

УДК 519.6



О.М. Литвин, В.О. Пасічник, О.В. Славік

Українська Інженерно-Педагогічна Академія,

м. Харків, Україна, academ\_mail@ukr.net

Харківська Державна Академія Дизайну і Мистецтв,

м. Харків, Україна, pasechnik.va@gmail.com

Українська Інженерно-Педагогічна Академія,

м. Харків, Україна, aleksey.slavik92@gmail.com

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ІНТЕРСТРІПАЦІЇ ДЛЯ РЕСТАВРАЦІЇ ПОШКОДЖЕНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Задача відновлення зображення в зонах відсутності попиксельної інформації є вкрай важливою. Такі задачі виникають в машинобудуванні, сейсмографії, обробці даних дистанційного зондування Землі і т.д. На даний момент у світі існує цілий ряд методів відновлення пошкоджених зображень. Алгоритми відновлення зображень можна умовно розділити на такі класи: текстурні, шаблонні, основані на рівняннях із частинними похідними, гібридні та швидкі напівавтоматичні. В роботі також наведено метод інтерстріпації функції двох змінних, запропонований в роботах О.М. Литвина та С.Ю. Матвєєвої. Згідно цього методу можна відновлювати зображення, якщо інформація задана на системі смуг, границі яких паралельні осям координат, що досить сильно звужує область його практичного застосування. В роботі запропоновано узагальнений метод інтерстріпації для відновлення зображення поверхні за неповною інформацією про неї у випадку якщо відома інформація задана на системі довільно розташованих смуг із криволінійними границями.

ЗОБРАЖЕННЯ, ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ, ІНТЕРСТРІПАЦІЯ, ДВОВИМІНИЙ СИГНАЛ

**Литвин О.Н., Пасечник В.А., Славик А.В. Применение метода интерстрипации для реставрации поврежденных изображений.** Задача восстановления изображений в зонах отсутствия попиксельной информации является крайне важной. Такие задачи возникают в машиностроении, сейсмографии, обработке данных дистанционного зондирования Земли и т.д. На данный момент в мире существует целый ряд методов восстановления поврежденных изображений. Алгоритмы восстановления изображений можно условно разделить на следующие классы: текстурные, шаблонные, основанные на уравнениях с частными производными, гибридные и быстрые полуавтоматические. В работе также приведен метод интерстрипации функции двух переменных, предложенный в работах О.Н. Литвина и С.Ю. Матвеевой. Согласно этому методу можно восстанавливать изображения, если информация задана на системе полос, границы которых параллельны осям координат, достаточно сильно сужает область его практического применения. В работе предложен обобщенный метод интерстрипации для восстановления изображения поверхности с неполной информацией о ней в случае если информация задана на системе произвольно расположенных полос с криволинейными границами.

ИЗОБРАЖЕНИЕ, ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИНТЕРСТРИПАЦИЯ, ДВУМЕРНЫЙ СИГНАЛ

**Lytvyn O.M., Pasichnik V.O., Slavik O.V. Application of the method of interstripation for the restoration of damaged images.** The task of restoring an image in areas where there is no pixel information is extremely important. Such problems arise in machine building, seismography, data processing of remote sensing of the Earth, etc. At now in the world there are a number of methods for repairing damaged images. Image restoration algorithms can be conventionally divided into the following classes: textural, exemplar-based, based on PDE, hybrid and fast semiautomatic. The paper also describes the method for the interpolation of the function of two variables, proposed in the works of O.M. Lytvyn and S.Yu. Matveeva. According to this method, it is possible to restore an image if the information is given on a system of strips whose borders are parallel to the axes of coordinates, which rather narrow the area of its practical application. In the paper a generalized method of interpolation for the restoration of a surface image by incomplete information about it is proposed in the case if the known information is given on the system of arbitrarily spaced strips with curvilinear boundaries.

IMAGE, INPAINTING, INTERSTRIPATION, TWO-DIMENSIONAL SIGNAL

### Вступ

В попередніх роботах авторів досліджувалися оператори інтерстріпації (від англ. *inter* – між, від англ. *stripe* – смуга) функцій двох змінних тобто відновлення цієї функції між системою смуг, якщо інформація про цю функцію відома лише в точках вказаних смуг.

