

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА  
МЕТЕОРНЫХ ТЕЛ ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

Для решения многих задач метеорной астрономии, исследования космического пространства важно иметь достоверные оценки параметров потока метеорных тел вблизи орбиты Земли. Задачи метеорной астрономии характерны тем, что в связи с труднодоступностью исследуемого объекта (метеорного комплекса вблизи орбиты Земли) для прямого изучения о его структуре и свойствах судят по их косвенным проявлениям (численность зарегистрированных метеоров, амплитуда отраженных сигналов и т.п.), т.е. о причинах, вызывающих те или иные особенности наблюдаемых явлений, судят по их следствиям. Такие задачи называются обратными.

Прямая задача измерений описывается отображением;

$$\phi : X \rightarrow X_B, \quad (1)$$

связывающим вероятностное пространство характеристик изучаемого объекта  $X$  с измеряемым полем  $X_B$ .

Задача интерпретации результатов косвенных измерений относится к классу некорректно поставленных (по Адамару) задач и сводится к решению уравнения, обратного (1):

$$X = \phi^{-1}X_B. \quad (2)$$

Проблема состоит в том, чтобы при неточно заданной правой части (на практике поле  $x_B$  всегда измеряется с некоторой погрешностью) найти компакт, в котором следует искать решение, то есть перейти к классу условно-корректных задач (по Тихонову). Для этого применяются различные методы: подбора, регуляризации, квазирешений и др. [1, 2]. Выбор того или иного метода решения обратной задачи определяется как объемом и информационной содержательностью экспериментальных данных, так и формой задания модели вероятностного пространства объектов. В метеорной астрономии областью определения модели является сфера. В работах по метеорной астрономии рассматриваются различные модели распределения параметров метеорного потока на сфере.

В [3, 4] Р.Г. Лазаревым предложена экспоненциально-эллиптическая модель распределения плотности гелиоцентрических радиантов:

$$W(\lambda', \beta') = W_0 \exp(-k\beta'^2)(1 + e \cos(\lambda' - \lambda_a))^{-1}. \quad (3)$$

Здесь  $\lambda_a$  — долгота апекса,  $W_0, k$  и  $e$  — параметры распределения, определяемые из экспериментальных данных. Рассматривались также следующие модельные распределения гелиоцентрических радиантов: равномерное по сфере, равномерное вдоль эклиптики, эллиптическое по сфере, эллиптическое вдоль эклиптики [5]. В работе [6] критически

анализируется возможность построения непрерывной модели распределения плотности гелиоцентрических радиантов спорадических метеорных тел и делается вывод о несостоятельности предлагаемых моделей экспоненциально-эллиптического типа (3). Принципиальный недостаток этих моделей состоит в том, что при их построении не учитываются распределения гелиоцентрических скоростей метеоров  $V_h$  и их зависимость от координат радиантов метеорных тел.

Распределения плотности радиантов радиолокационных метеоров, полученные методом азимутальных наблюдений численности, рассмотрены в [7]. Авторами была осуществлена аппроксимация наблюдаемой плотности в системе координат  $E, \psi$  ( $E$  — элонгация видимого радианта от апекса,  $\psi$  — угол между плоскостью эклиптики и полуплоскостью, проходящей через апекс и антиапекс.).

Анализ результатов и методов обработки радиолокационных наблюдений показывает, что отдельно взятые наблюдения индивидуальных метеоров или статистические наблюдения численности в одном или нескольких азимутах не дают возможности найти все распределения метеорных тел, порождающих эти метеоры. Из опубликованных и имеющихся в Харьковском институте радиоэлектроники результатов наблюдений индивидуальных радиолокационных метеоров нельзя в рамках традиционных методов обработки (например, весового [8]) получить распределения радиантов для больших углов элонгации (антиапекс). Попытка обойти эту особенность экспериментального материала предпринята в работе [9] путем привлечения результатов фотографических измерений и экстраполяции их в область малых скоростей метеорных тел. Использование данной модели при имитационном моделировании (аналогично [10]) дает почти равные максимумы численности в антисолнечной, апексной и солнечной точках, что не соответствует экспериментальным данным.

