

В. А. ТИХОНОВ, канд. техн. наук, И. В. САВЧЕНКО, А. Н. БОЖКО

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛОВ СВЯЗИ С НЕЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Разработка отечественных высокоскоростных модемов для кабельных и радиоканалов, оценка их потенциальных и эксплуатационных характеристик связаны с решением комплекса технических задач, а также требуют создания соответствующего программного обеспечения, моделирования систем и каналов связи. Внедрение и тестирование зарубежной аппаратуры должно сопровождаться совершенствованием методов защиты от помех и искажений, которое бы учитывало специфику характеристик и качество отечественных линий передачи. Особенно актуальной при больших скоростях передачи данных становится проблема защиты от искажений из-за нелинейных частотных характеристик каналов связи. Частотные характеристики каналов по коммутируемым телефонным линиям изменяются каждый раз при наборе нового номера, зависят от типа кабеля, от условий и срока его эксплуатации. Поэтому можно полагать, что характеристики каналов передачи под воздействием различных факторов могут изменяться в широких пределах.

В качестве моделей каналов связи могут применяться цифровые фильтры (ЦФ). Однако в большинстве работ, посвященных вопросам синтеза цифровых фильтров, рассматривается возможность аппроксимации идеальных фильтров, дифференциаторов, преобразователей Гильберта и т. д. Гораздо меньше внимания уделяется моделированию реальных линий и каналов передачи, нелинейные частотные характеристики которых обычно трудно или вообще невозможно точно представить аналитически. В данной работе делается попытка проанализировать некоторые структуры цифровых фильтров с точки зрения их применимости для моделирования каналов и линий связи.

Для моделирования каналов, частотные характеристики которых не содержат узкополосных составляющих, целесообразно использовать нерекурсивные, или трансверсальные, цифровые фильтры (рис. 1). При этом зачастую удается получить приемлемую аппроксимацию заданной частотной характеристики при небольшом числе коэффициентов усиления.

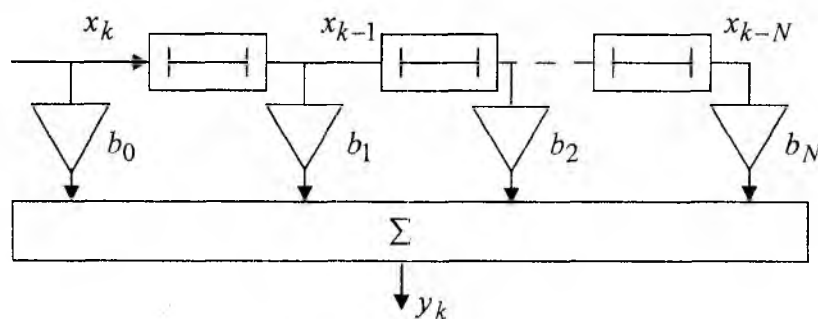


Рис. 1

Выходной сигнал нерекурсивного фильтра (НРФ) описывается выражением вида

$$y_k = \sum_{i=0}^N x_{k-i} b_i, \quad (1)$$

где  $b_i$  – коэффициенты усиления отводов нерекурсивного фильтра;  $N$  – число линий задержки или число звеньев НРФ.

Существует множество методов синтеза нерекурсивных фильтров, наиболее известными из которых являются: метод взвешивающих окон, метод частотной выборки, метод наилуч-

шей равномерной аппроксимации [1, 2]. В случае, когда известно аналитическое выражение для передаточной функции, оправданным во многих случаях оказывается использование метода взвешивающих окон.

В сотовых системах радиосвязи с GMSK – и FQPSK – модуляцией применяют оптимальные каналные гауссовы фильтры [3]. Рассмотрим пример использования метода взвешивающих окон для синтеза НРФ с частотной характеристикой гауссова фильтра четвертого порядка. Гауссов фильтр четвертого порядка описывается частотной характеристикой вида

$$K(j\omega) = \left( \prod_{i=1}^2 \frac{\omega_i^2}{\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega - \omega^2} \right)^2, \quad (2)$$

где  $\omega_1 = 1,9086$ ;  $\omega_2 = 1,6768$ ;  $\xi_1 = 0,7441$ ;  $\xi_2 = 0,9792$ .

