УДК 519.7

З.В. ДУДАРЬ, С.А. ПОСЛАВСКИЙ, А.В. ПРОНЮК, С.Ю. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА КОМПАРАТОРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Метод компараторной идентификации, описанный в работе*, допускает обобщение. Предикат $P(x, y)$, определенный на $A_1 \times A_2$, называется *вполне определенным слева* на $A_1 \times A_2$, если для каждого $x \in A_1$ существует $y \in A_2$ такой, что $P(x, y)=1$. Предикат $P(x, y)$, определенный на $A_1 \times A_2$, называется *вполне определенным справа* на $A_1 \times A_2$, если для каждого $y \in A_2$ существует $x \in A_1$, такой что $P(x, y)=1$. Предикат $P(x, y)$ называется *вполне определенным* на $A_1 \times A_2$, если он вполне определен слева и справа на $A_1 \times A_2$. Пусть предикат $P(x, y)$ не вполне определен на $A_1 \times A_2$. Тогда, сужая области A_1 и A_2 определения переменных x и y предиката $P(x, y)$ до множеств A'_1 и A'_2, соответствующих предикатам

$$A'_1(x)=\exists y \in A_2\ P(x, y), \tag{1}$$

$$A'_2(y)=\exists x \in A_1\ P(x, y), \tag{2}$$

всегда можно получить предикат P, вполне определенный на $A'_1 \times A'_2$.

Приведенные определения можно обобщить на случай произвольного числа n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(n \le m)$. Предикат $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, определенный на $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, называется *вполне определенным* на $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *по переменной* x_i, если для каждого $x_i \in A_i$ существуют $x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, \ldots, x_{i-1} \in A_{i-1}, x_{i+1} \in A_{i+1}, \ldots, x_n \in A_n$, такие что $P(x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n)=1$. Предикат $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ называется *вполне определенным* на $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, если он вполне определен на $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ по всем переменным $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Когда нет особых причин поступить иначе, исследователь всегда стремится так ограничить области определения входных сигналов идентифицируемой системы, чтобы ее поведение описывалось вполне определенными предикатами. Нетрудно видеть, что любая эквивалентность на $A \times A$ вполне определена на $A \times A$.

Пусть E и E' — эквивалентности на $A \times A$. Будем говорить, что эквивалентность E *вложена* в эквивалентность E', и писать $E \le E'$, если для любых $x, y \in A$ из $E(x, y)=1$ следует $E'(x, y)=1$. Если $E \le E'$ и $E \ne E'$, то будем писать $E < E'$ и говорить, что эквивалентность E

* *Косинов Р.П., Шабанов-Кушнаренко С.Ю.* О задаче компараторной идентификации // Радиоэлектроника и информатика. 1997, № 1. С. 52-54.

строго вложена в эквивалентность E'. Если $E<E'$, то будем говорить, что разбиение R, соответствующее эквивалентности E, *мельче* разбиения R', соответствующего эквивалентности E'. Будем говорить также, что разбиение R' *крупнее* разбиения R. Если $E\le E'$, то будем говорить, что разбиение R *мельче или равно* разбиению R'. Если $E\le E'$, то разбиение R, соответствующее эквивалентности E, называется *подразбиением* разбиения R', соответствующего эквивалентности E'. Нетрудно видеть, что отношение вложения, определенное на множестве предикатов эквивалентности, рефлексивно, транзитивно и антисимметрично, т.е. оно есть *отношение порядка*.

Теорема 1. *Пусть P — предикат на $A_1\times A_2$. Предикаты $E_л$ и $E_п$ на $A_1\times A_1$ и $A_2\times A_2$, определяемые тождествами*

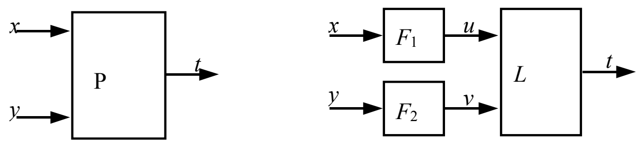
$$E_л(x_1, x_2)=\forall y\in A_2\ (P(x_1, y)\sim P(x_2, y)), \tag{3}$$

$$E_п(y_1, y_2)=\forall x\in A_1 (P(x, y_1)\sim P(x, y_2)), \tag{4}$$

называются сопровождающими предикатами (*левым и правым*) *предиката P. Нетрудно видеть, что предикаты $E_л$ и $E_п$ являются эквивалентностями. Пусть E_1 на $A_1\times A_1$ и E_2 на $A_2\times A_2$ — эквивалентности, удовлетворяющие условиям $E_1\le E_л$, $E_2\le E_п$; $F_1:A_1\to B_1$ и $F_2:A_2\to B_2$ - характеристические функции эквивалентностей E_1 и E_2. Тогда найдется единственный предикат L на $B_1\times B_2$, такой что для любых $x\in A_1$ и $y\in A_2$*

