В. Анализ алгоритмов минимизации мощности выходного сигнала в адаптивных антенных решетках // Радиотехника и электроника. 1997. Т.42, № 6. С.1-6. 2. Марчук Л.А., Прасьяко А.Д. Максимизация ОСПШ в задачах адаптивной пространственной фильтрации относительно широкополосных сигналов // Известия вузов. Серия Радиотехника. 1996. Т.39, № 8. С.72-75. 3. Комптоун Р.Т. Адаптивная антенная решетка в широкополосной системе связи // ТИИЭР. 1978. Т.66, № 3. С. 23-34. 4. Gardner W.A., Spooner C.M. The cumulant theory of cyclostationary time – series, part I: Foundation // IEEE Trans. Signal Processing. 1994. Vol.42, № 12. Pp. 3887- 4308.

Харьковский национальный  
университет радиотехники

Поступила в редколлегию 14.01.2002