Итак, проблема аппроксимации истинных распределений параметров метеоров по небесной сфере достаточно простой и в то же время точной моделью не решена. Трудно подобрать непрерывную модель, так как порядок аппроксимируемых величин сильно меняется при изменении координат по небесной сфере. В этом случае полезно воспользоваться аппаратом сферического гармонического анализа.

Известно [11], что любую дважды дифференцируемую действительную функцию  $r(\theta, \lambda)$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \lambda \leq 2\pi$ ),  $r(\theta, \lambda + 2\pi) = r(\theta, \lambda)$ , определяемую на поверхности сферы, можно разложить в абсолютно и равномерно сходящийся ряд

$$r(\zeta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [\bar{a}_{nm} \bar{X}_{nm}(\zeta, \lambda) + \bar{b}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\zeta, \lambda)], \quad (4)$$

$\zeta = \cos \theta$

Если  $r(\zeta, \lambda) \in L_2$  (сфера), то есть является интегрируемой (в смысле Лебега) на сфере, ряд (4) сходится в среднем. Ограничиваясь конечным числом членов ряда, имеем

$$r_N(\zeta, \lambda) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [\bar{a}_{nm} \bar{X}_{nm}(\zeta, \lambda) + \bar{b}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\zeta, \lambda)]; \quad (5)$$

(5) есть проекция на линейное пространство, определённое конечным множеством сферических гармоник порядка  $N$ , обладающая свойством минимального среднеквадратического отклонения от  $r(\zeta, \lambda)$ , если коэффициенты  $\bar{a}_{nm}$  и  $\bar{b}_{nm}$  определяются соотношениями

$$\bar{a}_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\zeta \int_0^{2\pi} r(\zeta, \lambda) \bar{X}_{nm}(\zeta, \lambda) d\lambda, \quad (6)$$

$$\bar{b}_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\zeta \int_0^{2\pi} r(\zeta, \lambda) \bar{Y}_{nm}(\zeta, \lambda) d\lambda. \quad (7)$$

Переход от ряда (4) к усечённому (5) соответствует пропуску функции  $r(\zeta, \lambda)$  через фильтр нижних частот, а выбор максимального порядка  $N$  сферических гармоник равносильно определению константы регуляризации при решении некорректно поставленных обратных задач.

Функции  $\bar{X}_{nm}$  и  $\bar{Y}_{nm}$  определяются соотношениями

$$\bar{x}_{nm}(\zeta, \lambda) = \sqrt{2\varepsilon_m} \bar{P}_{nm}(\zeta) \cos m\lambda, \quad m = \overline{0, n},$$

$$\bar{y}_{nm}(\zeta, \lambda) = 2\bar{P}_{nm}(\zeta) \sin m\lambda; \quad m = \overline{1, n},$$

$$n = \overline{0, N}, \quad \varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_m = 2, \quad m > 0.$$

В свою очередь

$$\bar{P}_{nm}(\zeta) = P_{nm}(\zeta) \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{2(n+m)!}},$$

где  $P_{nm}(\zeta)$  — присоединённые функции Лежандра первого рода.

Чтобы воспользоваться формулами (5)–(7) для аппроксимации зависимостей на сфере, необходимо перейти к регулярной сетке, привязать результаты измерений к её узлам, заменить в (6), (7) интегралы суммами и оценить коэффициенты разложения (5). В работах [12, 13] приведен сравнительный анализ методов решения аналогичных задач, возникающих при построении модели геопотенциала и представлении геометрической фигуры Луны. Отмечено, что при условии выбора подходящего множества пробных точек (узлов сетки) решение задачи существенно упрощается, если воспользоваться аппаратом выборочных (пробных) функций [14, 15].

Пусть  $S(D)$  есть  $M$  — размерное подпространство Гильбертова пространства  $H(D)$  и  $f_1, f_2, \dots, f_M$  — ортогональный базис в  $S$ . Тогда любую функцию  $F \in S$  можно представить в виде линейной комбинации  $f_1, f_2, \dots, f_M$ .

