

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ КОМПЕНСАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В СИСТЕМАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОВЕТРИВАНИЕМ ШАХТ

А. А. Волков, А. Н. Гвоздинский, Ю. Н. Соколов

Харьков

Известные системы оптимального управления проветриванием добычных участков шахт строятся по принципу минимизации переходных процессов без учета действующих на систему возмущений [1]. Однако добычный участок шахты как объект проветривания подвержен действию различных случайных возмущений, среди которых основное место занимает работа добычных механизмов. Будем считать объектом управления добычный участок шахты, выходным параметром его — концентрацию метана в исходящей струе, входным управляющим параметром — изменение дебита воздуха, основным возмущением — изменение концентрации метана, вызванное работой добычного комбайна (см. рисунок).

Вероятностный анализ состояния рудничной атмосферы показывает, что входные и выходные параметры объекта проветривания представляют собой случайные процессы. Возмущения, вызванные работой комбайна, также носят случайный характер. В дальнейшем будем учитывать эти обстоятельства. Обычно возмущающие воздействия, влияющие на оптимальную систему, увеличивают минимизируемый функционал и, следовательно, смещают изображающую точку регулируемого параметра с оптимальной траектории. Поэтому для компенсации возмущений необходимо вводить в объект дополнительное управляющее воздействие, с помощью которого система возвращалась бы на оптимальную траекторию невозмущенного движения. В результате система становится и оптимальной, и инвариантной по отношению к компенсируемому возмущению. Дополнительное управляющее воздействие также должно осуществляться оптимально (за время  $t$  обеспечивать минимум переходного процесса). Таким образом, возникает задача: найти уравнение оптимального регулятора по выводу изображающей точки возмущенной системы на оптимальную траекторию невозмущенного движения (предполагается, что закон управления невозмущенным объектом известен). Математическая формулировка ее следующая.

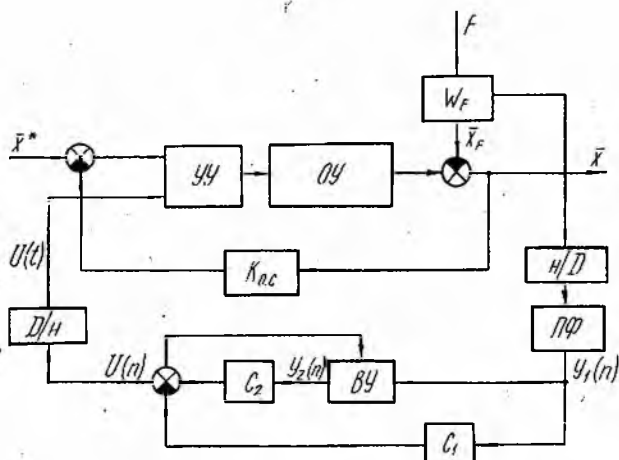
Пусть уравнение в отклонениях системы от оптимальной траектории невозмущенного движения имеет вид

$$A(p)y = B(p)u, \quad (1)$$

$$A(p) = p^2 + 2\zeta p + 1; \quad B(p) = b_0 p + b_1; \quad b_0 > 0; \quad b_1 < 0.$$

Здесь  $y$  — отклонения текущей регулируемой координаты объекта (концентрации метана) от оптимальной траектории невозмущенного движения, вызванные действием возмущения  $X_F$ . При нулевом уровне мате-

математического ожидания выходной координаты невозмущенной системы  $y$  представляет собой изменение математического ожидания концентрации метана под действием  $X_F$ . Если определены вероятностные характеристики случайного возмущения  $X_F(t)$  и известна реакция объекта



на них (передаточная функция  $W_F(p)$ ), то  $y$  можно определить методами статистической экстраполяции. Будущие значения обобщенной координаты возмущенной системы можно выразить зависимостью.

$$M\{y_1, \dots, y_k\} = Q[M\{X_F(t)\}]. \quad (2)$$

В формуле (1)  $u$  представляет то добавление к основному управляющему воздействию, под влиянием которого объект должен возвратиться на оптимальную траекторию. Так как информация об изменении входных и выходных параметров в системах управления вентиляцией шахт носит дискретный характер, при решении задачи будем использовать теорию синтеза оптимального управления импульсных систем [2].

