СУТОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ОТПРАВЛЕНИЯ ПОЕЗДОВ НА СОРТИРОВОЧНЫХ СТАНЦИЯХ

Н. Д. Иловайский
Харьков

Развитие современных средств сбора и переработки информации послужило материальной базой для создания автоматизированных систем управления перевозочным процессом. На Южной железной дороге прошла опытные испытания система автоматизированного прогноза отправления поездов для сортировочных станций с использованием ЭВМ «Минск-22». При этом ставилась цель — прогнозировать работу сортировочных станций по расформированию и отправлению поездов на сутки вперед в условиях частичной неопределенности, обеспечивая наименьшие затраты на сбор, хранение и переработку минимального объема исходных данных. Опираясь на современный математический аппарат, удалось успешно использовать ЭВМ «Минск-22» и информационную связь для решения этой важной проблемы.

Автоматизированный прогноз строится с использованием матриц распределения вагонопотоков по назначениям плана формирования и технологических нормативов работы станции. Используя функции, выражающие зависимость прибытия замыкающей группы вагонов каждого назначения от числа прибывающих поездов, определяем ближайшие нитки графика отправления поездов. На заданные таким образом нитки графика планируем процесс расформирования — формирования поездов. Задача поставлена по методу динамического программирования и отнесена к задачам с мультипликативным критерием: «Мультипликативным» обычно называют (1) критерий («выигрыш») W, если он может быть представлен в виде произведения «выигрышей», достигаемых на отдельных этапах:

$$W = w_1, w_2, \ldots, w_m = \prod_{i=1}^{m}. \tag{1}$$

Для преобразования мультипликативного критерия W в аддитивный, надо прологарифмировать выражение W и обеспечить:

$$\lg W = \sum_{i=1}^{m} \lg w_i; \tag{2}$$

$$V = \lg W; \quad v_i = \lg w_i. \tag{3}$$

Получим новый критерий

$$V = \sum_{i=1}^{m} v_i. \tag{4}$$

Этот критерий обладает свойством аддитивности и обращается в максимум (минимум) одновременно с W.

Сформулируем задачу. Пусть имеется n прибывающих поездов, из вагонов которых мы хотим сформировать какое-то число поездов и отправить их по m ниткам графика

$$H_1, H_2, \ldots, H_m \ (m < n).$$

Причем, нужно отправить поезда по всем без исключения заданным ближайшим ниткам графика.

Требуется так распределить n прибывающих поездов для расформирования — формирования и последующего отправления по m ниткам графика, чтобы вероятность совместного использования всех специализированных ниток графика W достигла максимума.

Рассмотрим распределение прибывающих поездов как m-этапную операцию.

Обозначим k_i число прибывающих поездов, после расформирования которых будет сформирован состав на i-ю нитку графика отправления ($i = 1, 2, 3, \ldots, m$).

Управление U будет состоять в оптимальном выборе чисел k_1, $k_2, \ldots, k_m$

$$U = (k_1, k_2, \ldots, k_m). \tag{5}$$

Следует отметить, что в процессе формирования поезда какого-либо назначения на установленную нитку графика для роспуска с горки включают все те составы, из вагонов которых формируют поезд данного назначения.

Следовательно, перераспределения «средств» (составов) в этом случае не происходит. Кроме того, поезда формируют на отдельные

нитки графика и отправляют независимо друг от друга. Это обусловлено наличием нескольких маневровых районов (вытяжек) на станции и нескольких направлений, примыкающих к ее сортировочным комплектам. Тогда вероятность отправления поездов по всем m ниткам графика равна произведению вероятностей отправления поездов по отдельным ниткам графика

$$W = \prod_{i=1}^{m} p_i(k_i), \tag{6}$$

где $p_i(k_i)$ — вероятность отправления по специализированной нитке поезда, сформированного после роспуска k_i составов.