Модуль частотной характеристики НРФ определяется из выражения

$$|K(j\omega)| = \sum_{i=0}^N b_i \exp(-j\omega). \quad (3)$$

Так как коэффициенты  $b_i$  НРФ равны отсчетам его импульсной характеристики  $h_i$  и частотная характеристика любого цифрового фильтра является периодической, то коэффициенты нерекурсивного фильтра можно вычислить обратным преобразованием Фурье заданной частотной характеристики

$$h_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(j\omega) \exp(j\omega) d\omega. \quad (4)$$

Найденная согласно (4) импульсная характеристика является некаузальной, так как при отрицательных  $i$  содержит ненулевые значения. Поэтому для обеспечения физической реализуемости НРФ необходимо задержать полученную импульсную характеристику на  $\frac{N}{2}$  тактов.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) моделируемого гауссова фильтра представлена на рис. 2. Коэффициенты трансверсального фильтра определялись по каузальной импульсной характеристике согласно (4). Полученный по формуле (3) модуль частотной характеристики нерекурсивного фильтра показан на рис. 3. Здесь кривые 1, 2 и 3 соответствует числу коэффициентов НРФ, равному соответственно 3, 5 и 7. Как видно из рис. 2 – 3, уже при семи коэффициентах нерекурсивного фильтра получаем довольно высокую степень соответствия между заданной и полученной АЧХ. Следует заметить, что из-за отсутствия на модулируемой частотной характеристике точек разрыва эффект Гиббса не проявляется. Это позволяет использовать при моделировании простейшее прямоугольное весовое окно.

При моделировании каналов, частотные характеристики которых содержат узкополосные составляющие, применение нерекурсивных фильтров уже не будет оправданным. Это связано с тем, что для хорошей аппроксимации понадобится большое число отсчетов импульсной характеристики, а значит существенно возрастет количество звеньев НРФ и вычислительная сложность фильтрации. Гораздо более эффективным в этом случае оказывается применение рекурсивных фильтров (РФ). Известные методы синтеза цифровых РФ можно разделить на три большие класса [2]: методы, включающие проектирование соответствующего фильтра непрерывного времени и его дискретизацию; методы расчета в  $z$ -плоскости; методы, использующие процедуры оптимизации. Все описанные методы синтеза

рекурсивных фильтров отличаются значительно большей вычислительной сложностью, нежели методы синтеза НРФ.