Представим уравнение (1) в конечных разностях

$$y(n+2) + 2\bar{\epsilon}y(n+1) + y(n) = b_0u(n+1) + b_1u(n) \quad \text{при } -\bar{U} < U(n) < +\bar{U}, \quad (3)$$

где  $y(n+i)$  — текущие значения математического ожидания обобщенной координаты системы ( $i = 0, 1, 2$ ) в нестационарном режиме;

$u(n+i)$  — выходные координаты оптимального цифрового регулятора.

Приведем выражение (3) к системе двух разностных уравнений первого порядка

$$y_1(n+1) = y_2(n) + f_1U(n), \quad (4)$$

$$y_2(n+1) = -2\bar{\epsilon}y_2(n) - y_1(n) + f_2U(n),$$

где  $f_1 = b_0$ ;  $f_2 = b_1 - 2\bar{\epsilon}b_0$ .

Требуется найти уравнение регулятора в виде

$$U(n) = \sum_{i=1}^2 c_i y_i, \quad (5)$$

которое обеспечивало бы движение системы из

$$y_1(0) = y_{10}, \quad y_2(0) = y_{20} \quad \text{в} \quad y_1(\bar{t}) = y_2(\bar{t}) = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\bar{t} = nT_0$ ,  $T_0$  — такт работы регулятора с минимальным значением функционала

$$I(U) = \sum M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta U^2(n) \}, \quad (7)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \beta$  — весовые константы.

Сформулированную задачу будем решать методом динамического программирования [2].

Для получения уравнения регулятора в виде (5) используем нелинейное преобразование [3].

$$U = \varphi(V), \quad \varphi(V) = \begin{cases} +\bar{U} & \text{при } V > V^* \\ \varphi(V) & \text{при } (V) < V^* \\ -\bar{U} & \text{при } V < -V^* \end{cases}, \quad (8)$$

где  $V^*$  — некоторое заданное действительное положительное число.

Преобразование (8) переводит замкнутую область  $\bar{N}$  в открытую  $N$ , и роль управляющей функции выполняет теперь  $V$ . Тогда

$$I(V) = \sum_{n=0}^k M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^2(V) \}. \quad (9)$$

Уравнения движения при этом приобретают вид

$$y_1(n+1) = y_2(n) + f_1 \varphi(V) = G_1(y_1, y_2, V), \quad (10)$$

$$y_2(n+1) = -2\bar{z} y_2(n) - y_1(n) + f_2 \varphi(V) = G_2(y_1, y_2, V).$$

Пусть  $U^*(n) = \varphi^*(V)$  — оптимальная управляющая функция, доставляющая минимум функционалу (10). Минимум этого функционала является функцией начальных координат  $y_{10}, y_{20}$  системы. Обозначим

$$\psi(y_{10}, y_{20}) = \min_V I(V) = I(U^*). \quad (11)$$

Тогда с учетом (10) получим

$$\psi(y_{10}, y_{20}) = \min_V \sum_{n=0}^k M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^2(n) \}. \quad (12)$$

Это выражение представим формулой

$$\begin{aligned} \psi(y_{10}, y_{20}) &= \sum_{n=0}^{s-1} M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^{*2}(n) \} + \\ &+ \sum_{n=s}^k M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^{*2}(V) \}. \end{aligned} \quad (13)$$

По предположению  $\varphi^*(V)$  доставляет минимум функционалу (10). Поэтому в соответствии с принципом оптимальности управляющая функция  $\varphi^*(V)$  будет доставлять также минимум функционалу

$$I_s(V) = \sum_{n=s}^k M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^2(V) \}$$

