

ВЕРОЯТНОЕ ЧИСЛО КОРОТКОЗАМКНУТЫХ ВИТКОВ В ОДНОСЛОЙНОЙ ОБМОТКЕ

В. А. Михайлов, О. В. Хомицкий

Харьков

В обмотках из-за нарушения изоляции могут возникнуть короткозамкнутые (к. з.) витки, которые вызывают параметрический либо катастрофический отказ элемента. В связи с этим создается необходимость определять вероятность появления к. з. витков или вероятность появления их некоторого числа.

Точный расчет вероятного числа к. з. витков представляет значительную трудность. Вместе с тем целесообразность такого расчета на практике в большинстве случаев сомнительна. Приближенные расчеты могут быть выполнены при использовании упрощающих предположений.

Вероятность замыкания двух соприкасающихся проводников $q_{пт}$ является случайной величиной, зависящей от межвиткового напряжения $U_{в}$, температуры обмотки $\theta_{об}$, влажности изоляции обмотки Z , механических напряжений в изоляции σ_m , характеристик изоляции χ , внешних воздействий (вибрации, удары и т. п.) ν , длительности действия указанных факторов t :

$$q_{пт} = \varphi_1(U_{в}, \theta_{об}, Z, \sigma_m, \chi, \nu, t).$$

Вероятность появления числа $W_{кз}$ витков зависит от вероятности замыкания проводников $q_{пт}$, числа витков обмотки W_0 , межслойных прокладок и других величин:

$$Q(W_{кз}) = \varphi_2(q_{пт}, W_0, \dots).$$

Короткозамкнутые витки в обмотке могут появиться при ее изготовлении и в процессе работы. Поэтому вероятность их отсутствия

$$P(W_{кз} = 0) = P_n(W_{кз} = 0) \cdot P_p(W_{кз} = 0),$$

где $P_n(W_{кз} = 0)$ — вероятность отсутствия к. з. витков при изготовлении обмотки;

$P_p(W_{кз} = 0)$ — вероятность отсутствия к. з. витков при ее работе.

Перегрев, механические напряжения, влажность отдельных участков обмотки зависят от вида устройства, конструкции, условий работы и других факторов. В однослойной обмотке к. з. витки могут появиться в любой паре соприкасающихся проводников.

Анализ характеристик обмотки, технологии изготовления и условий работы позволяет определить вероятность замыкания проводников. Замыкания возникают в результате случайного соприкосновения оголенных мест, которые могут быть уже в момент поставки провода (они оговариваются ГОСТом) либо образуются в процессе намотки. Эти замыкания определяют величину $P_n(W)_{кз}$.

Величина $P_p(W_{кз})$ зависит от вероятности замыкания проводников при работе. При этом возможны как случайные замыкания, так и замыкания, связанные с ухудшением характеристик изоляции. В общем случае

$$q_n(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt},$$

где $\lambda(t)$ — интенсивность замыкания двух проводников.

Если средний срок службы изоляции значительно больше срока службы изделия, то влияние постепенных отказов мало сказывается на величине $q_n(t)$ и, следовательно, приближенно можно считать $\lambda = \text{const}$.

При возникновении некоторого количества к. з. витков условия работы остальных витков ухудшаются, так как изменяются перегрев обмотки, межвитковые напряжения и т. д. Согласно работе И. Базовского¹ изменение интенсивности отказов

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{U}{U_0} \right)^\alpha \beta^{\Theta - \Theta_0},$$

где λ_0 — интенсивность отказов, соответствующая межвитковому напряжению U_0 и температуре обмотки Θ_0 ;

λ — интенсивность отказов, соответствующая напряжению U и температуре Θ ;

α, β — коэффициенты, $\alpha = 4 \div 10$, $\beta = 1,02 \div 1,15$.

Если U и Θ зависят от числа замкнутых витков, то и λ зависит от них. Следовательно,

$$p_n(W_{кз}, t) = 1 - q_n(W_{кз}, t) = e^{-\lambda(W_{кз}) \cdot t}.$$

В однослойной обмотке межвитковое замыкание дает один к. з. виток.

Вероятность замыкания точно W витков из W_0 , если предварительно было замкнуто $W-1$ витков, определим из суммы произведений элементарных событий $\bar{A}_k$ замыкания витков и A_k неза замыкания витков:

$$\bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_W A_{W+1} A_{W+2} \dots A_{W_0} + \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_W \bar{A}_{W+1} A_{W+2} \dots A_{W_0} + \dots \\ \dots + A_1 A_2 \dots \bar{A}_W \bar{A}_{W+1} \bar{A}_{W+2} \dots A_{W_0} + \dots$$

При этом можно считать, что появление очередного замыкания одинаково возможно во всех соприкасающихся проводниках. Поэтому вероятность замыкания зависит не от номера замыкающегося проводника, а только от числа предварительно замкнутых проводников. Следовательно, произведения приведенной суммы одинаковы. Число сумм равно числу сочетаний из W_0 возможных замыканий по $W_{кз}$.

