

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Автоматики і комп'ютеризованих технологій
(повна назва)

Кафедра Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Розроблення системи автоматизації з заданими частотно-амплітудними
характеристиками для уникнення резонансних явищ
(тема)

Виконала:

здобувачка 2 року навчання,
групи КІТПВМ-24-2

Аміра ОСМАН
(власне ім'я прізвище)

Спеціальності 174 Автоматизація,
комп'ютерно-інтегровані технології та
робототехніка

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми Освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Комп'ютерно-
інтегровані технологічні процеси і
виробництва

(повна назва освітньої програми)

Керівник професор Юрій РОМАШОВ
(посада, власне ім'я прізвище)

Допускається до захисту
Зав. кафедри КІТАР

(підпис)

Ігор НЕВЛЮДОВ
(власне ім'я прізвище)

2025 р.

Я, Осман Аміра Ясирівна, як здобувачка вищої освіти ХНУРЕ, розумію та підтримую політику закладу з академічної доброчесності. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки кваліфікаційної роботи. Я не використовувала штучний інтелект для підготовки кваліфікаційної роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

«06» грудня 2025р.

Аміра ОСМАН

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

Факультет	Автоматики і комп'ютеризованих технологій
Кафедра	Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки
Рівень вищої освіти	другий (магістерський)
Спеціальність	174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка
Тип програми	освітньо-професійна
Освітня програма	Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва

(код і повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри КІТАР _____
(підпис)

«___» _____ 2025р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві _____ Осман Амірі Ясирівні
(прізвище, ім'я, по батькові)

- Тема роботи Розроблення системи автоматизації з заданими частотно-амплітудними характеристиками для уникнення резонансних явищ
затверджена наказом по університету від "10" листопада 2025р. № 1029 Ст.
- Термін подання студентом роботи "12" грудня 2025р.
- Вихідні дані до роботи 3.1 Колісна мобільна платформа;
3.2 Математична модель, рівняння Лагранжа другого роду;
3.3 Лінеаризація диференціальних рівнянь математичної моделі;
3.4 Передаточна функція та частотно-амплітудна характеристика;
3.5 Комп'ютерна система Scilab та середовище моделювання Xcos.
- Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі 4.1 Вступ;
4.2 Вплив механічних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи на точність і надійність бортових систем автоматизації;
4.3 Математичне моделювання вертикальних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи;
4.4 Комп'ютерне моделювання вертикальних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи;
4.5 Заходи з безпеки життєдіяльності для забезпечення безпечних умов праці;
4.6 Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій Демонстраційний матеріал представлений у форматі презентації PowerPoint (*.ppt) – 24 с. формату А4

6. Консультанти розділів роботи (п.6 включається до завдання за наявності консультантів згідно з наказом, зазначеним у п.1)

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	<i>Вплив механічних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи на точність і надійність бортових систем автоматизації</i>	01.09 – 27.09.25	<i>виконано</i>
2	<i>Математичне моделювання вертикальних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи</i>	28.09 – 21.10.25	<i>виконано</i>
3	<i>Комп'ютерне моделювання вертикальних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи</i>	22.10 – 13.11.25	<i>виконано</i>
4	<i>Заходи з безпеки життєдіяльності для забезпечення безпечних умов праці</i>	14.11 – 20.11.25	<i>виконано</i>
5	<i>Оформлення пояснювальної записки</i>	21.11 – 26.11.25	<i>виконано</i>
6	<i>Подання роботи на перевірку Інтернет-системою StrikePlagiarism</i>	27.11 – 30.11.25	<i>виконано</i>
7	<i>Подання роботи на рецензію</i>	01.12 – 05.12.25	<i>виконано</i>
8	<i>Подання роботи на підпис зав. кафедри</i>	06.12 – 10.12.25	<i>виконано</i>
9	<i>Подання кваліфікаційної роботи в ЕК</i>	12.12.25	<i>виконано</i>

Дата видачі завдання 01.09.2025р.

Здобувачка _____ Аміра ОСМАН
(підпис)

Керівник роботи _____ професор Юрій РОМАШОВ
(підпис) (посада, власне ім'я прізвище)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 89 с., 9 табл., 23 рис., 6 дод., 20 джерел.