Предположим, что имеется другое множество функций  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M \in S$ , связанных с множеством  $f_1, f_2, \dots, f_M$  с помощью обобщенного ряда Фурье. Тогда  $\{\varphi\}$  также является базисом в  $S$ , однако в общем случае не ортогональным.

Предположим теперь, что  $Q(x_1, x_2, \dots, x_n)$  — точка в  $D$ . Из множества функций  $\varphi_k \in S, k = \overline{1, M}$  выберем такие, что для множества  $M$  точек  $Q_j \in D, j = \overline{1, M}$  выполнится равенство

$$\varphi_k(Q_j) = \delta_{kj}, \quad (8)$$

где  $\delta_{kj}$  - символ Кронекера.

Тогда эти функции  $\varphi_k(Q)$  и будут называться выборочными. Они позволяют аппроксимировать любую функцию  $F \in S$

$$\begin{aligned} F(Q) &= \sum_{k=1}^M b_k f_k(Q) = \sum_{k=1}^M b_k \sum_{j=1}^M f_k(Q_j) \varphi_j(Q) = \\ &= \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \{b_k f_k(Q_j)\} \varphi_j(Q), \end{aligned}$$

но

$$\sum_{k=1}^M b_k f_k(Q_j) = F(Q_j).$$

Тогда

$$F(Q) = \sum_{j=1}^M F(Q_j) \varphi_j(Q). \quad (9)$$

Из (9) следует, что, зная значения функции  $F$  в отдельных точках области  $D$ , с помощью выборочных функций  $\varphi_j(Q)$ , определённых на этой области, можно получить оценки функции  $F$  для произвольного значения аргумента внутри  $D$ , т.е. формула (9) решает задачу интерполяции и аппроксимации функции  $F(Q)$ .

Множество  $\varphi_j$  в общем случае не является ортогональным в интегральном смысле, поэтому (9) нельзя рассматривать как наилучшее приближение функции  $F$  по критерию наименьшего среднеквадратического отклонения. Очевидно, что в  $M$ -размерном подпространстве  $M$  условий (8) полностью определяют все выборочные функции  $\varphi_k$ . Поэтому ортогональность их в смысле

$$(\varphi_k, \varphi_j) = \int_D \varphi_k(x) \varphi_j(x) dx = 0, k \neq j$$

может быть достигнута в общем случае только соответствующим выбором пробных точек  $Q_j (j=1, \overline{M}) \in D$  или путём введения весовой функции.

Рассмотрим линейное пространство, определённое множеством  $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_{(N+1)}$  сферических гармоник максимального порядка  $n = N$ . В общем виде задача отыскания выборочных функций, покрывающих это линейное пространство и ортогональных на некотором множестве из  $M = (N+1)^2$  точек, не решена, поскольку возникает вопрос, как разместить точки на сфере, чтобы процедура ортогонализации не привела к вырожденному случаю. Найдём сначала  $M$  функций  $S_1(Q), S_2(Q), \dots, S_M(Q)$ , покрывающих то же самое линейное пространство, что и базис  $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_M$  и обладающих свойством ортогональности на множестве точек  $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$ . То есть

$$(S_i, S_j) = \sum_{k=1}^M S_i(Q_k) S_j(Q_k) = \delta_{ij}. \quad (10)$$

Воспользуемся процедурой ортогонализации Грама-Шмидта [14]:

$$\begin{cases} S_1 = a_1^1 \overline{X}_1, \\ S_2 = a_2^2 \overline{X}_2 + a_2^1 S_1 \\ \dots \\ S_M = a_M^M \overline{X}_M + a_M^{M-1} S_{M-1} + \dots + a_M^1 S_1. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь

$$\alpha_k^j = -\alpha_k^k \frac{(\overline{X}_k, S_j)}{(S_j, S_j)}, \quad k = \overline{1, M}, \quad j = \overline{1, k-1}. \quad (12)$$

Требование  $(S_j, S_j) \neq 0$  накладывает жёсткие условия на распределение выборочных точек  $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$  в  $D = \sigma$  (единичная сфера), что ограничивает, как отмечено в [12], практическое использование аппарата выборочных функций.