Вероятность замыканий точно $W_{кз}$ витков

$$Q_{W_0}(W_{кз}) = C_{W_0}^{W_{кз}} \prod_{j=1}^{W_{кз}} q_{nj} p_n(W_{кз} + 1).$$

Если на вероятность замыкания q_n не влияет число ранее замкнутых витков, что может иметь место, например, для токовых обмоток,

¹ И. Базовский. Надежность, теория и практика. Изд-во «Мир», 1965.

то последнее выражение приобретает вид, соответствующий частной теореме о повторении опытов:

$$Q_{W_0}(W_{K3}) = C_{W_0}^{W_{K3}} q_{\Pi}^{W_{K3}} p_{\Pi}^{W_0 - W_{K3}}.$$

Средний срок службы обмотки при его зависимости от к. з. витков есть математическое ожидание времени возникновения в обмотке числа к. з. витков $W_{K3} \leq W_A$.

Надежность обмотки

$$R_{W_0}(W_{K3} \leq W_A, t) = \sum_{i=0}^{W_A} C_{W_0}^i \prod_{j=1}^i q_{nt(j)} p_{nt(i+1)}^{W_0-i}.$$

есть непрерывная функция времени работы. Поэтому средний срок службы

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} R_{W_0}(W_{K3} \leq W_A, t) dt = \sum_{i=0}^{W_A} C_{W_0}^i \int_0^{\infty} \prod_{j=1}^i q_{nt(j)} p_{nt(i+1)}^{W_0-i} dt.$$

В простейшем случае при $\lambda = \text{const}$ средний срок службы

$$T_{cp} = \sum_{i=0}^{W_A} C_{W_0}^i \int_0^{\infty} (1 - e^{-\lambda t})^i e^{-\lambda t(W_0-i)} dt.$$

Считаем $e^{-\lambda t} = x$, тогда $-\lambda e^{-\lambda t} dt = dx$. Следовательно,

$$\begin{aligned} T_{cp} &= \sum_{i=0}^{W_A} C_{W_0}^i \frac{1}{\lambda} \int_0^1 (1-x)^i x^{W_0-i-1} dx = \\ &= \sum_{i=0}^{W_A} C_{W_0}^i \frac{1}{\lambda} B(i+1, W_0-i), \end{aligned}$$

где $B(i+1, W_0-i)$ — бэта-функция.

Так как

$$B(i+1, W_0-i) = \frac{\Gamma(i+1)\Gamma(W_0-i)}{\Gamma(W_0+1)} = \frac{i!(W_0-i-1)!}{W_0!},$$

$$C_{W_0}^i = \frac{W_0!}{i!(W_0-i)!},$$

то

$$T_{cp} = \sum_{i=0}^{W_A} \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{W_0!}{i!(W_0-i)!} \cdot \frac{i!(W_0-i-1)!}{W_0!} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{W_A} \frac{1}{W_0-i}$$

или

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{W_0} \sum_{i=0}^{W_A} \frac{1}{1 - \frac{i}{W_0}}.$$

При $\frac{i}{W_0} < 0,3$ с погрешностью, не превосходящей 10%, можно представить $T_{\text{ср}}$ приближенно в виде

$$T_{\text{ср}} \approx \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{W_0} \sum_{i=0}^{W_A} \left(1 + \frac{i}{W_0}\right) = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1 + W_A}{W_0} \left(1 + \frac{W_A}{2W_0}\right).$$

Расчетные формулы, соответствующие типичным постановкам задачи, сведены в таблицу.

Определяется	Расчетная формула
Вероятность получения в обмотке при изготовлении числа к. з. витков $W_{\text{кз}} \leq W_A$	$R_{W_0} (W_{\text{кз}} \leq W_A, t = 0) =$ $= \sum_{i=0}^{W_A} C_{W_0}^i q_{\text{п0}}^i p_{\text{п0}}^{W_0-i}$
Вероятность отсутствия к. з. витков в обмотке после t_1 часов работы при заданных воздействиях	$R_{W_0} (W_{\text{кз}} = 0, t = t_1) = p_{\text{п}t_1}^{W_0}$
Вероятность получения в обмотке после t_1 часов работы числа к. з. витков $W_{\text{кз}} \geq W_A$	$Q_{W_0} (W_{\text{кз}} \geq W_A, t = t_1) =$ $= \sum_{i=W_A}^{W_0} C_{W_0}^i \prod_{j=1}^i q_{\text{п}t_j} \cdot p_{\text{п}t_1}^{W_0-i}$
Средний срок службы обмотки, если задано предельно допустимое число к. з. витков $W_{\text{кз}} \leq W_A$	$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=0}^{W_A} \frac{1}{W_0 - i}$