Дана робота присвячена практичному використанню операторів інтерстріпації для відновлення

пошкоджених файлів, які містять графічну інформацію. Наприклад, в процесі передачі по мережі файли можуть бути пошкоджені в результаті помилок при передачі даних або перенавантаженню мережі. Оцінка справжніх значень втрачених пікселів необхідна в більшості задач цифрової обробки зображень або, наприклад, в задачах оборки архівних документів у вигляді зображень, що мають різноманітні спотворення (подряпини, плями,

пил, непотрібні написи, лінії згину тощо). Тому актуальною є розробка методів для відновлення зображення в тих його частинах, де інформація з тих чи інших причин відсутня або якщо вона відома неповністю.

Аналіз літературних джерел. Розглянемо задачу відновлення пошкоджених областей зображення, використовуючи інформацію на відомих ділянках зображення. Позначимо множину пікселів в невідомій області через  $\bar{G}$ , а множину коректних пікселів через  $G$ .

Більшість методів відновлення зображень можна умовно поділити на наступні групи [1]: текстурні, шаблонні, основані на рівняннях в частинних похідних, гібридні та швидкі напіваавтоматичні.

Текстурні методи відновлення зображень. Методи даної групи для заповнення невідомої області  $\bar{G}$  безпосередньо використовують пікселі з відомої області зображення  $G$  [1]. Головна відмінність між цими алгоритмами полягає в забезпеченні неперервності на границі області  $\partial G$ . Так, наприклад, у [2] використовуються Марковські випадкові поля (Markov Random Field (MRF)) для моделювання локального розподілу невідомих пікселів і для знаходження невідомих значень шукається подібна область із  $G$ , а в роботі [3] запропоновано алгоритм «зшивання» невеликих ділянок зображення (image guilting). В роботі [4] наведено алгоритм параметричного синтезу текстур, який здатен синтезувати текстуру, враховуючи цільову текстуру. В роботі [5] запропоновано метод текстурного синтезу, який може генерувати текстуру за різних умов яскравості. В роботі [6] авторами наведено алгоритм відновлення зображення на основі аналізу та синтезу текстур, згідно якого зображення спочатку аналізується методом аналізу головних компонент (Principal Component Analysis (PCA)), а потім методом векторного квантування (Vector Quantization (VQ)) в області  $\bar{G}$  знаходяться невідомі значення. Запропоновані методи текстурного відновлення зображення відрізняються способом відновлення різних кольорів, інтенсивності, градієнта та навіть статистичних характеристик.

Шаблонні методи відновлення зображень. Основна ідея роботи алгоритмів цього класу заснована на припущенні про наявність повторюваних фрагментів даних на зображенні, які зазвичай називаються шаблонами. Відновлення області  $\bar{G}$  проводиться частинами шляхом копіювання значень яскравості з найбільш схожого шаблону. В роботі [7] запропоновано алгоритм заповнення невідомої області найбільш схожими фрагментами із відомої області  $G$ . Розмір фрагменту може змінюватися в залежності від характеристик зображення. В роботі [8] було запропоновано ітераційний алгоритм для заповнення області  $G$ , який апроксимує невідоме зображення в області  $\bar{G}$  та компонує фрагменти зображення. Особливо виділяється робота [9], де на відміну від всіх вищеописаних робіт,

для заповнення пошкодженої області використовується база даних зображень, яка містить мільйони зображень-шаблонів для відновлення.

Методи відновлення зображень, основані на рівняннях з частинними похідними. Метод вперше було запропоновано в роботі [10]. Запозичуючи в значній мірі ідею ручного малювання, ітераційний процес розширює лінійні структури (розриви) області  $G$ , що називаються ізофотами (Isophotes), в невідому область  $\bar{G}$ . Тобто відновлення даних області  $\bar{G}$  проводиться за допомогою даних, що є природним продовженням інформації, яка міститься в  $G$ . Цей підхід став основою для наступних робіт. Так, наприклад, в роботі [11] було запропоновано алгоритм Total Variational (TV), який використовує рівняння Ейлера-Лагранжа та анізотропну дифузію. Модель відновлення TV була розширена до Curvature Driven Diffusion (CDD) [12], яка включала інформацію про кривизну ізофот, що дозволяло краще відновлювати криволінійні структури. Автори роботи [13] запропонували інший підхід, оснований на PDE, – алгоритм анізотропної вектор-регуляризації.