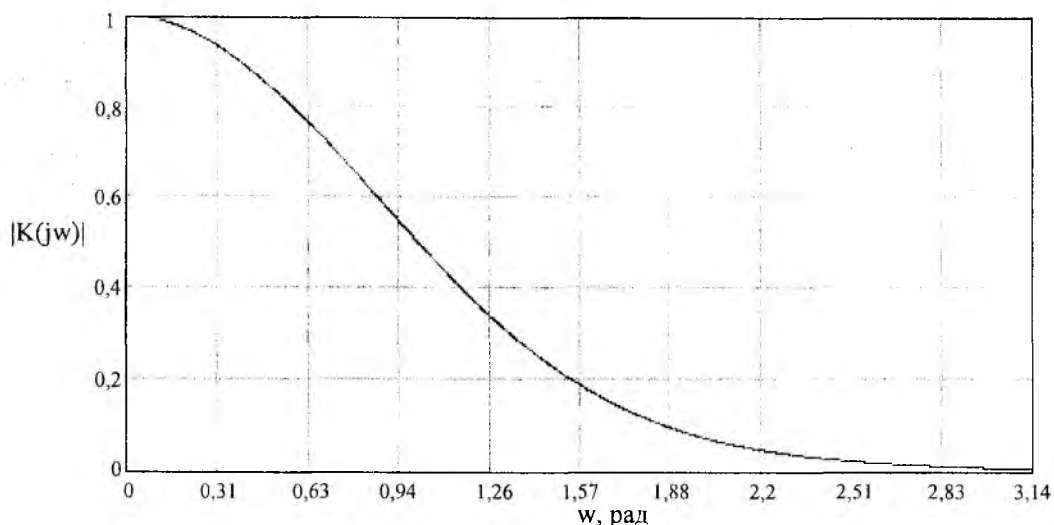


Рис. 2

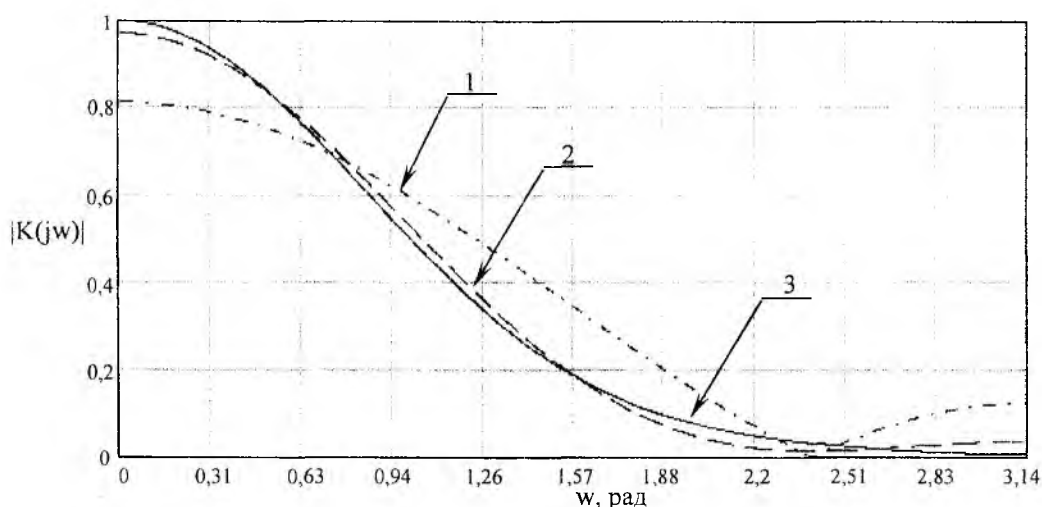


Рис. 3

Несмотря на все достоинства существующих методов синтеза цифровых фильтров, при решении практических задач моделирования каналов и линий связи нередко возникают трудности, связанные в основном с необходимостью аналитического описания передаточных функций и большой, в случае рекурсивных фильтров, вычислительной сложностью. В такой ситуации более эффективными могут оказаться методы синтеза ЦФ, предлагаемые в данной публикации.

Рассмотрим модель, позволяющую имитировать довольно значительный класс линий передачи, амплитудно-частотные характеристики которых содержат узкополосные пики в рабочей полосе частот. Для моделирования таких линий предлагается использовать неканоническую прямую форму рекурсивного фильтра [2], в которой только один из коэффициентов прямой цепи ( $b_0 = 1$ ) не равен нулю. Данный рекурсивный фильтр представлен на рис. 4. Выходной сигнал такого РФ описывается соотношением:

$$z_k = x_k - \sum_{i=1}^P a_i z_{k-i}, \quad (5)$$

где  $x_k$  – входные отсчеты дискретизированного сигнала,  $a_i$  – коэффициенты усиления фильтра,  $z_k$  – отсчеты выходного сигнала рекурсивного фильтра.

Структура РФ, изображенного на рис. 4, совпадает со структурой формирующего фильтра процесса авторегрессии. Приведенный в статье [4] метод расчета коэффициентов и числа звеньев авторегрессионного формирующего фильтра вполне соответствует решаемой задаче синтеза рекурсивного фильтра по заданной АЧХ. В качестве порождающего процесса в авторегрессионной модели линейного предсказания используется белый шум. Поэтому спектральная плотность мощности (СПМ) процесса авторегрессии совпадает с квадратом модуля частотной характеристики рекурсивного фильтра, которая рассчитывается по формуле:

$$|K(j\omega)| = \frac{1}{\left| 1 - \sum_{i=1}^P a_i \exp(-j\omega T) \right|^2} \quad (6)$$