Для решения поставленной задачи требуется задать функции

$$p_1(k),\ p_2(k), \ldots,\ p_m(k), \tag{7}$$

выражающие вероятность отправления поездов по каждой нитке графика от числа k прибывающих в переработку поездов. Таких функций должно быть столько, сколько предусмотрено ниток графика отправления поездов по специализированным расписаниям. Чем меньше вероятность, тем больше составов потребуется расформировать с горки для обеспечения формирования и отправления поезда.

Отметим некоторые свойства метода динамического программирования.

Каждая из функций $p_i(k)$, очевидно, обращается в нуль при $k = 0$, т. е.

$$p_i(0) = 0 \text{ при } i = 1,\ 2,\ 3, \ldots,\ m,$$

поэтому, если не формировать поезд хотя бы на одну из ниток, критерий обратится в нуль.

Отсюда следует условие

$$k_i \geqslant 1 \quad (i = 1,\ 2,\ 3, \ldots,\ m).$$

Это означает, что для обеспечения формирования поезда на каждую нитку графика отправления нужно планировать роспуск с горки хотя бы одного состава. Очевидно, в этом составе должна быть замыкающая группа вагонов. Кроме того, планируя роспуск составов для формирования поезда на i-ю нитку, следует помнить о том, что на оставшиеся m-i нитки графика нужно непременно иметь на подходе к станции или в парке прибытия хотя бы по одному поезду. Поэтому каждая из величин k_i ограничена не только снизу, но и сверху

$$1 \leqslant k_i \leqslant n - m + 1. \tag{8}$$

Для использования метода динамического программирования, перейдем [1] от мультипликативного критерия к аддитивному, прологарифмировав его при любом основании (например, натуральном e):

$$\ln W = \sum_{i=1}^{m} \ln p_i(k_i). \tag{9}$$

Чтобы в вычислениях не было отрицательных чисел, обозначим

$$|\ln W| = V; \quad |\ln p_i(k_i)| = v_i(k_i) \tag{10}$$

и получим новый (аддитивный) критерий

$$V = \sum_{i=1}^{m} v_i(k_i). \tag{11}$$

Поскольку мы изменили знак критерия, величину V нужно минимизировать. Задача сводится к нахождению управления U^*, обращающего в минимум величину (11). Однако задача организации управления полностью еще не поставлена. Надо учесть условия, накладываемые на начальное S_0 и конечное S_k состояния системы. При этом из множества управлений U^* надо найти такое управление U^*, которое переводит физическую систему S из начального состояния S_0 в конечное S_k таким образом, чтобы критерий $W(U)$ обращался в максимум. Состояние системы можно описать с помощью численных параметров, называемых фазовыми координатами системы, а состояние системы изобразить в виде точки S' с этими координатами в фазовом пространстве. Выбор управления U означает выбор траектории точки S' в фазовом пространстве.

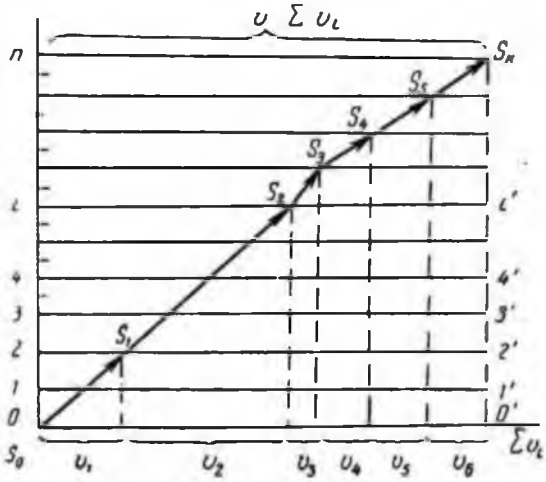

Рис. 1.

В качестве фазового пространства рассмотрим совокупность прямых, параллельных оси абсцисс: 0—0′, 1—1′, 2—2′, ..., $n - n'$ с целочисленными координатами (рис. 1). Точка S', изображающая состояние системы, перемещается в процессе расформирования прибывающих поездов с одной из этих прямых на другую. Если для окончания накопления и формирования состава на установленную нитку графика отправления потребуется расформировать один состав (в нем есть замыкающая группа вагонов), точка будет перемещаться на соседнюю прямую. Если потребуется расформировать два состава, то точка S' «перескакивает» через прямую и т. д. Таким образом, по оси ординат откладываем расформированное к данному этапу число составов n. По оси абсцисс — накопленный за несколько этапов «выигрыш» Σv_i.

