

МОДЕЛИ СЕТЕВОЙ НАДЕЖНОСТИ

Поповская Е.О., Волотка В.С.

Харьковский национальный университет
радиоэлектроники, Украина.

E-mail: tkc2006@ukr.net

Abstract

Examines the structural features of the connection matrix n -th network consisting of binary (0,1) or arbitrary elements including normalized a_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, n$. Using the connection matrix and methods of stochastic approximation provided by the network model and estimation algorithm's j -th flow for the i first node. The recommendations on the use of the Kalman-Bucy filter.

Общепринятой характеристикой сетевой надежности является матрица связности. Простейшей частной моделью связности является так называемая бинарная матрица, элементами которой являются величины 1 или 0. При этом с помощью такой матрицы фиксируется сам факт наличия или отсутствия связи между соответствующими узлами.

Другой распространенной также информативной характеристикой для n -узеловой сети без петель является матрица связности, представимая в виде [1,2]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13\dots} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & a_{23\dots} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3\dots} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Компоненты матрицы A характеризуют степень связности между i и j вершинами (узлами сети). Часто в роли компонент a_{ij} используют нормированные значения в пределах от 0 до 1, которые характеризуют относительный уровень связности. Часто точные значения элементов матрицы (1) не известны. В условиях такой априорной неопределенности a_{ij} представляют собой случайные величины, интерпретируемые как вероятности связности между i и j узлами:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & P_{13\dots} & P_{1n} \\ P_{21} & 0 & P_{23\dots} & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3\dots} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

В матрице (2) нормировка может касаться значений P_{ij} в каждой из строк: $\sum_i P_{ij} = 1$. Вместе с тем, нормировка возможна также по отношению к вероятности максимальной связи $P_{ij} = \max$ в матрице. При этом, очевидно, возможен случай, когда для i -й строки $\sum_i P_{ij} \leq 1$.

При подаче на n -входы сети вектора потоков x_i , $i = \overline{1, n}$ на выходах данной сети с узлами матриц (1) и (2) получаем:

$$z = Ax. \quad (3)$$

Очевидно, в таком представлении (3) предполагается, что поток $x = x_0$, так же как и $z = z_0$ являются постоянными, неизменными во времени. Такая модель для телекоммуникационных систем

имеет ограниченное практическое применение, поскольку в реальности интенсивность потоков $x(t)$ постоянно меняется во времени. Таким образом, более адекватной является дифференциальная модель состояния:

$$dx(t)/dt = Ax(t), \quad x^t = (x_1, x_2, \dots, x_j). \quad (4)$$

Уравнение состояния (4) определяется для каждого из i уравнений сети. В развернутом виде уравнение (4) имеет вид:

$$dx_i(t)/dt = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), \quad (5)$$

где разница $\Delta x_{ij} = (x_i(t) - x_j(t))$ имеет смысл невязки между данным и смежным узлами и характеризует меру рассогласования между состояниями соседних узлов. Структура логических связей между i -ми и j -ми узлами представлена на рис.1.

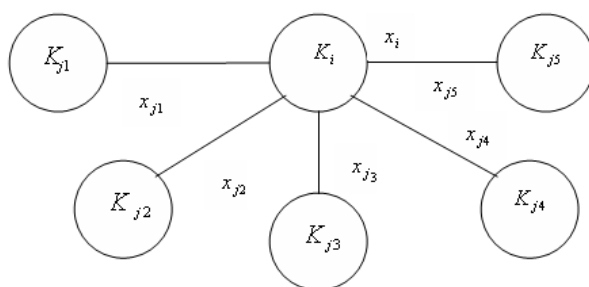


Рис.1. Структура логических связей i -го узла с 5-ю j -и узлами

Предметом рассогласования могут быть предельные значения потоков, сопоставление временных меток, уровень оставшихся ресурсов. Наличие изменений невязки могут также характеризовать нарушение режимов сети, потерю ее надежности.

Конечно-разностный аналог дифференциальной модели (5) с постоянными коэффициентами a_{ij} имеет вид:

$$x_i(k+1) = x_i(k) - \varepsilon \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(k) - x_j(k)), \quad j, i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где k - дискретное время, $\varepsilon > 0$ – шаговая постоянная разностной системы, определяет устойчивость и скорость сходимости процедуры (6) к установившемуся состоянию после каждого выброса входящего потока. В развернутом виде уравнение (6) представлено выражением (7):

$$\begin{cases} x_{i_1}(k+1) = x_{i_1}(k) - \varepsilon_{i_1} [a_{i_1 1} (x_{i_1} - x_{j_1}) + a_{i_1 2} (x_{i_2} - x_{j_2}) + \dots + a_{i_1 n} (x_{i_n} - x_{j_n})]; \\ x_{i_2}(k+1) = x_{i_2}(k) - \varepsilon_{i_2} [a_{i_2 1} (x_{i_1} - x_{j_1}) + a_{i_2 2} (x_{i_2} - x_{j_2}) + \dots + a_{i_2 n} (x_{i_n} - x_{j_n})]; \\ \vdots \\ x_{i_n}(k+1) = x_{i_n}(k) - \varepsilon_{i_n} [a_{i_n 1} (x_{i_1} - x_{j_1}) + a_{i_n 2} (x_{i_2} - x_{j_2}) + \dots + a_{i_n n} (x_{i_n} - x_{j_n})]. \end{cases} \quad (7)$$

Функциональная схема взаимодействия между 2-я узлами представлена на рис. 2.

