

СИНХРОНИЗИРОВАННЫЙ АВТОГЕНЕРАТОР С ФАЗОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ СДВИГУ ФАЗЫ

Введение

Изучение явления синхронизации имеет важное значение для решения широкого круга научно-прикладных проблем. Широкое применение автогенераторов в режиме синхронизации в радиотехнике, связи, информационно-измерительной технике, автоматике обусловлено их значительными функциональными возможностями. Они, как известно, позволяют производить усиление и демодуляцию АМ, ЧМ и ФМ сигналов, фазовую коррекцию, нелинейную фильтрацию, преобразование малых изменений частоты сигнала синхронизации в фазовый сдвиг и многое другое [1 – 7]. Используются они и для моделирования гидродинамических, химических и биологических аналогов, где служат средством для решения общезначимых задач теории неравновесных сред. Введение фазовой обратной связи позволило существенно расширить функциональные возможности, как отдельных автоколебательных элементов, так и указанных систем в целом, поскольку привело не только к улучшению известных характеристик, но и к появлению новых свойств.

В связи с этим, целью данной статьи является исследование влияния фазовой обратной связи (ФОС) пропорциональной сдвигу фазы на характеристики синхронизированного на основном тоне одноконтурного LC-автогенератора.

Формирование фазовой обратной связи

Рассмотрим синхронизированный на основном тоне одноконтурный LC-автогенератор, в котором фазовая обратная связь пропорциональна сдвигу фазы между сигналом автогенератора и внешним сигналом синхронизации. Структурная схема такого устройства представлена на рис. 1, принципиальная схема автогенератора на рис. 2.

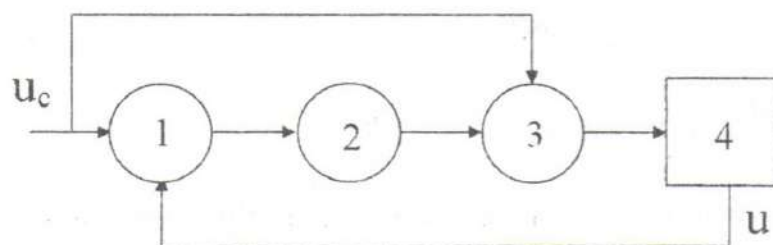


Рис. 1. Структурная схема синхронизированного автогенератора с обратной связью пропорциональной сдвигу фазы:

1 – фазовый детектор; 2 – масштабный усилитель;
3 – фазовый модулятор; 4 – автогенератор

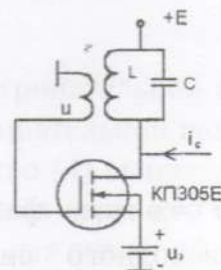


Рис. 2. Схема электрическая принципиальная автогенератора

Допустим, что внешний сигнал синхронизации описывается выражением $u_c = A_c \cos(\omega_c t + \varphi_c)$, а сигнал автогенератора может быть представлен соотношением $u = A \cos(\omega_c t + \varphi)$. При формировании обратной связи фазовый детектор 1 выделяет сдвиг фазы между сигналом автогенератора и внешним сигналом синхронизации. Выходное напряжение фазового детектора, пропорциональное этому сдвигу фазы, обрабатывается масштабным усилителем 2. Выходное напряжение этого усилителя, в свою очередь, управляет работой фазового модулятора 3, с помощью которого внешний сигнал синхронизации получает дополнительный фазовый сдвиг $k(\varphi - \varphi_c)$, где k – коэффициент пропорциональности. Сформированный таким образом непосредственный сигнал синхронизации в виде тока $i_c = I_c \cos(\omega_c t + \psi)$, где $\psi = \varphi_c + k(\varphi - \varphi_c)$ поступает в контур автогенератора 4.

Математическая модель автогенератора с ФОС

Рассмотрим, для определенности, автогенератор с трансформаторной обратной связью. Полученные результаты будут справедливы и для других схем одноконтурных автогенераторов.