Гібридні методи відновлення зображень. Як втікає із назви, методи цього класу являють собою поєднання двох класів методів. А саме текстурних методів та методів, основаних на використанні диференціальних рівнянь з частинними похідними. Основна ідея алгоритму полягає в тому, що перш за все виділяють текстурну та структурну складову зображення, які потім заповнюються відповідними алгоритмами [14-16].

Швидкі напіваавтоматичні методи відновлення зображення. Недоліком більшості представлених вище методів є їх висока обчислювальна складність, тому в деяких працях застосовують алгоритми для прискорення обчислень. В роботі [17] було наведено метод відновлення зображення за допомогою виділеної структури. Метод Fast Marching Method (FMM), наведений у [18], розглядає невідому область зображення  $\bar{G}$  як набір рівнів та використовує їх для відновлення зображення.

### 1. Інтерстріпація між системою горизонтальних та вертикальних смуг

Детальніше зупинимось на інтерстріпації між системою вертикальних та горизонтальних смуг. Вважаємо, що зображення поверхні  $\Sigma$  відоме лише на системі  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальних смуг вигляду:

$$G_{1,k} = \{\alpha_k \leq x \leq \beta_k, y \in [\gamma_1, \delta_{m+1}]\}, k = \overline{1, m},$$

та на системі  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальних смуг вигляду:

$$G_{2,l} = \{\gamma_l \leq y \leq \delta_l, x \in [\alpha_1, \beta_{m+1}]\}, l = \overline{1, n}.$$

Введемо позначення  $\bar{G}_{1,k} = \mathbb{R}^2 \setminus G_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ,  $\bar{G}_{2,l} = \mathbb{R}^2 \setminus G_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$ .

Тоді об'єднання множин  $G_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  та  $G_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  дає область  $\bar{G}$  незаповнених ділянок зображення. В точках зображення  $G$ , які

не потрапили до  $\bar{G}$  зберігається вся наявна інформація про зображення.

Поверхня  $\Sigma: z = f(x, y)$ ,  $f(x, y) \in C^{N, N}(\mathbb{R}^2)$ , яку ми хочемо відновити, вважається відомою лише на вказаних смугах, тобто

$$f(x, y)|_{\alpha_k \leq x \leq \beta_k} = f_{1,k}(x, y), \alpha_k \leq x \leq \beta_k, \gamma_l \leq y \leq \delta_{l+1},$$

$$f(x, y)|_{\gamma_l \leq y \leq \delta_l} = f_{2,l}(x, y), \gamma_l \leq y \leq \delta_l, \alpha_1 \leq x \leq \beta_{m+1}.$$

При цьому

$$\alpha_k < \beta_k < \alpha_{k+1} < \beta_{k+1}, k = \overline{1, m},$$

$$\gamma_l < \delta_l < \gamma_{l+1} < \delta_{l+1}, l = \overline{1, n}.$$

$C^{N, N}(\mathbb{R}^2)$  – клас функцій, які мають неперервні похідні  $f^{(p, q)}(x, y)$  для  $0 < p, q \leq N$ .