Предположим, что распределение выборочных точек задано и  $(S_j, S_j) \neq 0$ . Выборочные функции на сфере  $W_1, W_2, \dots, W_M$  должны удовлетворять условию (8), откуда с учётом (10) получаем

$$\begin{cases} W_k(Q) = \sum_{j=1}^M S_j(Q_k) S_j(Q) \\ S_k(Q) = \sum_{j=1}^M S_k(Q_j) W_j(Q). \end{cases} \quad (13)$$

Полученные с помощью (11)–(13) выборочные функции должны удовлетворять условию ортогональности по крайней мере в  $(N+1)^2$  точках  $(\zeta_k, \lambda_k)$ ,

$$W_k(\zeta_j, \lambda_j) = \delta_{kj},$$

и для этого необходимо, чтобы определитель

$$G = |(W_k, W_j)| \neq 0. \quad (14)$$

Покажем, что условие (14) выполняется. Действительно, по определению выборочной функции

$$\overline{X}_k(\zeta, \lambda) = \sum_{j=1}^M \overline{X}_k(\zeta_j, \lambda_j) W_j(\zeta, \lambda), \quad (15)$$

$$M = (N + 1)^2.$$

Матрица

$$\{\overline{X}_{kj}\} = \{\overline{X}_k(\zeta_j, \lambda_j)\} \quad (16)$$

невырожденная, тогда из (15) следует

$$W_j(\zeta, \lambda) = \sum_{k=1}^M \overline{A}_{jk} \overline{X}_k(\zeta, \lambda), \quad (17)$$

где

$$A = \{\overline{A}_{jk}\} = \{\overline{X}_{kj}\}^{-1}. \quad (18)$$

Тогда

$$\{W_i, W_j\} = \overline{A} \overline{A}^T. \quad (19)$$

Таким образом, (14) выполняется. Справедливо и обратное утверждение: если имеет место условие (14) из (19) следует, что  $|\overline{A}| \neq 0$  и матрица  $\overline{A}^{-1}$  существует.

В работе [14] показано, что для выполнения условия ортогональности в интегральном смысле должно выполняться равенство

$$P_N(\gamma_{jl}) = P_{N+1}(\gamma_{jl}); \quad (20)$$

$$j \neq l, \quad j, l = \overline{1, M},$$

где  $\gamma_{jl}$  косинус углового расстояния между  $j$  и  $l$  выборочными точками на единичной сфере

$$\gamma_{jl} = \zeta_j \zeta_l - \sqrt{1 - \zeta_l^2} \sqrt{1 - \zeta_j^2} \cos(\lambda_l - \lambda_j). \quad (21)$$

Система (20) определяет угловое расстояние между выборочными точками, при котором выборочные функции  $W$  удовлетворяют условию ортогональности (в интегральном смысле) с единичным весом. Однако система (20) не несет информации о расположении этих точек на сфере. Очевидно, что это расположение не может быть произвольным, поскольку накладывается дополнительное условие невырожденности матрицы (16). В [14] сделан вывод о том, что множество  $(N+1)^2$  выборочных точек, при котором выборочные функции ортогональны с единичным весом, не может иметь больше, чем  $N$  различных угловых расстояний между точками. В простейшем случае  $N=1$  имеем 4 точки, расположен-

ные в вершинах тетраэдра. При  $N \geq 2$  расположение точек находится только численным подбором.

Задача размещения данного числа точек на сфере наиболее упорядоченным образом в общем виде не решена. В [16] рассмотрена проблема нахождения  $M(\varphi)$  — наибольшего возможного числа малых кругов с угловым радиусом  $\varphi$ , которые укладываются на поверхности сферы без перекрытия. Это число имеет верхнюю границу, определяемую из выражения

$$M(\varphi) \leq M_b(\varphi) = \frac{2a}{a - \pi/6},$$

$$\sin a = \frac{1}{2} \sec \varphi.$$

С уменьшением  $\varphi$  число  $M$  резко возрастает. При  $\varphi \approx 15^\circ$ ;  $M_b(\varphi) = 60^*$