В процессе разработки математической модели синхронизированного автогенератора с ФОС проходная динамическая характеристика его усилительного элемента аппроксимировалась полиномом четвертой степени $i = a_0 + a_1 u_y + a_2 u_y^2 + a_3 u_y^3 + a_4 u_y^4$, где $u_y = u + u_0$ – управляющее напряжение, u_0 – фиксированное смещение, а u – напряжение положительной обратной связи на входе усилительного элемента, оно же является сигналом автогенератора. Тогда, как известно, можно получить основное нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее одноконтурные квазигармонические автогенераторы, синхронизированные на основном тоне,

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} - \varepsilon \frac{\omega_0}{\omega_c} (1 - 2\beta u - 3\gamma u^2 - 4\delta' u^3) \frac{du}{d\tau} + \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2} u = KR\delta \frac{di_c}{d\tau},$$

где $\varepsilon = \delta\alpha$ – малый параметр; $\tau = \omega_c t$ – безразмерное время; $\alpha = (KR\alpha_0 - 1)$; $\beta = \beta_0 / \alpha_0$; $\gamma = \gamma_0 / \alpha_0$; $\delta' = \delta_0 / \alpha_0$; $\delta = 1/Q$; $\alpha_0 = -\alpha_0 + 1/(KR)$; $\delta_0 = a_4$; $\alpha_0 = a_1 + 2a_2 u_0 + 3a_3 u_0^2 + 4a_4 u_0^3$; $\gamma_0 = a_3 + 4a_4 u_0$; $\beta_0 = a_2 + 3a_3 u_0 + 6a_4 u_0^2$; ω_0, R, Q – резонансная частота контура автогенератора, его сопротивление и добротность; $K = M/L$, M – взаимная индуктивность, L – индуктивность контура.

Полагаем также, что $|d\psi/d\tau| \ll 1$. Добротность контуров автогенераторов считаем значительной, сигнал синхронизации малым и постоянной амплитуды. Это позволяет обращаться с амплитудой и фазой колебаний синхронизированного автогенератора как с медленно меняющимися функциями времени, а решение указанного уравнения искать в виде гармонической функции $u = A \cos(\omega_c t + \varphi)$. Далее, используя, например, метод усреднения, приходим к укороченным дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} (y^2 - 1)y &= \frac{\varepsilon B}{2\alpha} \cos[(1-k)\theta^0], \\ \frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha} \sin[(1-k)\theta^0] &= -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta^0 = \varphi - \varphi_c$ – фазовый сдвиг колебаний синхронизированного автогенератора относительно исходного сигнала синхронизации, $y = A/A_0$ – безразмерная амплитуда колебаний; $A_0 = \sqrt{4\alpha_0/(3\gamma_0)}$ – амплитуда колебаний автогенератора в автономном режиме; A – амплитуда колебаний автогенератора в режиме синхронизации; $(\Delta\omega/\omega_0) = (\omega_c - \omega_0)/\omega_0$; $B = I_c/I_0 \ll 1$; $I_0 = A_0/(RK)$.

Для малых сигналов синхронизации $B/\alpha \ll 1$. В этом случае из первого уравнения полученной системы следует, что значения безразмерной амплитуды колебаний мало отличаются от единицы. Эти уравнения и являются математической моделью автогенератора с ФОС.

Устойчивость колебаний

Переходим к уравнениям стационарного режима:

$$\begin{aligned} y^3 - y &= \frac{B}{\alpha} \cos[(1-k)\theta^0], \\ \frac{\varepsilon B}{2y\alpha} \sin[(1-k)\theta^0] &= -\frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \end{aligned}$$

Рассмотрим устойчивость стационарных колебаний в этом автогенераторе первым методом Ляпунова при условии, что $(1 - k) > 0$. Исследование проведем с помощью линеаризованных уравнений, полученных из системы (1), и описывающих малые возмущения амплитуды δy и фазы $\delta \varphi$ колебаний

$$\begin{aligned}\frac{d(\delta y)}{d\tau} &= a\delta y + b\delta\varphi, \\ \frac{d(\delta\varphi)}{d\tau} &= c\delta y + d\delta\varphi,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}a &= -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1), & b &= -\frac{\varepsilon B}{2\alpha}(1 - k)\sin[(1 - k)\theta^0], \\ c &= \frac{\varepsilon B}{2y^2\alpha}\sin[(1 - k)\theta^0], & d &= -\frac{\varepsilon B}{2y\alpha}(1 - k)\cos[(1 - k)\theta^0]\end{aligned}\quad (2)$$

