ДОСЛІДЖЕННЯ АНСАМБЛІВ СКЛАДЕНИХ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ НА БАЗІ ФУНКЦІЙ УОЛША ТА ЛЕЖАНДРА

Довбня А.А.
Науковий керівник – к.т.н., доц. Горелов Д.Ю.
Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, пр. Науки,14, каф. Комп'ютерної радіоінженерії
і систем технічного захисту інформації (КРіСТЗІ),
тел. (057) 702-13-06, email: andri.dovbnia@gmail.com.

Orthogonal and correlation properties of the complex binary sequences that are based on Legendre sequences, providing large ensembles and acceptable correlation properties, and Walsh sequences that provide orthogonal properties were analyzed.

При створенні сучасних комунікаційних систем важливим є вибір математичних алгоритмів, що породжують великий ансамбль псевдовипадкових послідовностей (ПВП). Формовані ПВП повинні мати потрібні статистичні та спектральні властивості, а також хороші авто- та взаємокореляційні функції. Особливі вимоги пред'являються відносно великого об'єму ансамблю ортогональних ПВП, що необхідно для одночасної та стійкої роботи багатьох користувачів в загальній просторовій зоні.

Номенклатура довжин М-послідовностей порівняно невелика: $L = 2^n - 1$, де n – будь-яке ціле число, що в певних ситуаціях може обмежити діапазон можливостей їх застосування. З цієї та ряду інших причин становить інтерес формування послідовностей, які не поступаються за своїми характеристиками перерахованим кодами, але мають більший набір довжин.

Значний інтерес в цьому плані представляють послідовності Лежандра, довжини яких $L = 4m + 3$, де m – натуральне число. Це дозволяє в порівнянні з М-послідовностями істотно розширити набір довжин ПВП, що одержують на їх основі.

У ряді робіт останнього часу запропонований новий клас псевдовипадкових сигналів – складені псевдовипадкові послідовності (СПВП). Такі послідовності утворюють, комбінуючи різні початкові компоненти. Підбирають компоненти так, щоб отримані системи складених сигналів мали кращі властивості, чим початкові.

Для систем зв'язку представляють інтерес дослідження кореляційних функцій складених послідовностей при певних обмеженнях на використовувані компоненти. Таких умов три: 1) забезпечення низького рівня бічних піків АКФ; 2) забезпечення низького рівня піків ВКФ; 3) забезпечення ортогональних властивостей.

Ортогональні властивості мають послідовності, що формуються за

допомогою матриць Адамара – послідовності Уолша. Проте вибрані послідовності, разом з ортогональними властивостями і достатнім об'ємом ансамблів, мають істотний недолік – неприйнятні кореляційні властивості. Очевидно, що для отримання СПВП на основі носійних послідовностей Уолша потрібний вибір формувальних компонент, які мають прийнятні кореляційні властивості.

У пакеті Mathcad було розраховано нормовані автокореляційні функції первісної послідовності Лежандра s_0 {1, 1, 1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1} довжиною 23 символи та 22-х послідовностей $\{s_1, s_2, \ldots, s_{22}\}$, отриманих циклічним зсувом вліво відповідно на $1, 2, \ldots, 22$ позиції. Умові «оптимальних кореляційних властивостей» (тобто не гірших, ніж у М-послідовностей) відповідають 11 послідовностей $s_0, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_{16}, s_{17}, s_{18}, s_{19}, s_{22}$, у яких максимальний боковий пік АКФ $0.13 \leq R_{max} \leq 0.174$.

Далі було розраховано АКФ СПВП довжиною $L = 8 \cdot 23 = 184$, де в якості носійної послідовності було використано послідовність Уолша восьмого порядку wal_1 {1,-1,1,-1,1,-1,1,-1}, а формувальною компонентою виступила послідовність Лежандра s_0. АКФ СПВП має періодичний характер, а бічні пелюстки досягають 90 % основного.