Для выборочных функций на сфере число точек принципиально равно квадрату целого, то есть  $M = (N+1)^2$ , где  $N$  — максимальный порядок сферических гармоник, которые ещё используют в аппроксимации. Кроме этого, что наиболее важно, матрица (16) не должна быть вырожденной. Как показали расчёты [16], трудно найти распределение точек, симметричное относительно экватора ( $\zeta = 0$ ), которое бы удовлетворяло последнему требованию. В [14] конструируется распределение, основанное на обобщении конфигурации тетраэдра. Для получения сетки, соответствующей сферическим гармоникам порядка  $N$  с минимальной длиной волны  $\pi/N$ , естественно выбрать сетку параллелей, имеющую  $N+1$  круг широты и  $2N+1$  кругов долготы. Таким образом, имеем одну точку в полюсе и  $N$  различных широт, то есть  $\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_N$ . Общее число  $(N+1)^2$  точек получится, если взять одну точку с  $\zeta_0$  (северный полюс), 3 точки с  $\zeta_1$ , 5 точек с  $\zeta_2, \dots, 2N+1$  точку с  $\zeta_N$ . Поэтому это распределение и называют 1-3-5-распределением. На  $k$ -м круге широт  $2k+1$  точки располагаются равномерно с угловым расстоянием  $2\pi/(2k+1)$ . Чтобы избежать накопления точек при  $\lambda = 0$  начало отсчёта долгот смещается на  $180^\circ$  на каждом следующем круге широты.

Таким образом, 1-3-5-распределение задается системой уравнений

$$\zeta_k = (-1)^k \cos \frac{k\pi}{2N+1}, \quad k = \overline{0, N};$$

$$\lambda_{kj} = \frac{2j\pi}{2k+1} + \left( \left\langle \frac{N+1+k}{2} \right\rangle - 2 \left\langle \frac{N+1-k}{4} \right\rangle \right) \pi, \quad (22)$$

$$j = \overline{0, 2k},$$

где  $\langle \cdot \rangle$  — оператор выделения целой части выражения  $(\cdot)$ . Каждая точка имеет координаты  $\zeta_k, \lambda_{kj}$ . Такое распределение является однородным, однако не обеспечивает строго ортогональности выборочных функций в интегральном смысле. Численная проверка до  $N=36$  ( $M=1369$ ) показала несингулярность 1-3-5-распределения [16]. В слу-

чае решения задачи математического описания распределений параметров потока метеорных тел по небесной сфере  $N \ll 36$ , поэтому привязка узлов сетки осуществляется с помощью 1-3-5-распределения.

Как уже отмечалось, выбор  $N$  связан с регуляризацией условно-корректной задачи интерпретации результатов измерений. При этом мы руководствовались следующими соображениями. Для повышения точности математической модели вероятностного пространства  $N$  необходимо выбрать большим, однако с увеличением  $N$  уменьшаются размеры площадок, на которые разбивается сфера, и статистическая обеспеченность выборочных точек измерениями. Это приводит к росту статистической погрешности. Более того, при больших  $N$  неизбежно будут точки на сфере, необеспеченные измерениями.

Для выбора значения  $N$ , оптимального с точки зрения решения обратной задачи косвенных измерений (2) по обучающей выборке построим множество усложняющихся моделей, получающихся при наращивании  $N$ , а затем каждую из них применим к контрольной выборке и остановимся на значении  $N$ , удовлетворяющем условию:

$$\sum_{i=1}^{(N+1)^2} (g_{i0} - g_{ik})^2 \rightarrow \min, \quad (23)$$

где  $g_{i0}$  и  $g_{ik}$  - оценки параметра  $N$  в  $i$ -ой площадке сферы по обучающей и контрольной выборкам соответственно.

Расчёты показали, что при изучении метеоров на комплексе МАРС Харьковского института радиоэлектроники [17] и при объединении 4-5 суток непрерывных наблюдений (23) выполняется, когда  $N=7$  ( $M=64$ ). При этом минимальная длина волны сферической гармоник, которая ещё учитывается при аппроксимации, составляет приблизительно  $27^\circ$ . Такой точности достаточно для решения большинства задач метеорной астрономии.