Введемо до розгляду такі оператори [19]:

$$L_1 f(x, y) = \begin{cases} f_{1,k}(x, y) & \alpha_k \leq x \leq \beta_k, \gamma_l \leq y \leq \delta_{l+1}; \\ E_{1,k,k+1} f(x, y) & \beta_k \leq x \leq \alpha_{k+1}; 1 \leq k \leq m-1. \end{cases}$$

$$L_2 f(x, y) = \begin{cases} f_{2,l}(x, y) & \gamma_l \leq y \leq \delta_l, \alpha_1 \leq x \leq \beta_{m+1}; \\ E_{2,l,l+1} f(x, y) & \delta_l \leq y \leq \gamma_{l+1}; 1 \leq l \leq n-1. \end{cases}$$

$$L_{12} f(x, y) = \begin{cases} f_{1,k}(x, y) & (x, y) \in \bar{G}_{1,k}, k = \overline{1, m}; \\ f_{2,l}(x, y) & (x, y) \in \bar{G}_{2,l}, l = \overline{1, n}; \\ E_{1,2,k,l} f(x, y) & (x, y) \in G. \end{cases}$$

$$E_{1,2,k,l} f(x, y) = [E_{1,k,k+1} + E_{2,l,l+1} - E_{1,k,k+1} E_{2,l,l+1}] f(x, y),$$

$$E_{1,k,k+1} f(x, y) = \sum_{s=0}^N [f^{(s,0)}(\beta_k, y) \ell_{1,k,s}(x) + f^{(s,0)}(\alpha_{k+1}, y) \ell_{2,k+1,s}(x)],$$

$$E_{2,l,l+1} f(x, y) = \sum_{p=0}^N [f^{(0,p)}(x, \delta_l) \ell_{1,l,p}(y) + f^{(0,p)}(x, \gamma_{l+1}) \ell_{2,l+1,p}(y)],$$

$$\ell_{1,k,s}(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (x - x_j)^N \frac{(x - x_k)^s}{s!} \left\{ \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (x - x_j)^N} \right\}_{(x_k)},$$

$$\ell_{2,l,p}(y) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n (y - y_i)^N \frac{(y - y_l)^p}{p!} \left\{ \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n (y - y_i)^N} \right\}_{(y_l)}.$$

Тут оператори  $E_{1,k,k+1} f(x, y)$ ,  $E_{2,l,l+1} f(x, y)$  та  $E_{1,2,k,l} f(x, y)$  – оператори двовимірної ермітової інтерполяції,  $\ell_{1,k,s}(x)$  та  $\ell_{2,l,p}(y)$  – поліноми Ерміта.

У випадку якщо відома інформація лише на системі горизонтальних смуг, то поверхня  $z = L_2 f(x, y)$  є наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній із смуг  $G_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  точно відновлює

поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $E_{2,l,l+1} f(x, y)$ ,  $l = \overline{1, n-1}$ . Аналогічно для випадку вертикальних смуг, поверхня  $z = L_1 f(x, y) \in$  наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній із смуг  $G_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  точно відновлює поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $E_{1,k,k+1} f(x, y)$ ,  $k = \overline{1, m-1}$ . У випадку коли інформація про поверхню відома на системі взаємоперпендикулярних смуг наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$  є поверхня  $z = L_{12} f(x, y)$ .

Наведені вище оператори інтерстріпації описані для функцій двох змінних, які мають неперервні похідні до порядку  $N$  включно. При обробці двовимірних сигналів застосовуються формули при  $N = 0$  [19]:

$$\begin{aligned} E_{1,k,k+1} f(x, y) &= \frac{x - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} f(\alpha_{k+1}, y) + \\ &+ \frac{x - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} f(\beta_k, y) \\ E_{2,l,l+1} f(x, y) &= \frac{y - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} f(x, \gamma_{l+1}) + \frac{y - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} f(x, \delta_l) \\ E_{1,2,k,l} f(x, y) &= [E_{1,k,k+1} + E_{2,l,l+1} - \\ &- E_{1,k,k+1} E_{2,l,l+1}] f(x, y) = \\ &= \frac{x - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} f(\alpha_{k+1}, y) + \frac{x - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} f(\beta_k, y) + \\ &+ \frac{y - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} f(x, \gamma_{l+1}) + \frac{y - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} f(x, \delta_l) - \\ &- \frac{x - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \frac{y - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} f(\alpha_{k+1}, \gamma_{l+1}) - \\ &- \frac{x - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \frac{y - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} f(\alpha_{k+1}, \delta_l) - \\ &- \frac{x - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \frac{y - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} f(\beta_k, \gamma_{l+1}) - \\ &- \frac{x - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \frac{y - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} f(\beta_k, \delta_l). \end{aligned}$$

