УДК 518.517.948

В. В. СТАРОСТЕНКО, канд. физ.-мат. наук, *М. В. ГЛУМОВА*,
Е. В. ГРИГОРЬЕВ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВЫХ ТРУБКАХ

В целях повышения качества и надежности эксплуатации электронно-лучевых трубок, для выявления возможного местонахождения локального повышения напряжённости, инициирующей разрядные явления, необходимо производить точный расчет электростатических полей во всем объеме кинескопа. В настоящее время существует большое количество экспериментальных, аналитических и численных методов определения электростатических полей [1; 2]. Среди них можно отметить метод интегральных уравнений [1], метод зарядовой плотности, метод конечных разностей [2]. Аналитические зависимости весьма приближенно описывают многопараметрические свойства электростатических полей. Численные методы, описывающие электростатический потенциал, создаваемый системой электродов, давно известны, использование их стало эффективным лишь с применением быстродействующих ЭВМ, обеспечивающих достаточную точность и приемлемое время.

При использовании численных методов производится замена точного дифференциального уравнения Лапласа или интегрального уравнения Фредгольма соответствующим приближенным алгебраическим уравнением, число неизвестных в котором равно числу дискретных точек, апроксимирующих область интегрирования — межэлектродную область в первом случае и поверхности проводников — во втором. Численное решение сводится к решению системы алгебраических уравнений, свободные члены которых учитывают заданные граничные условия [3]. Этой характеристике соответствует и широко применяемый в настоящее время для расчета электронно-оптических систем в электронно-лучевых приборах метод интегральных уравнений, который становится неэффективным при создании динамической модели процессов, происходящих в электронно-лучевой трубке, с учетом пространственного заряда пучка и управляющего напряжения на модуляторе. При исследовании динамических процессов в кинескопе, как правило, рассматривают отдельно три области: пространство катод — модулятор, электронно-оптическая система (ЭОС), раструб кинескопа. Вопрос о погрешности при стыковке процессов в трех областях остается открытым. Для преодоления этих трудностей рационально использовать численные методы решения полевых задач — методы конечных и граничных элементов, обладающих большой общностью и универсальностью, позволяющих рассчитывать поля в системах со сложной формой электродов.

В предлагаемой работе проведен расчет электростатических полей во всем объеме электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) методом конечных элементов в приближении к реальной геометрии трубки 65 ЛК1Б. В основе расчета электрических полей лежит уравнение Пуассона. Так как в нашей постановке задачи не учитывалось объемное распределение заряда, уравнение Пуассона преобразовывалось к уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad (1)$$

в объеме ЭЛП с граничными условиями Дирихле на внешних и внутренних поверхностях. С позиции вариационного исчисления решение уравнения (1) эквивалентно отысканию минимума функционала:

$$\chi = \frac{1}{2} \iint\limits_D \left[\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \right)^2 \right] dxdy, \qquad (2)$$

где $\hat{u}(x, y)$ — пробная функция, определения в Д, непрерывная, удовлетворяющая граничным условиям. Исследуемая область разбивалась на l треугольных конечных элементов. Исходный функционал приобретал вид

$$\chi = \sum_{i=1}^{l} \chi_i^{ei}, \tag{3}$$

где χ_i^{ei} — вклад каждого конечного элемента, определяемый как

$$\chi_i^{ei} = \frac{1}{2} \iint_{ei} \left[\left(\frac{\partial \hat{u}^{ei}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^{ei}}{\partial y} \right)^2 \right]. \tag{4}$$

Пробные функции конечного элемента выбирались линейными:

$$\hat{u}^{ei}(x, y) = \alpha_1^{ei} + \alpha_2^{ei} x + \alpha_3^{ei} y, \ x, \ y \in ei; \tag{5}$$

$$\hat{u}^{ei} = N^e u^e, \tag{6}$$

где N^e — матрица базисных функций конечного элемента; u^e — вектор узловых значений. Условие минимизации функционала в виде

$$\frac{\partial \chi}{\partial u_p} = \sum_{i=1}^{l} \frac{\partial \chi^{ei}}{\partial u_p} = 0, \tag{7}$$