Эта система позволяет получить характеристическое уравнение в виде $\lambda^2 - (a + d)\lambda + ad - bc = 0$. Тогда в соответствии с критерием Рауса – Гурвица для данного характеристического полинома второй степени, в случае устойчивых колебаний, должны выполняться условия

$$-(a + d) > 0 \text{ и } ad - bc > 0 \quad (3)$$

Рассмотрим первое неравенство. Подставляя выражения для a и d , запишем его следующим образом:

$$\frac{\varepsilon B}{2\alpha y}(1 - k)\cos[(1 - k)\theta^0] > -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1).$$

При $(1 - k) > 0$ т.е. $k < 1$ можно записать

$$\cos[(1 - k)\theta^0] > -\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}. \quad (4)$$

Правая часть неравенства меняется от очень большой по модулю отрицательной величины, при стремлении параметра k к единице, до малой по модулю отрицательной величины, стремящейся к нулю, когда параметр k стремится к $-\infty$. Неравенство (4) выполняется при любых значениях аргумента тригонометрической функции, если правая часть его отрицательна и меньше 1. В противном случае соотношение (4) справедливо для значений аргумента тригонометрической функции удовлетворяющих выражению

$$-\left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right| \leq (1 - k)\theta^0 \leq \left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right|.$$

Из этого соотношения следует, что диапазон изменения выражения $(1 - k)\theta^0$ меняется от $-\pi/2 \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi/2$ до $-\pi \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi$ в зависимости от величины параметра k .

Для сдвига фаз относительно внешнего сигнала синхронизации приведенное выше неравенство преобразуется к виду

$$-\left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right|/(1 - k) \leq \theta^0 \leq \left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right|/(1 - k).$$

При $k \rightarrow -\infty$ диапазон изменения аргумента тригонометрической функции в этом неравенстве стремится к пределу $(-\pi/2)/(1 - k) \leq \theta^0 \leq (\pi/2)/(1 - k)$.

Определим значение параметра k , при котором правая часть неравенства (4) меньше -1:

$$-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)} < -1,$$

откуда имеем

$$1 > k > 1 - \frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)}.$$

Правая часть отрицательна и больше -1 при

$$k < 1 - \frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)}.$$

Значение параметра $k = 0$ соответствует автогенератору без фазовой обратной связи.

Перейдем теперь к последнему условию $ad - bc > 0$. Подставляя соответствующие выражения из (2), после несложных преобразований, получаем выражение

$$\cos[(1 - k)\theta^0] > -\frac{B/(\alpha y)(\sin[(1 - k)\theta_0])^2}{3y^2 - 1} < 0.$$

Легко видеть, что правая часть этого неравенства слабо зависит от параметра k , отрицательна, за исключением точки $(1 - k)\theta^0 = 0$, и принимает значения, по абсолютной величине, гораздо меньшие единицы для малых сигналов синхронизации. Это означает, что сдвиг фазы меняется в пределах, незначительно превышающих $-\pi/2 \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi/2$ при любых значениях параметра k , соответствующих наличию ФОС.

Сравнивая диапазоны изменения углов сдвига фазы, в которых выполняются оба неравенства (3) легко заметить, что диапазон, в котором они одновременно справедливы, симметричен относительно точки $(1 - k)\theta^0 = 0$ и записывается следующим образом $-\pi/2 \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi/2$.