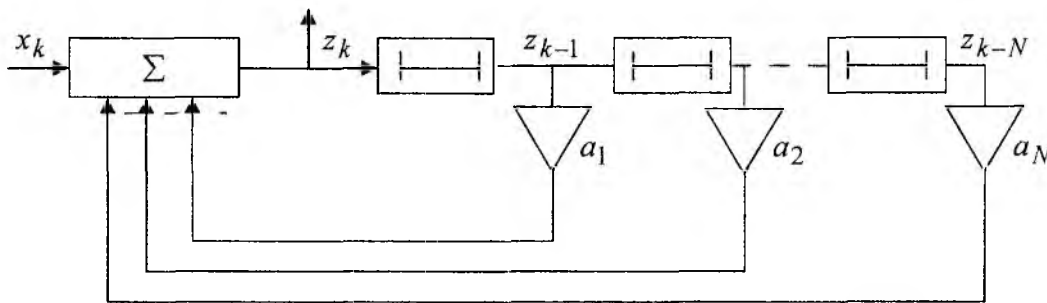


Рис. 4

Метод расчета  $a_i$  основан на простой, с хорошим приближением связи между коэффициентами рекурсивного фильтра и корнями характеристического уравнения процесса авторегрессии. Корни характеристического уравнения выражаются через ширину полосы по уровню половинной мощности и частоту пика АЧХ. Если АЧХ содержит несколько пиков, коэффициенты усиления рассчитываются по известным частотам и ширине полос каждого из них. Число звеньев рекурсивного фильтра должно быть в два раза больше числа пиков расположенных на ненулевой частоте и частоте, отличной от максимальной. Если пик АЧХ находится на нулевой частоте или на максимальной, равной  $1/2T$ , для формирования такой АЧХ достаточно одного звена рекурсивного фильтра.

Приведем два примера расчета рекурсивного фильтра с неравномерной АЧХ. Для моделирования каналов связи с помощью рекурсивного фильтра выбирались параметры АЧХ для первого канала, равные:  $f_1 = 15$ ,  $\Delta f_1 = 7$ ,  $f_2 = 30$ ,  $\Delta f_2 = 10$ ,  $f_3 = 40$ ,  $\Delta f_3 = 15$ ,  $f_4 = 65$ ,  $\Delta f_4 = 15$  и для второго канала:  $f_1 = 10$ ,  $\Delta f_1 = 20$ ,  $f_2 = 25$ ,  $\Delta f_2 = 15$ ,  $f_3 = 40$ ,  $\Delta f_3 = 10$ ,  $f_4 = 60$ ,  $\Delta f_4 = 3$ .

Для анализа частотных характеристик цифровых фильтров удобно использовать нормирование по частоте. Если нормированная частота  $w = \omega T$ , то при  $\omega = \omega_0$  имеем  $w = 2\pi$  и требования к фильтрам необходимо задавать на интервале  $[0, \pi]$ .

Если выбрать частоту дискретизации  $f_0 = 200$ , то период дискретизации окажется равным  $T = 0,005$ . Пронормировав частоты по указанному выше правилу, получим:

$$w_1 = 0,47, \Delta w_1 = 0,22, w_2 = 0,94, \Delta w_2 = 0,31, w_3 = 1,26, \Delta w_3 = 0,47, w_4 = 2,04, \Delta w_4 = 0,47;$$

$$w_1 = 0,31, \Delta w_1 = 0,62, w_2 = 0,79, \Delta w_2 = 0,47, w_3 = 1,26, \Delta w_3 = 0,31, w_4 = 1,88, \Delta w_4 = 0,09.$$

Рассчитанные коэффициенты усиления двух РФ с использованием формул из [4] составили:  $a_1 = 2,37$ ,  $a_2 = -3,43$ ,  $a_3 = 3,45$ ,  $a_4 = -2,97$ ,  $a_5 = 2,2$ ,  $a_6 = -1,47$ ,  $a_7 = 0,69$ ,  $a_8 = -0,23$ ;  $a_1 = 2,46$ ,  $a_2 = -3,89$ ,  $a_3 = 4,68$ ,  $a_4 = -4,64$ ,  $a_5 = 3,73$ ,  $a_6 = -2,32$ ,  $a_7 = 0,99$ ,  $a_8 = -0,2$ .

Соответствующие частотные характеристики моделей каналов представлены на рис. 5.