независимо от значения суммы

$$\sum_{n=0}^{s-1} M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^{*2}(V) \}$$

в равенстве (13). Следовательно, вместо (13) можно записать

$$\psi(y_{10}, y_{20}) = \min_V \left[ \sum_{n=0}^{s-1} M \{ \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^2(V) \} + \psi(y_s) \right] \quad (14)$$

Если дать шаговое приращение функции (14) и найти связь с предыдущим значением функции (для  $s = 1$  и т. д.), мы придем к двум функциональным уравнениям, решение которых удовлетворяет оптимальному в смысле минимума функционала (10) управлению. Эти уравнения справедливы для любого момента  $n = n_0$ . Для общего случая их можно пердставить так:

$$\begin{aligned} \alpha_1 y_1^2(n) + \alpha_2 y_2^2(n) + \beta \varphi^2(V) + \sum_{i=1}^2 \psi_{y_i} [G_i - y_i] + \\ + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \psi_{y_i y_j} [G_i - y_i] [G_j - y_j] = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\left[ 2\beta \varphi(V) + \sum_{i=1}^2 \psi_i f_i + \sum_{i,j=1}^2 \psi_{y_i y_j} \cdot f_i [G_j - y_j] \right] \frac{d\varphi(V)}{dV} = 0,$$

где

$$G_i = G_i(y_1, y_2, V).$$

Для второго уравнения (15) возможно

$$2\beta \varphi(V) + \sum_{i=1}^2 \psi_i f_i + \sum_{i,j=1}^2 \psi_{y_i y_j} \cdot f_i (G_j - y_j) = 0, \quad (16)$$

$$\frac{d\varphi(V)}{dV} = 0. \quad (17)$$

Выражение (16) справедливо при  $|V| < V^*$ , т. е. при движении в  $\bar{N}$ . Совместно с первым равенством (15) оно образует обычные функциональные уравнения. На их основании находим искомое уравнение оптимального регулятора при движении по внутренним точкам области  $\bar{N}$

$$U(n) = \sum_{i,j=2}^2 (a_{ij} y_1 + b_{ij} y_2), \quad (18)$$

где

$$q = - \frac{\sum_{i,j=1}^2 \psi_{y_i y_j} \cdot f_i}{2\beta + \sum_{i,j=1}^2 \psi_{y_i y_j} \cdot f_i \cdot f_j}; \quad \begin{aligned} a_{11} = a_{21} = 1; \quad b_{11} = b_{21} = 0; \\ a_{12} = a_{22} = -1; \quad b_{12} = b_{22} = -2\beta. \end{aligned}$$

При  $U(n) > \bar{U}$  справедливо (17) и уравнение регулятора имеет вид

$$\varphi(V) = U(n) = \pm \bar{U}. \quad (19)$$

Тогда с учетом (18) и (19) уравнение нелинейного регулятора следует записать следующим образом:

$$U(n) = \begin{cases} +\bar{U} & \text{при } U(n) > \bar{U} \\ q \sum_{i,j=1}^2 (a_{ij}y_1 + b_{ij}y_2) & \text{при } U(n) < \bar{u} \\ -\bar{U} & \text{при } U(n) < -\bar{U} \end{cases}. \quad (20)$$

Как показано в работе (2), при  $\psi(y) > 0$  система устойчива при любых значениях  $U(n)$ .

Реализация описанного алгоритма представлена на рисунке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Волков, И. П. Лыткин, Ю. Н. Соколов. Синтез оптимального управления проветриванием добычных участков. Изв. Вузов. Горный журнал, № 2, 1967.
2. П. Д. Крутько. Вариационные методы синтеза систем с цифровыми регуляторами. Изд-во «Советское радио», 1967.
3. А. М. Летов. Аналитическое конструирование регуляторов. «Автоматика и телемеханика»; т. XXI, № 5, 1960.