Начальное состояние системы S_0 совпадает с началом координат. Область $\tilde{S}_k$ конечных состояний системы представляет собой прямую $n - n'$. На рис. 1 $n = 10$, $m = 6$. Требуется найти такое управление U (траекторию в фазовом пространстве), при котором абсцисса $V = \sum_{i=1}^{m} v_i$ конечной точки S_k наименьшая.

Решим поставленную задачу динамического планирования отправления поездов, задаваясь определенными значениями n и m, определенным видом функций $p_i(k)$. Пусть в парк приема за один час прибывает пять поездов ($n = 5$). Число ниток графика, по которым будут отправлены поезда, равно трем ($m = 3$). При этом расписание отправления и специализация поездов, а также функции $p_i(k_i)$ заданы в табл. 1.

Требуется так распределить n прибывающих составов для расформирования с целью формирования с последующим отправлением поездов по m ниткам графика, чтобы вероятность совместного использования всех ниток (расписаний) графика W достигла максимума.

Перейдем от функций, заданных табл. 1, к новым функциям

$$v_i(k) = |\ln p_i(k)|, \quad (i = 1, 2, 3). \tag{12}$$

Таблица 1

№ пп	Время отправления	Назначение	$P_i(k) = 1 - g^k$
1	6 ч 17 мин	В	$P_1(k) = 1 - 0{,}6^k$
2	6 ч 37 мин	П	$P_2(k) = 1 - 0{,}2^k$
3	6 ч 48 мин	Б	$P_3(k) = 1 - 0{,}1^k$

Заметим, что заданные функции $p_i(k)$ обращаются в нуль только при $k = 0$. И действительно, при $k = 0$, т. е. когда не прибывают поезда, на станции нет достаточного количества вагонов для формирования и последующего отправления поездов. Если прибывает хотя бы один поезд на станцию ($k = 1$), то в его составе может быть или не быть замыкающая группа вагонов любого назначения.

Вероятность прибытия замыкающей группы для каждого назначения $P_i(k)$ задана табл. 1. Следовательно, для завершения формирования и отправления поезда необходимо расформировать не менее одного поезда. Этим условием воспользуемся ниже.

При $k = 0$ значения функций $v_i(k) = \infty$, при $k = 1$ значение функции $P_1(k) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$ (см. табл. 1).

Следовательно, $(\ln 0{,}4) = \ln 4 - \ln 10' = 1{,}386 - 2{,}302 = 0{,}916$. Тогда $v_1(k) = 0{,}916$. Определяя таким образом, значения всех функций $v_i(k)$ с целью упрощения последующих вычислений, составим табл. 2. Рассмотрим процесс планирования, начиная с последней нитки графика отправления.

Таблица 2

K	$V_1(k)$	$V_2(k)$	$V_3(k)$
0	∞	∞	∞
1	0,916	0,223	0,105
2	0,446	0,041	0,010
3	0,243	0,008	0,001
4	0,139	0,002	0,000
5	0,081	0,000	0,000

1. Оптимизируем третий шаг. Фиксируем исход второго шага n_2. При этом n_2 — число составов, оставшееся в парке прибытия после роспуска состава с замыкающей группой вагонов назначения П. Поезд этого назначения должен отправляться (табл. 1) по нитке графика в 6 ч. 37 *мин*. Определим границы, в которых может находиться n_2. Для завершения формирования и отправления поезда в 6 ч 48 *мин*, надо расформировать с горки не менее одного состава

$$n_2 \geqslant 1.$$

Аналогично для отправления по двум первым ниткам потребуется из пяти прибывающих составов расформировать с горки не менее двух составов. Осталось не более трех.