## 2. Узагальнений метод інтерстріпації.

Головним недоліком наведеного вище методу інтерстріпації є його неможливість застосування до більшості прикладних задач обробки даних. Інтерстріпація на даний момент може відновлювати зображення, якщо наявна інформація про нього задана лише на системах горизонтальних або вертикальних смуг. Нижче наведено алгоритм узагальненої інтерстріпації, який дозволяє відновлювати зображення із довільними смугами, що мають криволінійні межі.

Розглянемо задачу відновлення пошкодженого зображення деякої поверхні  $\Sigma$ . Вважаємо, що зображення поверхні відоме лише на системі  $m$  ( $m \geq 2$ ) смуг, розташованих під довільним кутом вигляду:

$$G_k^* = \{(x, y) : \alpha_k \leq \omega_k(x, y) \leq \beta_k\}, \quad k = \overline{1, m},$$

Поверхня  $\Sigma : z = f(x, y)$ ,  $f(x, y) \in C^{N, N}(\mathbb{R}^2)$ , яку ми хочемо відновити, вважається відомою лише на вказаних смугах, тобто

$$f(x, y)|_{G_k^*} = f_k(x, y), \quad (x, y) \in G_k^*, \quad k = \overline{1, m}.$$

Нехай  $\mathfrak{R} = \{(k, l) : k \neq l; k, l = \overline{1, m}\}$  – множина всіх можливих комбінацій пар смуг.

Введемо до розгляду наступний оператор:

$$\Theta_m f(x, y) = \begin{cases} f_k(x, y) & (x, y) \in G_k^*, k = \overline{1, m}; \\ \Lambda_m f(x, y) & (x, y) \notin G_k^*, k = \overline{1, m}, \end{cases}$$

де

$$\Lambda_m f(x, y) = \frac{1}{m-1} \sum_{(k, l) \in \mathfrak{R}} \frac{\omega_k(x, y) + \omega_l(x, y)}{\sum_{i=1}^m \omega_i(x, y)} \Lambda_{k, l} f(x, y).$$

Оператор  $\Lambda_{k, l} f(x, y)$  – оператор інтерстріпації між  $k$ -ю та  $l$ -ю смугами:

$$\Lambda_{k, l} f(x, y) = \frac{\rho_l(x, y)}{\rho_k(x, y) + \rho_l(x, y)} f(x_k^*(x, y), y_k^*(x, y)) + \frac{\rho_k(x, y)}{\rho_k(x, y) + \rho_l(x, y)} f(x_l^*(x, y), y_l^*(x, y)),$$

$$\rho_k(x, y) = \sqrt{(x_k^*(x, y) - x)^2 + (y_k^*(x, y) - y)^2};$$

$x_k^*(x, y)$  та  $y_k^*(x, y)$  – це координати точки на  $k$ -тій смузі, яка знаходиться на найменшій відстані від точки  $(x, y)$  з невідомої області, а  $\rho_k(x, y)$  – відстань від точки  $(x, y)$  до  $k$ -тої прямої.

Поверхня  $z = \Theta_m f(x, y)$  є наближеною математичною моделлю освітленості поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній із смуг  $G_k^*$ ,  $k = \overline{1, m}$  точно відновлює поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $\Lambda_m f(x, y)$ , при цьому функція  $\Theta_m f(x, y) \in C^{N, N}(\mathbb{R}^2)$ .

### 3. Застосування узагальненої інтерстріпації до відновлення двовимірних сигналів

Наведемо приклад відновлення пошкодженої фотографії (рис. 1).

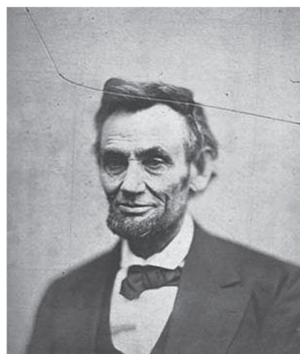


Рис. 1. Пошкоджена фотографія

На фотографії присутня подряпина від якої треба позбутися. Для цього вважаємо, що пікселі зображення, які розташовуються безпосередньо на подряпині невідомими. Ця область наведена на рис. 2.