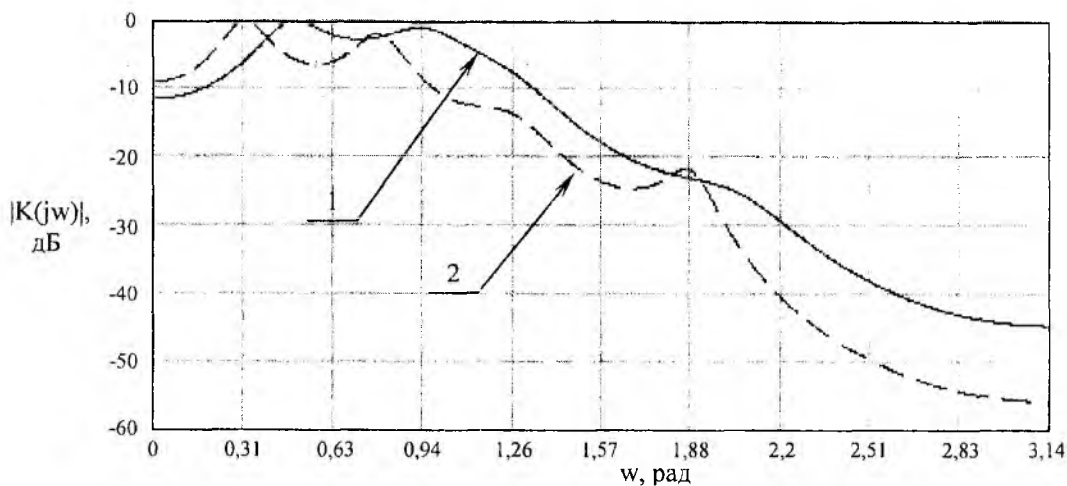


Рис. 5

Как видно из данного графика, частоты пиков соответствуют задаваемым при моделировании параметрам. Полосы частот сложно определить визуально, что объясняется наложением соседних частотных составляющих пиков. Выбором значений частот пиков и ширин полос можно изменять в широких пределах частотную характеристику моделируемого канала связи. При малом числе звеньев фильтра легко получить модели АЧХ узкополосных каналов связи. Широкополосные каналы со сложной АЧХ требуют использования большего числа звеньев фильтра.

Аналогичный подход можно использовать и для синтеза НРФ. Разумеется, методика расчета, использованная выше для вычисления коэффициентов усиления рекурсивного фильтра, не подходит для расчета коэффициентов усиления нерекурсивного фильтра. Однако, учитывая, что модель линейного предсказания на нерекурсивном фильтре соответствует процессу скользящего среднего, можно использовать тесную связь моделей авторегрессии и скользящего среднего.

В работе [5] был предложен метод, основанный на применении коэффициентов авторегрессии для расчета фильтра процесса скользящего среднего. При этом учитывалось, что АЧХ авторегрессионного фильтра обратна АЧХ фильтра скользящего среднего, т. е.

$$|K_{AP}(jw)| = |K_{CC}(jw)|^{-1}. \quad (7)$$

Таким образом, если известны частоты провалов АЧХ линии связи и их ширина по уровню половинной мощности, можно сравнительно просто рассчитать коэффициенты усиления нерекурсивного фильтра. Для этого используются коэффициенты авторегрессии, позволяющие получить пики АЧХ рекурсивного фильтра на соответствующих частотах провалов АЧХ нерекурсивного фильтра.

Покажем два примера расчета моделей каналов связи, АЧХ которых характеризуется наличием широкополосных составляющих. Пусть значения центральных частот и ширины полос АЧХ моделируемых каналов равны:  $f_1 = 0$ ,  $\Delta f_1 = 4$ ,  $f_2 = 100$ ,  $\Delta f_2 = 10$  и  $f_1 = 0$ ,  $\Delta f_1 = 1$ ,  $f_2 = 65$ ,  $\Delta f_2 = 22$ ,  $f_3 = 100$ ,  $\Delta f_3 = 10$ .