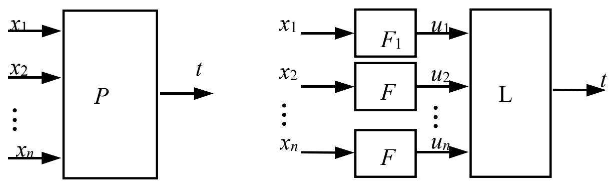
$$P(x,y)=L(F_1(x), F_2(y)). \tag{5}$$

Доказательство. Покажем, что предикат L с требуемыми свойствами существует. Для любых $u\in B_1$, $v\in B_2$ положим $L(u, v)=1$, если и только если найдутся $x\in A_1$ и $y\in A_2$, такие что $F_1(x)=u$, $F_2(y)=v$, $P(x, y)=1$. Докажем справедливость (5). Пусть $x\in A_1$ и $y\in A_2$ таковы, что $P(x, y)=1$. Тогда из способа построения предиката L непосредственно следует $L(F_1(x), F_2(y))=1$. Пусть теперь $x\in A_1$ и $y\in A_2$ таковы, что $L(F_1(x), F_2(y))=1$. Тогда найдутся $x_1\in A_1$ и $y_1\in A_2$, такие что $P(x_1, y_1)=1$, $F_1(x_1)=F_1(x)$, $F_2(y_1)=F_2(y)$, откуда $E_1(x, x_1)=E_2(y, y_1)=1$. Так как $E_1\le E_л$, $E_2\le E_п$, то $E_1(x, x_1)=E_2(y, y_1)=1$. Из определения сопровождающих предикатов предиката P окончательно получаем $P(x, y)=1$. Мы доказали справедливость (5) для построенного нами предиката L. Покажем теперь единственность L. Предположим, что, кроме (5), справедливо еще представление $P(x, y)=L'(F_1(x), F_2(y))$, где L' — некоторый предикат, заданный на $B_1\times B_2$. Тогда для любых $x\in A_1$ и $y\in A_2$ $L(F_1(x), F_2(y))=L'(F_1(x), F_2(y))$. Следовательно, для любых $u\in B_1$, $v\in B_2$ $L(u, v)=L'(u, v)$, что доказывает единственность представления P в виде (5). Теорема доказана.



а б

Рис. 1



а б

Рис. 2

Выражение (5) называется *общим видом бинарного предиката P*. Легко видеть, что любой бинарный предикат P можно представить в виде (5). Сюръекции F_1 и F_2 называются *характеристическими функциями* (*левой* и *правой*) предиката P. Предикат L называется *образом* предиката P при эквивалентностях E_1 и E_2. Согласно теореме 1, любую систему преобразования сигналов (рис 1, а), реализующую бинарный предикат $P(x, y)=t$, можно представить в виде трехблочной схемы, изображенной на рис. 1, б. Сравнивая эту схему со схемой из работы*, представленной на рис. 1, а, видим, что первая является обобщением последней. Теперь вместо одной функции F используются две функции F_1 и F_2, а вместо предиката равенства D — произвольный бинарный предикат — L. Теорему 1 можно обобщить на случай произвольного n-арного предиката $P(x_1, x_2, ..., x_n)$. Она гласит, что любой предикат можно представить в виде:

$$P(x_1, x_2, ..., x_n)=L(F_1(x_1), F_2(x_2), ..., F_n(x_n)). \qquad (6)$$

Следовательно, любую систему сигналов, реализующую предикат $P(x_1, x_2, ..., x_n)=t$ (рис. 2, а), можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 2, б.

Следующая теорема доказывает, что методом компараторной идентификации (роль компаратора на схеме рис. 2, б выполняет блок L) можно исчерпывающим образом (т.е. с точностью до обозначений) идентифицировать одновременно N объектов F_1, $F_2, ..., F_n$. Это значит, что и в наиболее общем случае метод компа-

---

* *Косинов Р.П., Шабанов-Кушнаренко С.Ю.* О задаче компараторной идентификации // Радиоэлектроника и информатика. 1997, № 1. С. 52-54.

раторной идентификации по степени глубины анализа объектов не уступает методу прямой идентификации.

Теорема 2. *Пусть предикат* $P(x_1, x_2, ..., x_n)$ *задан на множестве* $A_1 \times A_2 \times ... \times A_n$, *предикат* $P'(x'_1, x'_2, ..., x'_n)$ — *на множестве* $A'_1 \times A'_2 \times ... \times A'_n$, *предикаты* $L(u_1, u_2, ..., u_n)$ *и* $L'(u'_1, u'_2, ..., u'_n)$ — *на множествах* $B_1 \times B_2 \times ... \times B_n$, $B'_1 \times B'_2 \times ... \times B'_n$ *соответственно, причем* L *есть образ предиката* P *при эквивалентностях* $E_1 \times E_2 \times ... \times E_n$, L' — *образ* P' *при эквивалентностях* $E_1 \times E_2 \times ... \times E_n$. *Пусть предикаты* P *и* P' $(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$ — *изоморфны, а предикаты* E_i *и* E'_i —φ-*изоморфны, где* $\varphi_i: A_i \to A'_i$, $i=\overline{1,n}$. *Тогда найдутся такие биекции* $\psi: A_i \to A'_i$, $i=\overline{1,n}$, *что предикаты* L *и* L' $(\psi_1, \psi_2, ..., \psi_n)$ — *изоморфны.*