Итак, граница, где находится n_2, будет в пределах

$$1 \leqslant n_2 \leqslant 3$$

Оптимальное управление на втором шаге состоит в том, чтобы оставшееся число n_2 составов расформировать с горки для завершения формирования и отправления поездов по третьей «нитке» в 6 *ч* 48 *мин* назначением *Б*, т. е. $k_2^*(n_2) = n_2$.

При этом значение критерия V, достигаемое на третьем шаге, обращается в минимум и равно

$$V_3^*(n_2) = v_3(n_2).$$

Эту величину можно установить из последнего столбца табл. 2, для любого значения n_2. Запишем в табл. 3 условное оптимальное управление на третьем шаге $k_3^*(n_2)$ и значение критерия $V_3^*(n_2)$, достигаемое при этом управлении на третьем шаге.

Задача оптимизации на третьем шаге исчерпывается табл. 3.

Таблица 3

n_2	$K_3^*(n_2)$	$V_3^*(n_2)$
1	1	0,105
2	2	0,010
3	3	0,001

2. Оптимизируем второй шаг. Фиксируем исход первого шага n_1 — число составов, оставшееся в парке прибытия после роспуска состава с замыкающей группой вагонов назначением *В*, т. е. после завершения накопления состава на первую нитку графика отправления.

Определим границы, в которых лежит n_1. Для завершения накопления составов на оставшиеся две нитки графика отправления — вторую и третью — нужно предусмотреть роспуск не меньше двух составов.

Отсюда $n_1 \geqslant 2$, с другой стороны, для формирования поезда на первую нитку расформировано не меньше одного состава.

Осталось не больше четырех из пяти прибывающих. Таким образом,

$$2 \leqslant n_1 \leqslant 4.$$

При каждом значении n_1 минимизируем «выигрыш» $V_{2,3}^+$ за последние два шага при любом управлении на предпоследнем (втором) и оптимальном управлении на последнем (третьем) шаге

$$V_{2,3}^+(n_1,\ k_2) = v_2(k_2) + V_3^*(n_2).$$

Поскольку

$$n_2 = n_1 - k_2$$

$$V_{2,3}^+(n_1,\ k_2) = v_2(k_2) + v_3(n_1 - k_2). \qquad (13)$$

Условный оптимальный выигрыш $V_{2,3}^*(n_1)$ и условное оптимальное управление $K_2^*(n_1)$ определим из условия

$$V_{2,3}(n_1) = \min_{k_2} \{V_{2,3}^+(n_1,\ k_2)\}. \qquad (14)$$

Таблица 4

n_1	$k_2^*(n_1)$	$V_{2,3}^*(n_1)$
2	1	0,328
3	2	0,146
4	2	0,051

При этом минимум следует брать по всем значениям числа выделенных для роспуска составов k_2, допустимым при данном n_1.

Составим табл. 4 с двумя входами для функции (13). Воспользуемся данными табл. 2 и табл. 3. В табл. 2 выбираем значения $V_2(k_2)$, а в табл. 3 нужно войти с $n_1 - k_2$ вместо n_2.

Прочеркнутые графы табл. 5 соответствуют невозможным при данном n_1 значениям k_2. Установим минимальное значение в каждой строке. Оно равно $V^*_{2,3}(n_1)$ и определяет условное оптимальное управление на втором шаге $k^*_2(n_1)$.

Сведем эти данные в табл. 5, которая решает полностью задачу оптимизации второго шага.

3. Оптимизируем первый шаг. Значение $n_0 = 5$ задано и не варьируется. Поэтому ищем минимум по K_1 функции

$$V^+_{1,2,3}(5,\ k_1) = v_1(k_1) + V^*_{2,3}(5 - k_1), \tag{15}$$

Таблица 5

n_1 \ k_2	1	2	3
2	0,328	—	—
3	0,233	0,146	—
4	0,224	0,051	0,113

представляющей собой абсолютный минимум критерия V:

$$V^* = V^*_{1,2,3} = \min_{k=1}\{V^+_{1,2,3}(5,\ K_1)\}. \tag{16}$$

Значения функции (15) приводим в табл. 6.