Исследование математической модели

Для исследования динамических процессов используем метод линейной аппроксимации укороченных уравнений (1). Непосредственно из этих уравнений получаем систему для определения фазовой характеристики

$$y^3 - y = \frac{B}{\alpha} \cos[(1 - k)\theta^0],$$

$$\theta^0 = \frac{1}{1 - k} \arcsin\left[-\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_{\text{эп}} y\right].$$

Аппроксимируем эти уравнения функцией

$$\theta^0 = -\frac{1}{1 - k} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_{\text{эп}} \frac{y_0}{(1 - \Delta_s)},$$

из которой следует дифференциальное уравнение для определения сдвига фазы

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \xi(1 - \Delta_s)(1 - k)\theta^0 = -\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{d\varphi_c}{d\tau}.$$

Выражение, описывающее установление сдвига фазы при $\varphi_c = \text{const}$, $\Delta\omega/\omega_0 = \text{const}$ и $\theta_{(0)}^0 = q$, полученное решением этого уравнения, имеет вид

$$\theta_{(\tau)}^0 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{\xi(1 - \Delta_s)(1 - k)} (1 - \exp(-\xi(1 - \Delta_s)(1 - k)\tau)) + q \exp(-\xi(1 - \Delta_s)(1 - k)\tau)$$

Аналогичное выражение, при отсутствии обратной связи, приведено ниже

$$\theta_{(\tau)}^0 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{\xi(1-\Delta_s)} (1 - \exp(-\xi(1-\Delta_s)\tau)) + q \exp(-\xi(1-\Delta_s)\tau).$$

Определим теперь влияние параметра k . Для $0 < k < 1$ сдвиг фазы и длительность переходного процесса меняются от значений, соответствующих сдвигу фазы колебаний автогенератора без обратной связи ($k = 0$) до очень больших величин, что соответствует влиянию положительной фазовой обратной связи.

Для другого диапазона значений k , ($k < 0$) сдвиг фазы и длительность переходного процесса, как нетрудно заметить, уменьшаются с ростом абсолютного значения этого параметра. Это аналогично влиянию отрицательной фазовой обратной связи первого рода.

Заключение

Использование фазовой обратной связи позволяет в еще большей степени реализовать потенциальные возможности автоколебательных систем. При этом существенную роль играет способ введения фазовой обратной связи. Введение фазовой обратной связи вышеуказанным образом позволяет плавно менять величину коэффициента k , а также его знак (путем изменения порядка подачи сигналов на вход фазового детектора), что дает возможность плавно менять степень влияния фазовой обратной связи в широких пределах и осуществлять плавный переход от одного вида фазовой обратной связи к другому. Следует отметить также, что в отличие от иных способов формирования ФОС, данный способ имеет одинаковую аппаратную реализацию независимо от того отрицательная это обратная связь или положительная.

Список литературы: 1. Самойленко Ю.И. Избирательные свойства автоколебательной системы, синхронизированной гармоническим сигналом // Радиотехника и электроника. – 1959. – №1. – С. 39-42. 2. Khokhlov R.V. A Method of Analysis in the Theory of Sinusoidal Self-Oscillations // IRE Transactions on Circuit Theory. – 1960. – vol. CT-7, № 4. – pp. 398-413. 3. Ruthroff C.L. Injection-Locked Oscillator FM Receiver Analysis // The Bell System Technical Journal. – 1968. – № 7. – pp. 1653-1661. 4. Toyosaku Isobe. Power Amplification for FM and PM Signals with Synchronized IMPATT Oscillators // IEEE Trans. – 1970. – vol. MTT-18, №11. – pp. 906- 911. 5. Daikoku K., Mizushima Y. Properties of Injection Locking in the non-linear oscillator // International Journal of Electronics. – 1974. – vol. 31, №3. – pp. 279-292. 6. Карпов В.В., Квасов М.Е. Усилительные свойства синхронизированного автогенератора // Вестн. Моск. ун-та. – 1978. – Сер.3. Физика, астрономия. – Т. 19, № 3. – С. 116-118. 7. Kazimierzczuk M.K., Krizhanovski V.G., Rassokhina J.V., Chernov D.V. Injection-Locked Class-E Oscillator // IEEE Trans. – 2006. – CAS- I. vol. 53, № 6. – pp. 1214-1222.