Алгоритм получения конечного множества выборочных функций, использующий процедуру ортогонализации, применим при любых значениях  $N$ . В случае, когда  $N$  невелико, а выборочные точки заданы 1-3-5 распределением, можно для расчёта использовать более простой метод.

Перейдем от двухиндексного обозначения сферических гармоник  $\{\overline{X}_{nm}, \overline{Y}_{nm}\}$  к множеству  $\{\overline{X}_p\}$ . Это можно сделать по формулам

$$\begin{cases} \overline{X}_{nm} \rightarrow \overline{X}_p, & p = n^2 + 2m - 1, & m = \overline{0, n}, \\ \overline{Y}_{nm} \rightarrow \overline{X}_p, & p = n^2 + 2m, & m = \overline{1, n}, \end{cases}$$

$$n = \overline{0, N}, \quad p = \overline{1, M}.$$

тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_1 = 1 \\ \bar{X}_2 = \sqrt{3}\zeta \\ \bar{X}_3 = \sqrt{3}\sqrt{1-\zeta^2} \sin \lambda \\ \dots\dots\dots \\ \bar{X}_{64} = \frac{3003}{224} \sqrt{\frac{5}{143}} (1-\zeta^2)^{3,5} \cos 7\lambda. \end{array} \right.$$

Множество координат выборочных точек  $(\zeta_k, \lambda_{kj})$ , рассчитанных по формулам (22), отобразим на множество  $(\zeta_q, \lambda_q)$ , где