В матричной форме система уравнений (6):

$$x(k+1) = Px(k), \quad (8)$$

где $P = 1 - \varepsilon L$, L - лапласовая матрица модели [2, 4].

При достаточно малом значении шаговой постоянной $\varepsilon \ll 1$ матрица P имеет строчно-стохастический характер в том смысле, что:

$$\sum_i a_{ij} \leq 1.$$

Структура уравнений (6), (7) совпадает со структурой уравнений стохастической аппроксимации, что позволяет считать получаемые в соответствии с (6) и (7) значения $x_i(k+1)$ соответствующими оценками состояний $x_i(k)$. Значения данных оценок можно интерпретировать как величину суммарного потока через узел i .

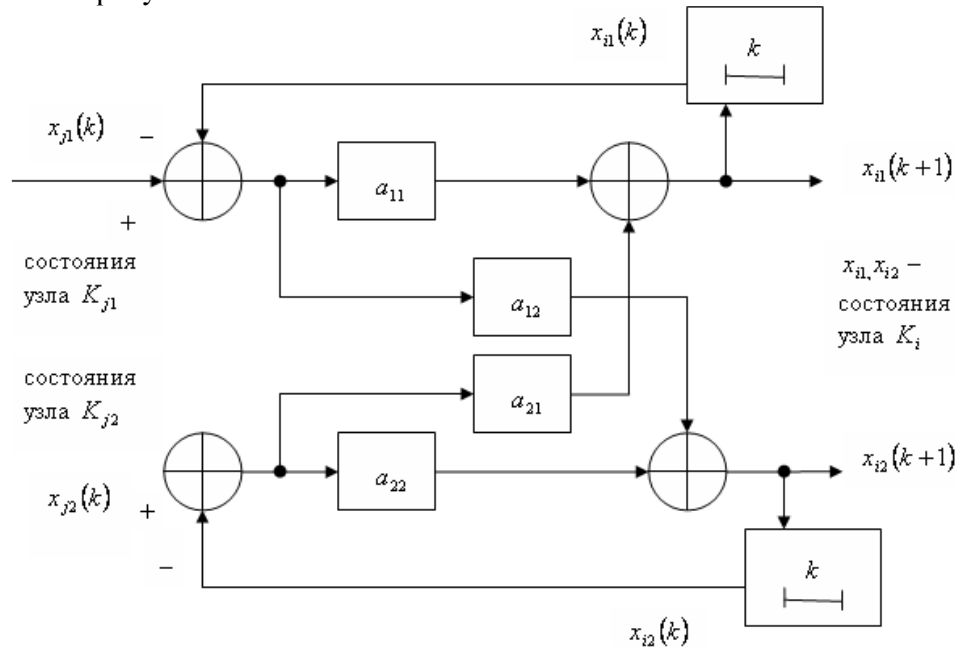


Рис. 2. Функциональная схема взаимодействия состояний между узлами K_i и K_{j1} и K_{j2}

Известно, что процедура стохастической аппроксимации медленно сходится при $\varepsilon \ll 1$. Причиной этому является её ориентация на оценку случайных величин или медленно изменяющихся процессов. В условиях высокой динамики изменений $x_i(t)$, $x_j(t)$ процедуры (5), (6) могут оказаться не эффективными. В этом случае необходимо данные процедуры заменить на процедуры фильтров Калмана-Бьюси (ФКБ), являющиеся оптимальными при оценке параметров случайных процессов [3, 5, 6].

Возможно и ещё более общее представление, когда элементами матрицы связности являются не случайные величины, а случайные процессы $a_{ij}(t) = P_{ij}(t)$. В такой сетевой структуре имеется возможность элементов связности изменять в реальном масштабе времени. Модель связности с элементами $a_{ij}(t)$ позволяет учитывать особенности управлений в сети, совершаемых в узловых элементах (маршрутизаторах, шлюзах), а также изменения условий передачи информации в линиях связи, например беспроводных.

Литература:

1. Ren W., Beard R.W. Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control, Springer. – London : Verlag, 2008. – 60 p.
2. Agaev R.P., Chebotarev D.Y. Wide digraphs with ring structure are essentially cyclic // Advances in Applied Mathematics. – 2010. – Vol.45. – P. 232-251.
3. Blanke H., Kinnaert M., Lunze I., Staroswiecki M. Diagnosis and Fault Tolerant Control. - Springer-Verlag, 2003. – 672 p.
4. Сваниш М., Тхуласирман К. Графы, сети и алгоритмы – М.: Мир, 1984 – 454 с.
5. Popovsij V., Barkalov A., Titarenko L. Control and Adaptation in Telecommunication System. - Springer – Verlag, 2011. – 176 p.
6. Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю. Математические модели телекоммуникационных систем. Часть 1. Математические модели функциональных свойств телекоммуникационных систем [Электронный ресурс] // Проблемы телекоммуникаций. – 2011. – № 2 (4). – С. 3 – 41. – Режим доступа : http://pt.journal.kh.ua/2011/2/1/112_popovsky_functional.pdf.