Украинская инженерно-педагогическая
академия, Харьков

Поступила в редколлегию 23.01.2011

СИНХРОНИЗИРОВАННЫЙ АВТОГЕНЕРАТОР С ФАЗОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ СДВИГУ ФАЗЫ

Введение

Изучение явления синхронизации имеет важное значение для решения широкого круга научно-прикладных проблем. Широкое применение автогенераторов в режиме синхронизации в радиотехнике, связи, информационно-измерительной технике, автоматике обусловлено их значительными функциональными возможностями. Они, как известно, позволяют производить усиление и демодуляцию АМ, ЧМ и ФМ сигналов, фазовую коррекцию, нелинейную фильтрацию, преобразование малых изменений частоты сигнала синхронизации в фазовый сдвиг и многое другое [1 – 7]. Используются они и для моделирования гидродинамических, химических и биологических аналогов, где служат средством для решения общезначимых задач теории неравновесных сред. Введение фазовой обратной связи позволило существенно расширить функциональные возможности, как отдельных автоколебательных элементов, так и указанных систем в целом, поскольку привело не только к улучшению известных характеристик, но и к появлению новых свойств.

В связи с этим, целью данной статьи является исследование влияния фазовой обратной связи (ФОС) пропорциональной сдвигу фазы на характеристики синхронизированного на основном тоне одноконтурного LC-автогенератора.

Формирование фазовой обратной связи

Рассмотрим синхронизированный на основном тоне одноконтурный LC-автогенератор, в котором фазовая обратная связь пропорциональна сдвигу фазы между сигналом автогенератора и внешним сигналом синхронизации. Структурная схема такого устройства представлена на рис. 1, принципиальная схема автогенератора на рис. 2.

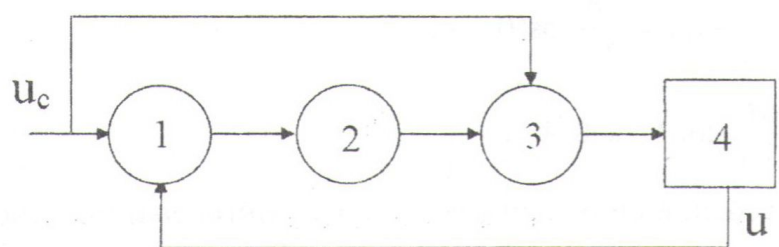


Рис. 1. Структурная схема синхронизированного автогенератора с обратной связью пропорциональной сдвигу фазы:
1 – фазовый детектор; 2 – масштабный усилитель;
3 – фазовый модулятор; 4 – автогенератор

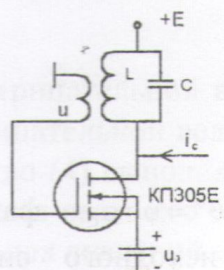


Рис.2. Схема электрическая принципиальная автогенератора

Допустим, что внешний сигнал синхронизации описывается выражением $u_c = A_c \cos(\omega_c t + \varphi_c)$, а сигнал автогенератора может быть представлен соотношением $u = A \cos(\omega_c t + \varphi)$. При формировании обратной связи фазовый детектор 1 выделяет сдвиг фазы между сигналом автогенератора и внешним сигналом синхронизации. Выходное напряжение фазового детектора, пропорциональное этому сдвигу фазы, обрабатывается масштабным усилителем 2. Выходное напряжение этого усилителя, в свою очередь, управляет работой фазового модулятора 3, с помощью которого внешний сигнал синхронизации получает дополнительный фазовый сдвиг $k(\varphi - \varphi_c)$, где k – коэффициент пропорциональности. Сформированный таким образом непосредственный сигнал синхронизации в виде тока $i_c = I_c \cos(\omega_c t + \psi)$, где $\psi = \varphi_c + k(\varphi - \varphi_c)$ поступает в контур автогенератора 4.

Математическая модель автогенератора с ФОС

Рассмотрим, для определенности, автогенератор с трансформаторной обратной связью. Полученные результаты будут справедливы и для других схем одноконтурных автогенераторов.