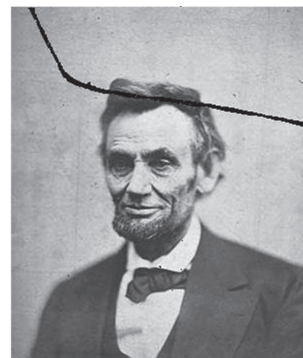


Рис. 2. Фотографія із видаленою областю замість подряпини

В результаті отримаємо розбиття на дві смуги (рис. 3).

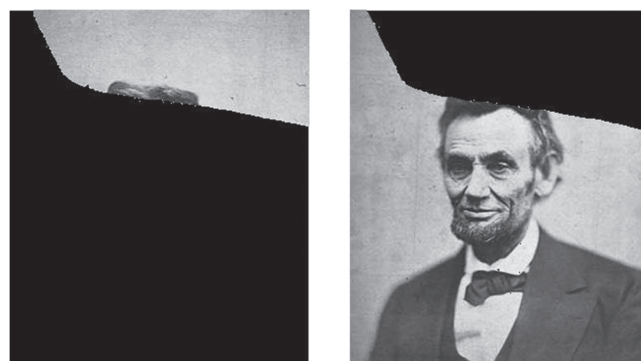


Рис. 3. Розбиття фотографії на смуги

Результат відновлення фотографії викладеним вище узагальненим методом інтерстріпації наведено на рис. 4.

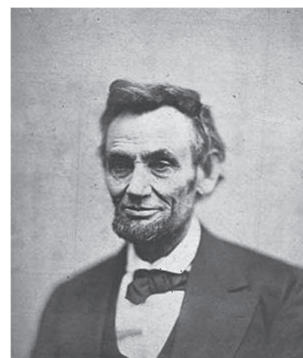


Рис. 4. Результат відновлення фотографії

### Висновки

На даний момент у світі існує багато методів відновлення пошкоджених зображень. Їх можна об'єднати у такі класи: текстурні, шаблонні, основані на рівняннях з частинними похідними, гібридні та швидкі напівавтоматичні.

Опираючись на роботу Литвина О.М та Матвеевої С.В. було створено метод інтерстріпації, який дозволяє відновлювати функції двох змінних в випадку коли інформація про функцію відома лише на системі смуг паралельних осей координат. З того часу автори роботи модернізували метод інтерстріпації з метою розширення області його застосування на практиці.

Розглянуті методи можуть бути застосовані для відновлення уражених ділянок пошкоджених зображень. Аналіз і розробка методів відновлення зображень є актуальною задачею для різноманітних прикладних областей та потребує подальших досліджень.