Доказательство. Пусть F_i: $A_i \to B_i$ — характеристическая функция эквивалентности E_i, F'_i: $A'_i \to B'_i$ — характеристическая функция эквивалентности E'_i. Из условий теоремы для любых $x_i \in A_i$, $x'_i \in A'_i$, $i=\overline{1,n}$ вытекает справедливость следующих равенств:

1) $P(x_1, x_2, ..., x_n)=L(F_1(x_1), F_2(x_2), ..., F_n(x_n))$, 2) $P'(x'_1, x'_2, ..., x'_n)=L'(F'_1(x'_1), F'_2(x'_2), ..., F'_n(x'_n))$, 3) $P(x_1, x_2, ..., x_n)=P'(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2), ..., \varphi_n(x_n))$, откуда для любых $x_i \in A_i$, $i=\overline{1,n}$ следует 4) $L(F_1(x_1), F_2(x_2), ..., F_n(x_n))=L'(F'_1(x'_1), F'_2(x'_2), ..., F'_n(x'_n))$. Так как для любого $i=\overline{1,n}$ эквивалентности E_i и E'_i φ_i-изоморфны, то найдутся биекции $\psi: B_i \to B'_i$, $i=\overline{1,n}$, такие что функции F и F_i будут (φ_i, ψ_i)-изоморфны. Это означает выполнение для любого $x_i \in A_i$ равенств $F'(\varphi_i(x_i))=\psi_i(F'(x_i))$, $i=\overline{1,n}$. Подставляя правые части этих равенств в правую часть 4), выводим изоморфность предикатов L и L'. Теорема доказана.

Чтобы продемонстрировать возможность использования на практике описанного здесь обобщенного метода компараторной идентификации, рассмотрим его применение для идентификации способности человека осмысливать воспринимаемые им ситуации. Испытуемому предъявляются для анализа ситуации и тексты. *Ситуации* — это все то, что может быть воспринято органами чувств человека; *тексты* — это все то, что может быть им понято. В результате *восприятия* ситуации в сознании человека возникает образ этой ситуации; в результате *понимания* текста в сознании человека возникает смысл этого текста. Пусть A_1 — множество всевозможных ситуаций, A_2 — множество всех текстов. Испытуемый должен выполнить следующее задание: если ситуация $x \in A_1$ согласуется с текстом $y \in A_2$, то он реагирует сигналом $t=1$, если не согласуется, то сигналом t=0. Например, выглянув из окна комнаты на улицу, испытуемый затем читает текст "Идет дождь". Если за окном на самом деле идет дождь, то он реагирует ответом 1, если же дождя нет, то — ответом 0. Своим поведением испытуемый реализует некоторый предикат $P(x, y)=t$, заданный на $A_1 \times A_2$, который называется *ситуационно-текстовым*.

Идентификация поведения испытуемого в данном случае имеет своей целью определение функций F_1 и F_2 и предиката L, фигурирующих на схеме рис. 1, б. Функция F_1 формально описывает процесс преобразования ситуации в ее образ, функция F_2 описывает преобразование текста в его смысл. Предикат L описывает процесс *осознания* соответствия образа ситуации смыслу текста. Ситуации, образы которых совпадают, называются *метамерными*. Левая сопровождающая эквивалентность предиката P вводит разбиение множества A_1 на классы метамерных ситуаций. Тексты, смыслы которых совпадают, называются *тождественными*. Правая сопровождающая эквивалентность предиката P вводит разбиение множества A_2 на классы тождественных текстов. Множество всех ситуаций, согласующихся с данным текстом, может быть принято в качестве объективного эквивалента смысла данного текста. Идентификация интеллектуальной деятельности человека по данной схеме открывает путь к математическому описанию и искусственному воспроизведению таких важных для машинного интеллекта сторон разума как восприятие, понимание, узнавание и осознание. Ясно, что методы прямой идентификации в данном случае неприемлемы, поскольку образы ситуаций и смыслы текстов, являясь субъективными состояниями человека, в принципе недоступны прямому физическому измерению.

Поступила в редколлегию 05.01.99

Дударь Зоя Владимировна, канд. техн. наук, и.о. зав. кафедрой ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: информатика. Адрес: Украина, 310202, Харьков, пр. Л.Свободы, 39б, кв. 31.

Пославский Сергей Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической механики ХГУ. Научные интересы: информатика, математическое моделирование информационных процессов. Адрес: Украина, 310000, Харьков, ул. Котлова, 10, кв. 21.

Пронюк Анна Валериевна, аспирантка кафедры ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: идентификация процессов человеческого мышления. Адрес: Украина, 310145, Харьков, ул. Космическая, 47, кв. 157.