В процессе разработки математической модели синхронизированного автогенератора с ФОС проходная динамическая характеристика его усилительного элемента аппроксимировалась полиномом четвертой степени $i = a_0 + a_1 u_y + a_2 u_y^2 + a_3 u_y^3 + a_4 u_y^4$, где $u_y = u + u_0$ – управляющее напряжение, u_0 – фиксированное смещение, а u – напряжение положительной обратной связи на входе усилительного элемента, оно же является сигналом автогенератора. Тогда, как известно, можно получить основное нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее одноконтурные квазигармонические автогенераторы, синхронизированные на основном тоне,

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} - \varepsilon \frac{\omega_0}{\omega_c} (1 - 2\beta u - 3\gamma u^2 - 4\delta' u^3) \frac{du}{d\tau} + \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2} u = KR\delta \frac{di_c}{d\tau},$$

где $\varepsilon = \delta\alpha$ – малый параметр; $\tau = \omega_c t$ – безразмерное время; $\alpha = (KR\alpha_0 - 1)$; $\beta = \beta_0 / \alpha_0$; $\gamma = \gamma_0 / \alpha_0$; $\delta' = \delta_0 / \alpha_0$; $\delta = 1/Q$; $\alpha_0 = -\alpha_0 + 1/(KR)$; $\delta_0 = a_4$; $\alpha_0 = a_1 + 2a_2 u_0 + 3a_3 u_0^2 + 4a_4 u_0^3$; $\gamma_0 = a_3 + 4a_4 u_0$; $\beta_0 = a_2 + 3a_3 u_0 + 6a_4 u_0^2$; ω_0, R, Q – резонансная частота контура автогенератора, его сопротивление и добротность; $K = M/L$, M – взаимная индуктивность, L – индуктивность контура.

Полагаем также, что $|d\psi/d\tau| \ll 1$. Добротность контуров автогенераторов считаем значительной, сигнал синхронизации малым и постоянной амплитуды. Это позволяет обращаться с амплитудой и фазой колебаний синхронизированного автогенератора как с медленно меняющимися функциями времени, а решение указанного уравнения искать в виде гармонической функции $u = A \cos(\omega_c t + \varphi)$. Далее, используя, например, метод усреднения, приходим к укороченным дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2} (y^2 - 1)y &= \frac{\varepsilon B}{2\alpha} \cos[(1-k)\theta^0], \\ \frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha} \sin[(1-k)\theta^0] &= -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta^0 = \varphi - \varphi_c$ – фазовый сдвиг колебаний синхронизированного автогенератора относительно исходного сигнала синхронизации, $y = A/A_0$ – безразмерная амплитуда колебаний; $A_0 = \sqrt{4\alpha_0/(3\gamma_0)}$ – амплитуда колебаний автогенератора в автономном режиме; A – амплитуда колебаний автогенератора в режиме синхронизации; $(\Delta\omega/\omega_0) = (\omega_c - \omega_0)/\omega_0$; $B = I_c/I_0 \ll 1$; $I_0 = A_0/(RK)$.

Для малых сигналов синхронизации $B/\alpha \ll 1$. В этом случае из первого уравнения полученной системы следует, что значения безразмерной амплитуды колебаний мало отличаются от единицы. Эти уравнения и являются математической моделью автогенератора с ФОС.

Устойчивость колебаний

Переходим к уравнениям стационарного режима:

$$y^3 - y = \frac{B}{\alpha} \cos[(1-k)\theta^0],$$

$$\frac{\varepsilon B}{2y\alpha} \sin[(1-k)\theta^0] = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0}.$$

Рассмотрим устойчивость стационарных колебаний в этом автогенераторе первым методом Ляпунова при условии, что $(1 - k) > 0$. Исследование проведем с помощью линеаризованных уравнений, полученных из системы (1), и описывающих малые возмущения амплитуды δy и фазы $\delta\varphi$ колебаний

$$\begin{aligned}\frac{d(\delta y)}{d\tau} &= a\delta y + b\delta\varphi, \\ \frac{d(\delta\varphi)}{d\tau} &= c\delta y + d\delta\varphi,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}a &= -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1), & b &= -\frac{\varepsilon B}{2\alpha}(1 - k)\sin[(1 - k)\theta^0], \\ c &= \frac{\varepsilon B}{2y^2\alpha}\sin[(1 - k)\theta^0], & d &= -\frac{\varepsilon B}{2y\alpha}(1 - k)\cos[(1 - k)\theta^0]\end{aligned}\quad (2)$$