**Список літератури:** 1. *Joshua J.*, Darsan G. Digital inpainting techniques – a survey // International journal of latest research in engineering and technology. – 2016. – vol. 2. – pp. 34-36. 2. *Efros A.*, Leung T.K.. Texture synthesis by non-parametric sampling // In IEEE International conference on Computer Vision (ICCV). – 1999. – pp 1033-1038. 3. *Efros A.*, Freeman W.T. Image quilting for texture synthesis and transfer // In Proceedings of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 2001. – pp. 341-346. 4. *Heeger D.J.*, Bergen J.R. Pyramid-based texture analysis(synthesis) // In Proceedings of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 1995. – vol. 29. – pp. 229-233. 5. *Yamauchi H.*, Haber J., Seidel H. Image restoration using multiresolution texture synthesis and image inpainting // In Computer Graphics International (CGI). – 2003. – pp. 120-125. 6. *Fang C.W.*, Lien J.J. Fast image replacement using multi-resolution approach // Lecture Notes in Computer Science. – 2006. – vol. 3852. – pp. 509-520. 7. *Criminisi A.*, Perez P., Toyama K. Region filling and object removal by exemplar-based inpainting // IEEE Transactions on Image Processing. – 2004. – vol. 13(9). – pp. 1200–1212. 8. *Drori I.*, Cohen-Or D., Yeshurun H. Fragment-based image completion // In Proceedings of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 2003. – vol. 22. – pp. 303–312. 9. *Hays J.*, Efros A. Scene completion using millions of photographs // ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH). – 2007. – vol. 26(3). – pp. 87-94. 10. *Bertalmio M.*, Sapiro G., Caselles V., Ballester C. Image inpainting // In Proceedings of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 2000. – pp. 417–424. 11. *Chan T.*, Shen J. Mathematical models for local deterministic inpaintings // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 2002. – vol. 62(3). – pp. 1019-1043. 12. *Chan T.*, Shen J. Non-texture in-painting by curvature-driven diffusions (CDD) // Visual Comm. Image Rep. – 2001. – vol. 12. – pp. 436-449. 13. *Tschumperl D.*, Deriche R. Vector-valued image regularization with PDE's // Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2005. – vol. 27(4). – pp. 506–517. 14. *Bertalmio M.*, Vese L., Sapiro G., Osher S. Simultaneous structure and texture image inpainting. // Transactions on Image Processing. – 2003. – vol. 12(8). – pp. 882– 889. 15. *Starck J.-L.*, Elad M., Donoho D.L. Image decomposition via the combination of sparse representation and a variational approach. // Transaction on Image Processing. – 2005. – vol. 14(10). – pp. 1570-1582. 16. *Elad M.*, Starck J.-L., Donoho D., Querre P. Simultaneous cartoon and texture image in-painting using morphological

component analysis (MCA) // Applied and Computational Harmonic Analysis. – 2005. – vol. 19(3). – pp. 340-358. 17. *Sun J.*, Yuan L., Jia J., Shum H. Image completion with structure propagation // In Proceedings of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 2005. – vol. 24, pp 861–868. 18. *Telea A.* An image in-painting technique based on the fast marching method // Journal of Graphics Tools. – 2004. – vol. 9. – pp. 23-34. 19. *Матвеева С. Ю.* Математичне моделювання поверхні тіла методами інтерстріпації функцій заданими радіолокації: Дис. канд. фіз.-мат. наук / Матвеева Світлана Юріївна. – Харків, 2014. – 126 с.

#### Resume

#### Lytvyn O.M., Pasichnik V.O., Slavik O.V. APPLICATION OF THE METHOD OF INTERSTRIPATION FOR THE RESTORATION OF DAMAGED IMAGES.

**Background:** At now in the world there are a number of methods to restore damaged images (inpainting methods). Image recovery algorithms can be conditionally divided into the following classes: textured, exemplar-based, based on PDE, hybrid and fast semi-automatic. In the works of Lytvyn O.M. and Matveeva S.Yu. was proposed method of interstripation of functions of two variables (in the case when the function is given on a system of strips). This method was find the unknown values of the function between the strips. The disadvantage of the original method was that the strips should be parallel to the coordinate axes, which greatly limited the scope of its applicability to real problems.

**Materials and methods:** In given work, we propose a generalized method of interstripation of functions of two variables for the case of arbitrary arrangement of strips with curvilinear boundaries. The operator of a generalized interstripation of functions of two variables for calculating unknown values between  $m$  ( $m \geq 2$ ) strips of arbitrary type is given.

**Results:** A computational experiment was carried out to reconstruct a damaged photography with a clearly pronounced fold line. To remove this line, a region was selected with which the image was divided into two strips, to which the generalized method of interstripation proposed in this paper was applied. The restoration result does not contain a fold line, and the new values obtained are a natural continuation of the existing image.

**Conclusion:** In given article presents a generalized method of interstripation of functions of two variables for the case of arbitrary strips with curvilinear boundaries. Unlike the original method of interstripation, the area of application of the generalized method is much wider, since there is no restriction on the form of the strips. This method can be used to restore lost or damaged image areas. Analysis and development of such methods is an urgent task for a variety of applied fields and requires further research.

*Надійшла до редколегії 24.09.2017.*