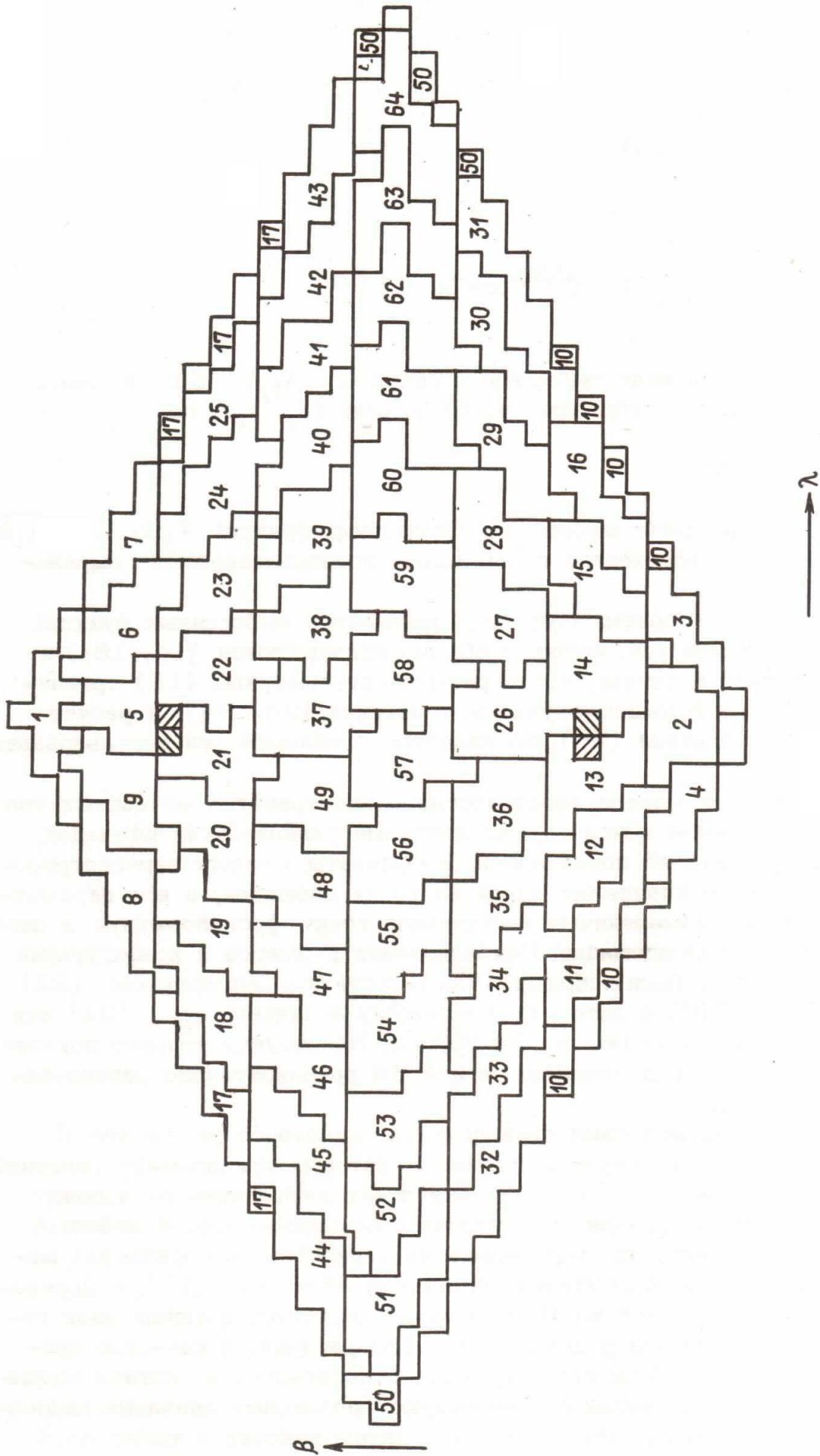
$$q = k^2 + j + 1.$$

Теперь можно найти множество выборочных функций  $W_k(\zeta, \lambda)$ ,  $k = \overline{1, M}$ , ортогональных на множестве точек (22), воспользовавшись выражениями (17, 18).

Описанный алгоритм получения множества выборочных функций значительно проще тех, которые обычно используются [14, 18], но применим только в случае, когда размерность матрицы (16) сравнительно невелика. В нашем случае это матрица  $(64 \times 64)$ , и расчёт матрицы  $A$ , обратной (16), не является проблемой при использовании ЭВМ.

При построении модели вероятностного пространства метеорных тел на сфере выборочные точки служат центрами равновеликих площадок, на которые разбита её поверхность. Координаты каждого зарегистрированного метеора принадлежат одной из таких площадок, а его параметры обеспечивают измерениями выборочную точку, расположенную в центре соответствующей площадки. Для выяснения размеров и конфигурации площадок на сфере были выбраны в соответствии с алгоритмом (22) 900 точек ( $N=29$ ), а затем по максимуму величины  $\gamma_{jl}$  (21) эти 900 точек были разделены на 64 группы. На рисунке условно показана развёртка сферы с выделенными на ней 64 приблизительно равновеликими площадками.

Пусть в результате измерений получено некоторое множество  $\Omega$  значений параметров метеоров, радианты которых принадлежат северной небесной полусфере ( $\beta' > 0$ ), поскольку пункт наблюдения расположен в северном полушарии. Для обеспечения измерениями южной небесной полусферы принимают, что распределение радиантов спорадических метеоров симметрично относительно плоскости эклиптики [10], и переносят значения параметров из  $\Omega$  на южную полусферу, изменяя знак гелиоцентрической широты радианта  $\beta'$ . (На рисунке, в качестве примера, заштрихованы пары симметричных относительно эклиптики площадок из числа 900, которым соответствуют одинаковые значения какого-либо параметра метеорного потока  $\gamma$ ). Затем находят в какую из  $M$  площадок попадает каждый метеор. И если  $M = 64$  ( $N = 7$ ), то, как отмечено выше, совокупность метеоров, принадлежащих  $k$ -ой ( $k = \overline{1, M}$ )



Развертка небесной сферы и нумерация площадок ( $N = 7$ ). Штриховкой показаны пары симметричных относительно эклиптики площадок

площадке, определит оценку некоторого параметра  $y_k$  в выборочной точке, являющейся центром площадки.