Эта система позволяет получить характеристическое уравнение в виде $\lambda^2 - (a + d)\lambda + ad - bc = 0$. Тогда в соответствии с критерием Рауса – Гурвица для данного характеристического полинома второй степени, в случае устойчивых колебаний, должны выполняться условия

$$-(a + d) > 0 \text{ и } ad - bc > 0 \quad (3)$$

Рассмотрим первое неравенство. Подставляя выражения для a и d , запишем его следующим образом:

$$\frac{\varepsilon B}{2\alpha y}(1 - k)\cos[(1 - k)\theta^0] > -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1).$$

При $(1 - k) > 0$ т.е. $k < 1$ можно записать

$$\cos[(1 - k)\theta^0] > -\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}. \quad (4)$$

Правая часть неравенства меняется от очень большой по модулю отрицательной величины, при стремлении параметра k к единице, до малой по модулю отрицательной величины, стремящейся к нулю, когда параметр k стремится к $-\infty$. Неравенство (4) выполняется при любых значениях аргумента тригонометрической функции, если правая часть его отрицательна и меньше 1. В противном случае соотношение (4) справедливо для значений аргумента тригонометрической функции удовлетворяющих выражению

$$-\left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right| \leq (1 - k)\theta^0 \leq \left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right|.$$

Из этого соотношения следует, что диапазон изменения выражения $(1 - k)\theta^0$ меняется от $-\pi/2 \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi/2$ до $-\pi \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi$ в зависимости от величины параметра k .

Для сдвига фаз относительно внешнего сигнала синхронизации приведенное выше неравенство преобразуется к виду

$$-\left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right|/(1 - k) \leq \theta^0 \leq \left|\arccos\left(-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)}\right)\right|/(1 - k).$$

При $k \rightarrow -\infty$ диапазон изменения аргумента тригонометрической функции в этом неравенстве стремится к пределу $(-\pi/2)/(1 - k) \leq \theta^0 \leq (\pi/2)/(1 - k)$.

Определим значение параметра k , при котором правая часть неравенства (4) меньше -1:

$$-\frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)(1 - k)} < -1,$$

откуда имеем

$$1 > k > 1 - \frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)}.$$

Правая часть отрицательна и больше -1 при

$$k < 1 - \frac{3y^2 - 1}{B/(\alpha y)}.$$

Значение параметра $k = 0$ соответствует автогенератору без фазовой обратной связи.

Перейдем теперь к последнему условию $ad - bc > 0$. Подставляя соответствующие выражения из (2), после несложных преобразований, получаем выражение

$$\cos[(1 - k)\theta^0] > -\frac{B/(\alpha y)(\sin[(1 - k)\theta_0])^2}{3y^2 - 1} < 0.$$

Легко видеть, что правая часть этого неравенства слабо зависит от параметра k , отрицательна, за исключением точки $(1 - k)\theta^0 = 0$, и принимает значения, по абсолютной величине, гораздо меньшие единицы для малых сигналов синхронизации. Это означает, что сдвиг фазы меняется в пределах, незначительно превышающих $-\pi/2 \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi/2$ при любых значениях параметра k , соответствующих наличию ФОС.

Сравнивая диапазоны изменения углов сдвига фазы, в которых выполняются оба неравенства (3) легко заметить, что диапазон, в котором они одновременно справедливы, симметричен относительно точки $(1 - k)\theta^0 = 0$ и записывается следующим образом $-\pi/2 \leq (1 - k)\theta^0 \leq \pi/2$.