Таблица 6

k_1	1	2	3
$V^+(5,\ K)$	1,426	0,592	0,571

Наименьшее из чисел в табл. 6 равно

$$V^* = V^*_{1,2,3} = 0{,}571.$$

Это достигается на первом шаге $k^*_1 = 3$. При этом вероятность W отправления поездов по всем ниткам графика достигает своего максимума: $W^* = e^{-V^*} = e^{-0{,}571} \approx 0{,}566$.

4. Решение от начала к концу. Находим безусловное оптимальное управление на каждом шаге, начиная с первого:

$$k^*_1 = 3;\quad n_1 = 5 - k^*_1 = 2.$$

Входя в табл. 5 при $n_1 = 2$, находим

$$k^*_2 = k^*_2(2) = 1;\quad V^*_{2,3} = 0{,}328.$$

Далее имеем

$$n^*_2 = 2 - 1 = 1.$$

Входя в табл. 3 при $n_2 = 1$, найдем

$$k^*_3 = k^*_3(1) = 1;\quad V^*_3 = 0{,}105.$$

Таким образом, оптимальное управление найдено:

$$V^* = (3,\ 1,\ 1).$$

Вычислим значения $V_i^* = (1, 2, 3)$ — «выигрыши», достигаемые на отдельных этапах при оптимальном управлении:

$$V_1^* = v_{1,2,3} - v_{2,3} = 0{,}571 - 0{,}328 = 0{,}243$$
$$V_2^* = V_{2,3} - v_3 = 0{,}328 - 0{,}105 = 0{,}223;$$
$$v_3^* = 0{,}105.$$

Построим на основании полученных данных траекторию в фазовом пространстве (рис. 2).

Это означает, что для достижения максимальной вероятности отправления поездов по всем ниткам графика W нужно расформировать три состава для формирования поезда назначением B и отправлением его в 6 *ч.* 17 *мин.* Аналогично по одному составу на 2-ю, 3-ю нитку графика отправления.

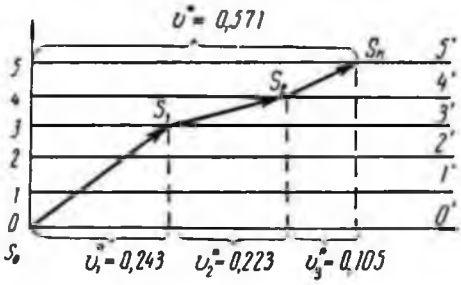

Рис. 2.

Исходная информация подразделяется на постоянную и переменную. Переменная готовится один раз в сутки и передается в вычислительный центр для машинной обработки. Эта информация включает в себя число поездов, прибывающих на сортировочную станцию в течение суток. В подготовке данных принимают участие соседние сортировочные и грузовые станции отделений дорог, распорядительные отделы соседних железных дорог.

Постоянная информация готовится по меньшей мере на период действия графика движения и плана формирования поездов.

На этот период готовится один раз постоянная информация, которая хранится во внешней памяти машины. К ней относится:

1. Расписание отправления (РО), включая время отправления $t_{от}$, назначение P, направление γ, номер поезда и вероятность отправления поезда по данной нитке (p_i).

2. Математическое ожидание нахождения замыкающей группы вагонов на станции.

3. Технологические нормативы работы станций.

Математическое обеспечение системы предполагает:

1. Решение задачи пошаговое. Число шагов определяется числом ниток графика отправления.

2. Решение задачи поэтапное. Первый этап обеспечивается определением ниток графика отправления, второй — прогнозом подвода поездов в узел для обеспечения формирования и отправления поездов.

3. Выдачу результатов расчета в виде плана отправления поездов по каждому направлению с указанием номера поезда и локомотива, времени отправления поезда и его назначения.

4. Автоматическую корректировку заданного расписания отправления в зависимости от числа поездов, следующих на сортировочную станцию по установленным периодам времени за сутки.

5. Программированное уточнение назначения поездов при планировании их отправления на сутки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Вентцель. Элементы динамического программирования. Изд-во «Наука», 1964.

2. К. А. Бернгард. Техническая маршрутизация железнодорожных перевозок. «Трансжелдориздат», 1956.