Для нормированных частот при периоде дискретизации  $T = 0,005$  имеем:

$$\omega_1 = 0, \Delta\omega_1 = 0,13, \omega_2 = 3,14, \Delta\omega_2 = 0,31$$

$$\text{и } \omega_1 = 0, \Delta\omega_1 = 0,031, \omega_2 = 2,04, \Delta\omega_2 = 0,69, \omega_3 = 3,14, \Delta\omega_3 = 0,31.$$

Рассчитанные согласно [5] коэффициенты усиления нерекурсивных фильтров (рис. 1) для двух моделей составляют соответственно:  $b_0 = 1, b_1 = 0,17, b_2 = 1,60, b_3 = -0,14, b_4 = -0,64$  и  $b_0 = 1, b_1 = -0,38, b_2 = 1,33, b_3 = 0,98, b_4 = -0,013, b_5 = -0,56, b_6 = -0,35$ .

Полученные по формуле (3) модули частотных характеристик НРФ представлены на рис. 6. Изменением параметров спадов АЧХ и их количества можно изменять форму АЧХ.

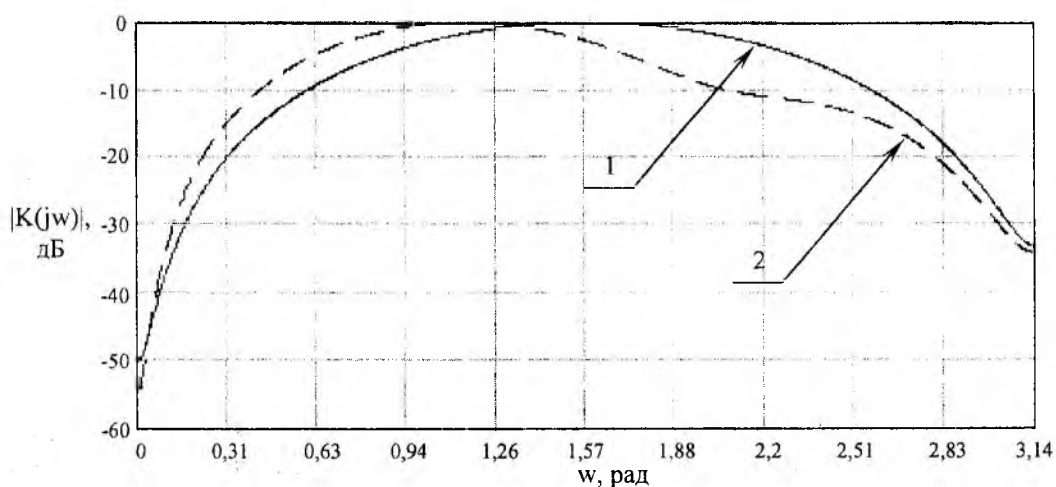


Рис. 6

Сложно найти простую универсальную структуру цифрового фильтра, АЧХ которого может принимать необходимую для моделирования различных линий передачи форму. Приведенные в статье методики синтеза цифровых фильтров позволяют сравнительно просто моделировать реальные каналы и линии связи. Анализ полученных результатов показывает достаточно хорошее совпадение частотных характеристик цифровых фильтров и моделируемых каналов связи. При использовании предложенных методов значительно снижается вычислительная сложность (это относится в основном к рекурсивным фильтрам) синтеза ЦФ.

**Выводы:** Проанализирована возможность применения цифровых фильтров для моделирования линий связи; рассмотрено применение метода взвешивающих окон для синтеза нерекурсивного фильтра; предложены методы синтеза цифровых фильтров, основанные на связи моделей авторегрессии и скользящего среднего с рекурсивными и нерекурсивными фильтрами.

**Список литературы:** 1. Бондарев В. Н., Трестер Г., Чернега В. С. Цифровая обработка сигналов: методы и средства: Учеб. пособие для вузов. Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. 398 с.: ил. 2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848с. 3. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлева. М.: Радио и связь, 2000. 520 с. 4. Тихонов В.А., Русановский Д.Е., Тихонов Д.В. Генерация узкополосных имитационных случайных процессов // Радиотехника и информатика. 1999. №4. С.83-85. 5. Тихонов В.А., Тихонов Д.В., Бажина А.В. Моделирование широкополосных случайных процессов // Збірник наукових праць / М-во оборони України; Харк. військ. ун-т. Харків, 2000. Вип. 4(30). С. 132 – 135.