О КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТОЙ ОТ ВРЕДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Игнатенко В.Г.
Научные руководители: доц. кафедры ПМ Наумейко И.В.,
проф. кафедры ВМ Сова А.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, просп. Науки, 14, каф. высшей математики,
тел. (057) 70-21-335, e-mail: viktoriia.ihnatenko@nure.ua

A new model of two dimensional nonlinear dynamic system which reduces a detrimental factor at a reasonable price is worked out. As an empirical base model, the basis for modification, a system of ordinary nonlinear differential equations is taken. It describes the basic laws of antagonistic interaction of two factors or agents. One of three variants of such a model is considered. The phase portrait shows that the system tends to a steady state in time interval, acceptable for our case. Moreover, it is possible to reduce the cost of stationary protection, or reduce the excessive level of dynamic protection impact.

В качестве дальнейшего развития работы [1] рассматривается модель динамической системы, описывающей ситуацию, когда основная подсистема «производит» вредный фактор, а вторая подсистема – защита – пытается его уменьшить абсолютно, или за приемлемую цену. Как эмпирическая базовая модель – основа для модификации – взята система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая основные законы антагонистического взаимодействия двух факторов или агентов.

Защита z(t)>0 может управляться программно или адаптивно – в зависимости от величины приведенной интенсивности вредного фактора u(t). Стоимость защиты C=C(z) естественно считать монотонно растущей неотрицательной функцией. Ниже предлагаются следующие модификации моделей 1 и 2 из [1].

Достаточно общий случай системы дифференциальных уравнений, которая описывает поведение системы, имеет вид:

$$\begin{cases} u'(t) = \alpha u(t) - \beta z u(t) \\ z'(t) = F(u(t), z(t)) \end{cases}, \qquad (1)$$

при ограничениях $u \ge 0, z \ge z_0$ (z_0 – стационарная защита).

Функция $F(u, z)$ может принимать вид:

1) $F(u(t), z(t)) = \gamma u(t)$;

2) $F(u, z) = \gamma u - \delta z$;

3) $F(u, z) = \gamma_1 u + \gamma_2 u^2 - \delta_1 z - \delta_2 z^2$.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) не всегда возможно найти аналитически. Поэтому для нахождения функций защиты и вредного воздействия используются численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Система (1) исследована на устойчивость при различных значениях параметров подсистемы защиты (α, β, γ).

Рассмотрим модель 3 – систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} u' = \alpha u(t) - \beta z(t)u(t) \\ z' = \gamma_1 u(t) + \gamma_2 u^2(t) - \delta_1 z(t) - \delta_2 z^2(t) \end{cases}. \qquad (2)$$

Она не имеет решения в общем виде. Функции *z(t)* и *u(t)* представлены в решении в виде интерполяционных таблиц, т.е. в пакете Mathematica получено численное решение системы (2).

Три ее стационарные точки

$$(-\frac{\delta_1}{\delta_2}, 0),\ (0,0),\ (\frac{\alpha}{\beta}, \frac{-\beta^2\gamma_1}{2\beta^2\gamma_2} \pm \frac{\beta\sqrt{\beta^2\gamma_1{}^2 + 4\alpha\beta\gamma_2\delta_1 + 4\alpha^2\gamma_2\delta_2}}{2\beta^2\gamma_2})$$

найдем аналитически, приравняв левые части к 0.

Изобразим фазовый портрет системы (2), взяв $\alpha = 0.6, \beta = 0.3, \gamma_1 = 6, \gamma_2 = 10,\ \delta_1 = 2, \delta 2 = 0.1$, $z_0 = 12$, $C_0 = 1200$.

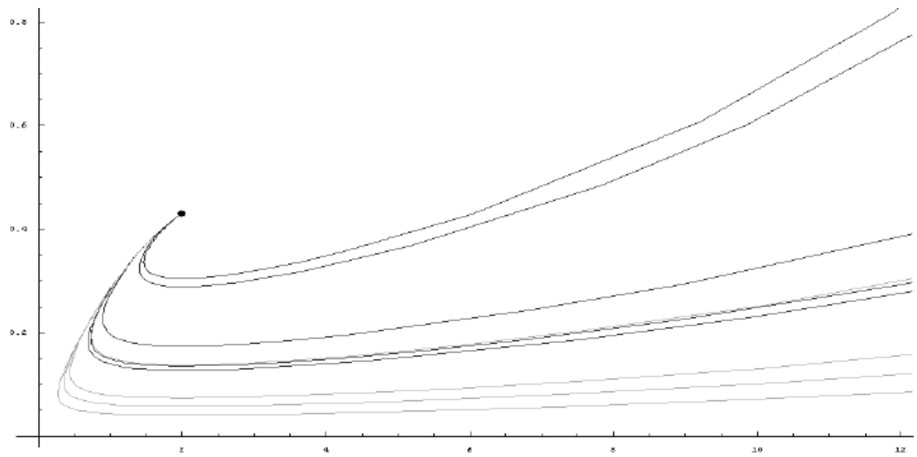

Рисунок 1 – Фазовый портрет системы (2)

Как видно из фазового портрета система стремится к состоянию $z = 2, u = 0.428$. Интервал времени, за которое она приближается к устойчивому состоянию $t = 5$ является приемлемым для нашего случая. Более того, есть возможность уменьшить затраты на стационарную защиту, или уменьшить избыточный уровень воздействия динамической защиты.

Список использованных источников:

1. Наумейко И. В., Сова А. В. К расчету марковской модели эргатической системы Сб. Науч.Труд. 5-Й Юбилейной Международной Научной кконференции "*Функциональная база наноэлектроники*" Харьков-Крым, 2012. С. 236-239.