где $p = 1, 2, \ldots n$ — количество узлов, приводило к появлению матричного уравнения элемента

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial u^e} = k^e u^e, \tag{8}$$

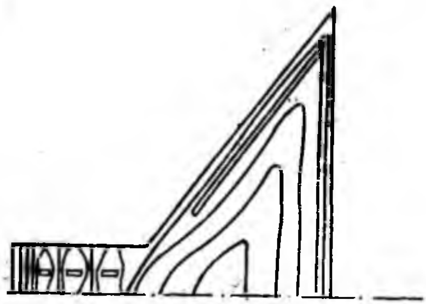
где k^e — элементная матрица жесткости конечного элемента; u^e — элементарный узловой вектор. При поэлементном объединении получали матричное уравнение для всей изучаемой области:

$$\frac{\partial \chi}{\partial u} = kU, \tag{9}$$

где k — глобальная матрица жесткости. Таким образом, решение дифференциального уравнения Лапласа было сведено к решению линейной системы алгебраических уравнений.

Численно решение осуществлено с помощью вычислительной программы, состоящей из восьми модулей-подпрограмм. Алгоритм действия программы можно описать следующим образом. Для получения исходных данных поперечное сечение кинескопа было разбито на 96 супер-элементов, в которых выбрано 366 глобальных узлов. В качестве начальной информации в программу вводятся: значение координат глобальных узлов в плоскости ХОУ, информация о данных соединения для каждого глобального элемента, значения распределения потенциала на электродах и значение потенциала на всей внешней границе.

Затем исследуемая область моделируется, используя четырехугольные зоны с восемью узлами. Последовательность действий подпрограммы разбиения внутренней области кинескопа на конечные элементы следующая: согласно введенным данным определяется число строк и столбцов узлов, делается проверка, нет ли граничных узлов таких, какие уже были пронумерованы, за пронумерованными сохраняются прежние номера; узлы нумеруются последовательно против часовой стрелки; номера всех узлов сохраняются для последующих рассмотрений соседних зон: зона делится на треугольные элементы. Каждому элементу приписывается определенный номер. Результатом работы подпрограммы является вывод номеров узлов элемента и координат узлов конечного элемента. Отличительная особенность подпрограммы — учет внутренних электродов. Далее формируется система линейных уравнений путем упорядочения матрицы коэффициентов при переменных. Правая часть системы линейных уравнений присваивается в зависимости от значений потенциала на электродах и граничных значений. Затем методом сопряженных градиентов решается система линейных уравнений. Алгоритм метода приводится в работе [4]. Результаты расчета выводятся на печать в виде графиков и таблиц.



Действия вычислительной программы, разработанной с помощью метода конечных элементов, было опробовано для расчета различных тестовых структур. При вычислении электростатических полей непосредственно в приближении реальной геометрии кинескопа было получено наглядное изображение эквипотенциалей во всем объеме ЭЛТ и точное значение потенциала в узлах накладываемой сетки. На рисунке приводится качественное расположение эквипотенциалей в объеме кинескопа. Программа обладает достаточной гибкостью, позволяющей с большой точностью описывать сложную геометрию внутренних электродов. Отличительной особенностью программы является возможность расчета электростатических полей во всем объеме ЭЛТ без предварительной сегментации для расчета на ЭОС и раструб. Точный расчет электростатических полей во всем объеме ЭЛТ позволит производить их на каждом шаге при создании динамической модели кинескопа с использованием метода крупных частиц, а кроме того, точный расчет электростатических полей необходим при исследовании пробоя в кинескопе.

Список литературы: 1. *Лачашвили Р. А., Траубе Л. В.* Проектирование электронно-лучевых приборов. М., 1988. 215 с. 2. *Баранова Л. А., Явор С. Я.* Электростатические электронные линзы. М., 1986. 190 с. 3. *Поляков Г. Р.* Анализ и расчет электростатических систем. Новосибирск, 1976. 117 с. 4. *Ортега Дж. Пул У.* Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. М., 1986. 288 с.

Поступила в редколлегию 18.12.89