Теперь, получив в результате измерений (прямая задача (1)) и интерпретации их результатов (обратная задача (2)) оценки какого-либо параметра метеорного потока, привязанные к  $M$  площадкам (узлам сетки) на сфере  $y(\zeta_k, \lambda_k)$ , можно получить модель распределения соответствующего параметра на сфере

$$y(\zeta, \lambda) = \sum_{k=1}^M y(\zeta_k, \lambda_k) W_k(\zeta, \lambda). \quad (24)$$

Таким образом, на основе математического аппарата выборочных функций можно получить структуру модели вероятностного пространства параметров метеоров вблизи орбиты Земли. Параметры модели (24)  $y(\zeta_k, \lambda_k)$  определяются интерпретацией результатов измерений.

## ABSTRACT

The task of interpretation of indirect measurements results for meteors parameters is formulated as incorrectly posed (according to Adamar), principles of its regularization are substantiated. The existing models of parameters distribution of meteoric bodies flow near the Earth's orbit have been analysed. The structure of probabilistic space model of meteoric bodies determined on the sphere was obtained with the help of sampling functions' software. A simple algorithm of sampling functions calculations is proposed.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вапник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. - М.: Наука, 1979. - 448 с.
2. Тихонов А.Н., Дмитриев В.И., Гласко В.Б. Математические методы в разведке полезных ископаемых. - М.: Знание, 1983. - 64 с.
3. Лазарев Р.Г. Численность спорадических метеорных тел. - Астрон. журнал, 1965, т. 42, № 5, с. 1075-1083.
4. Лазарев Р.Г. О некоторых статистических характеристиках метеорной материи в окрестностях земной орбиты. - Астрон. журнал, 1967, т. 44, № 4, с. 849-859.
5. Назаренко М.К. Статистические характеристики метеорных тел. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук - Томск; Томский гос. университет, 1975. - 17 с.
6. Stohl J. On the problem of continuons model of sporadic meteors radiants. - Acta. F.R.N. Univ. Comen. Astron. et Geophys., 1975, vol. 1, p. 17-25.

7. Дмитриенко Е.В., Путьшев Ю.А. Математическое описание распределений по небесной сфере наблюдаемых, видимых и истинных плотностей радиантов спорадических метеоров. - В кн.: Метеорное распространение радиоволн, вып. 10-11. Казань, Изд-во КГУ, 1975, с. 3-7.
8. Кашеев Б.Л., Лебединец В.Н., Лагутин М.Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли. - М.: Наука, 1967. - 260 с
9. Андреев В.В. Распределение метеорного вещества в окрестностях орбиты Земли. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. - Казань, Казанский гос. университет, 1981. - 15 с.
10. Волошук Ю.И., Кашеев Б.Л. Распределение метеорных тол вблизи орбиты Земли. - М.: Наука, 1981. - 187 с
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1984. - 832 с.
12. Антонов В.А., Холшевников К.В. О математическом представлении геопотенциала в задаче движения ИСЗ. - В кн.: Навигационная привязка и статистическая обработка космической информации. - М.: Наука, 1983, с. 5-22
13. Чуйкова Н.А. Геометрическая фигура Луны, представленная в виде разложения по сферическим и выборочным функциям. - Астрон. журнал, 1975, т. 52, вып. 6, с. 1279-1292.
14. Giacaglia G.E.O., Lundquist C.A. Sampling function for geophysics. - Smithsonian Astrophysical Observatory Special Report, N344, 1972. - 95 p.
15. Лундквист С.А., Джакалия Дж.Е.О. Представление геопотенциала с помощью выборочных функций. - В кн.: Использование искусственных спутников для геодезии. - М.: Мир, 1975, с. 184-192.
16. Coxeter H.S.M. The problem of pacing a number of equal nonoverlapping circles on a sphere. - Trans. New York Acad. Sci., Div. of Math., ser. 2, vol. 24, p. 320-331.
17. Метеорная автоматизированная радиолокационная система. / Б.Л. Кашеев, Ю.И. Волошук, А.А. Ткачук и др. - В кн.: Метеорные исследования: М.: Сов. радио, 1977, № 4, с. 11-61.
18. Короткова Л.Л. Выборочные функции и их использование в геодезии и селенографии. - Геодезия, картография, аэрофотосъемка, 1979, вып. 29, с. 24-31.