Исследование математической модели

Для исследования динамических процессов используем метод линейной аппроксимации укороченных уравнений (1). Непосредственно из этих уравнений получаем систему для определения фазовой характеристики

$$y^3 - y = \frac{B}{\alpha} \cos[(1 - k)\theta^0],$$

$$\theta^0 = \frac{1}{1 - k} \arcsin[-(\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{\text{ЭН}} y].$$

Аппроксимируем эти уравнения функцией

$$\theta^0 = -\frac{1}{1 - k} (\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{\text{ЭН}} \frac{y_0}{(1 - \Delta_s)},$$

из которой следует дифференциальное уравнение для определения сдвига фазы

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \xi(1 - \Delta_s)(1 - k)\theta^0 = -(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}) - \frac{d\varphi_c}{d\tau}.$$

Выражение, описывающее установление сдвига фазы при $\varphi_c = \text{const}$, $\Delta\omega/\omega_0 = \text{const}$ и $\theta^0_{(0)} = q$, полученное решением этого уравнения, имеет вид

$$\theta^0_{(\tau)} = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{\xi(1 - \Delta_s)(1 - k)} (1 - \exp(-\xi(1 - \Delta_s)(1 - k)\tau)) + q \exp(-\xi(1 - \Delta_s)(1 - k)\tau)$$

Аналогичное выражение, при отсутствии обратной связи, приведено ниже

$$\theta_{(\tau)}^0 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{\xi(1-\Delta_s)} (1 - \exp(-\xi(1-\Delta_s)\tau)) + q \exp(-\xi(1-\Delta_s)\tau).$$

Определим теперь влияние параметра k . Для $0 < k < 1$ сдвиг фазы и длительность переходного процесса меняются от значений, соответствующих сдвигу фазы колебаний автогенератора без обратной связи ($k = 0$) до очень больших величин, что соответствует влиянию положительной фазовой обратной связи.

Для другого диапазона значений k , ($k < 0$) сдвиг фазы и длительность переходного процесса, как нетрудно заметить, уменьшаются с ростом абсолютного значения этого параметра. Это аналогично влиянию отрицательной фазовой обратной связи первого рода.

Заключение

Использование фазовой обратной связи позволяет в еще большей степени реализовать потенциальные возможности автоколебательных систем. При этом существенную роль играет способ введения фазовой обратной связи. Введение фазовой обратной связи вышеуказанным образом позволяет плавно менять величину коэффициента k , а также его знак (путем изменения порядка подачи сигналов на вход фазового детектора), что дает возможность плавно менять степень влияния фазовой обратной связи в широких пределах и осуществлять плавный переход от одного вида фазовой обратной связи к другому. Следует отметить также, что в отличие от иных способов формирования ФОС, данный способ имеет одинаковую аппаратную реализацию независимо от того отрицательная это обратная связь или положительная.

Список литературы: 1. Самойленко Ю.И. Избирательные свойства автоколебательной системы, синхронизированной гармоническим сигналом // Радиотехника и электроника. – 1959. – №1. – С. 39-42. 2. Khokhlov R.V. A Method of Analysis in the Theory of Sinusoidal Self-Oscillations // IRE Transactions on Circuit Theory. – 1960. – vol. CT-7, № 4. – pp. 398-413. 3. Ruthroff C.L. Injection-Locked Oscillator FM Receiver Analysis // The Bell System Technical Journal. – 1968. – № 7. – pp. 1653-1661. 4. Toyosaku Isobe. Power Amplification for FM and PM Signals with Synchronized IMPATT Oscillators // IEEE Trans. – 1970. – vol. MTT-18, №11. – pp. 906- 911. 5. Daikoku K., Mizushima Y. Properties of Injection Locking in the non-linear oscillator // International Journal of Electronics. – 1974. – vol. 31, №3. – pp. 279-292. 6. Карнов В.В., Квасов М.Е. Усилительные свойства синхронизированного автогенератора // Вестн. Моск. ун-та. – 1978. – Сер.3. Физика, астрономия. – Т. 19, № 3. – С. 116-118. 7. Kazimierczuk M.K., Krizhanovski V.G., Rassokhina J.V., Chernov D.V. Injection-Locked Class-E Oscillator // IEEE Trans. – 2006. – CAS- I. vol. 53, № 6. – pp. 1214-1222.

Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков

Поступила в редколлегию 23.01.2011