Для того, щоб усунути періодичну структуру АКФ СПВП, слід використати вісім формуючих послідовностей Лежандра, тобто для кожного з сегментів послідовності Уолша слід виконати операцію додавання по модулю два зі своєю формуючою послідовністю:

$$Seq = wal_1 \otimes s_j; \quad k = 1, 2, \ldots 8; \quad j = 1, 2, \ldots 23. \qquad (1)$$

Згідно наведеним вище результатам розрахунків існує 11 послідовностей Лежандра довжиною $L = 23$, максимальний рівень бічної пелюстки АКФ котрих менше рівня $R_{max} = 1.2/\sqrt{23} \approx 0.25$. В якості формуючих було обрано вісім з них, що мають найменший середній рівень R_{CP} бічних пелюсток: $s_4, s_5, s_6, s_7, s_{16}, s_{17}, s_{18}, s_{19}$.

Результати розрахунків взаємних кореляційних функцій дослідних послідовностей наступні: максимально корельованими є пари послідовностей виду $\{s_m, s_{m+1}\}$, а мінімальний рівень бічних пелюсток ВКФ мають пари, до яких входять послідовності s_4, s_5, s_6, s_7. Отже, черга слідування функцій Лежандра у алгоритмі (1) має бути однією з наступних:

6→18→4→16→7→19→5→17;
6→17→4→19→7→16→5→18;
5→18→7→ 16→4→19→6→17;
5→17→7→19→4→16→6→18.

Для перевірки кореляційних властивостей усього ансамблю СПВП було сформовано 32 послідовності. Максимальне значення бічної пелюстки нормованих АКФ ансамблю СПВП лежить в діапазоні [0.096 –

0.109], середнє значення максимального піку складає 0.102. Середнє значення рівня бічних пелюсток нормованих лежить в діапазоні $[0.05 - 0.063]$. Це свідчить про прийнятні, але гірші за М-послідовності властивості автокореляційної функції ($R_{max} = 1.2/\sqrt{184} \approx 0.088$ та $R_{CP} = 0.32/\sqrt{184} \approx 0.26$).

Відповідно до формул комбінаторики кількість двійкових сполучень для ансамблю з 32-х ПСВП (кількість взаємних кореляційних функцій) дорівнює 496. Зменшити об'єми розрахунків і провести аналіз властивостей ВКФ дослідного ансамблю можна наступним чином: по-перше, зафіксувати носійну послідовність та дослідити ВКФ між чотирма ПСВП – 6 функцій; по-друге, зафіксувати один з чотирьох порядків слідування формуючих функцій та дослідити ВКФ між вісьмома СПВП – 28 функцій.

Результати розрахунків: максимальні значення піків ВКФ лежать в діапазоні $[0.188 - 0.228]$, а середнє значення максимальних піків ВКФ дорівнює 0.210, що майже в два рази менше граничного значення для М-послідовностей $5/\sqrt{184} \approx 0.370$. При цьому середнє значення піків ВКФ сформованого ансамблю СПСП дорівнює 0.087, що майже в два рази більше граничного значення $0.54/\sqrt{184} \approx 0.04$.

Також слід зазначити, що сформований ансамбль СПВП повністю ортогональний – всі 28 проаналізованих ВКФ мали нульове значення для нульового зсуву.

Таким чином, складені псевдовипадкові послідовності на основі послідовностей Уолша і послідовностей Лежандра мають певні переваги в порівнянні з М-послідовностями, оскільки дозволяють забезпечити прийнятні, як кореляційні, так і ортогональні властивості за умови набагато ширшої номенклатури довжин послідовностей.

Перелік джерел посилання: 1. Берлин А.Н. Цифровые сотовые системы связи / Берлин А.Н. – М.: Эко-Трендз, 2007. – 296 с. 2. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоти. / Под. ред. В.И.Борисова. Изд. 2-е, перераб. и доп.– М.:РадиоСофт, 2008.–512с. 3. Васильев К.К. Теория электрической связи: учебное пособие / К.К. Васильев, В.А. Глушков, А.В. Дормидонтов, А.Г. Нестеренко; под общ. ред. К. К. Васильева. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – 452 с. 4. В.М. Вишневский, А.И. Ляхов, С.Л. Портной, И.В. Шахнович. Широкополосные беспроводные сети передачи информации. М.:Техносфера, 2005. – 592 с. 5. Гантмахер В.Е. Шумоподобные сигналы. Анализ. Синтез. Обработка / Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. – Санкт-Петербург: Наука и Техника, 2005. – 400 с. 6. Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения Мир связи, Техносфера, 2007. – 488с.