КОЛІСНА МОБІЛЬНА ПЛАТФОРМА, РЕСОРНА ПІДВІСКА, ВЕРТИКАЛЬНІ КОЛИВАННЯ, БОРТОВІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, КОМП'ЮТЕРНА МОДЕЛЬ, МОДЕЛЮВАННЯ, ВИМІРЮВАННЯ, ЧАСТОТА, ВПЛИВ, ПРОЦЕСИ.

Мета роботи – оцінка впливу резонансних явищ на роботу бортових систем автоматизації колісної мобільної платформи з ресорною підвіскою.

Об'єкт дослідження – процес виникнення та вплив резонансних явищ у підвісці колісної мобільної платформи на роботу бортових систем автоматизації, включаючи сенсорні модулі, виконавчі приводи та контури керування.

Предмет дослідження – колісна мобільна платформа з ресорною підвіскою, яка функціонує в умовах динамічних збурень зовнішнього середовища.

За допомогою рівнянь Лагранжа 2-го роду побудовано два диференціальні рівняння другого порядку, які представляють математичну модель вертикальних коливань на ресорній підвісці колісної мобільної платформи, що рухається по нерівній опорній поверхні. Виконано комп'ютерне моделювання вертикальних коливань на ресорній підвісці колісної мобільної платформи на різних режимах її руху. Показано, що навіть при відносно невисоких амплітудах вертикальних коливань можливі досить високі прискорення, які можуть мати помітний вплив на роботу бортових систем автоматизації.

ABSTRACT

Explanatory note: 89 pp., 9 tab., 23 fig., 6 appendices, 20 sources.

WHEELED MOBILE PLATFORM, SPRING SUSPENSION, VERTICAL VIBRATIONS, ON-BOARD AUTOMATION SYSTEMS, MATHEMATICAL MODEL, COMPUTER MODEL, SIMULATION, MEASUREMENT, FREQUENCY, IMPACT, PROCESSES.

The purpose of the work is to assess the impact of resonance phenomena on the operation of onboard automation systems of a wheeled mobile platform with spring suspension.

The object of study is the process of occurrence and influence of resonance phenomena in the suspension of a wheeled mobile platform on the operation of onboard automation systems, including sensor modules, actuators, and control circuits.

The subject of study is a wheeled mobile platform with a spring suspension that operates in conditions of dynamic disturbances in the external environment.

Using Lagrange equations of the second kind, two second-order differential equations were constructed, which represent a mathematical model of vertical vibrations on the spring suspension of a wheeled mobile platform moving on an uneven supporting surface. Computer modeling of vertical vibrations on the spring suspension of a wheeled mobile platform in different modes of its movement was performed. It is shown that even at relatively low amplitudes of vertical vibrations, quite high accelerations are possible, which can have a noticeable effect on the operation of onboard automation systems.

ЗМІСТ

Перелік скорочень	8
Вступ	9
1 Вплив механічних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи на точність і надійність бортових систем автоматизації	12
1.1 Загальні відомості про колісні мобільні платформи	12
1.2 Особливості ресорної підвіски колісних мобільних платформ	15
1.3 Причини виникнення резонансних коливань	18
1.4 Механізми впливурезонансних коливань	28
1.5 Висновки до першого розділу	32
2 Математичне моделювання вертикальних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи	34
2.1 Розрахункова схема вертикальних коливань	34
2.2 Побудова диференціальних рівнянь математичної моделі вертикальних коливань	37
2.3 Оцінка вертикальних прискорень та їхнього впливу на бортові системи автоматизації	42
2.4 Висновки до другого розділу	48
3 Комп'ютерне моделювання вертикальних коливань вертикальних коливань ресорної підвіски колісної мобільної платформи	50
3.1 Побудова комп'ютерної моделі вертикальних коливань	51
3.2 Вертикальні коливання ресорної підвіски при рівномірному русі	61
3.3 Вплив вертикальних коливань на бортові системи автоматизації	76
3.4 Висновки до третього розділу	79
4 Заходи з безпеки життєдіяльності для забезпечення безпечних умов праці	80
4.1 Аналіз умов праці на робочому місці	80

4.2 Промислова безпека на робочому місці	80
4.3 Виробнича санітарія у приміщенні	81
4.4 Пожежна безпека виробничого приміщення	83
Висновки	85
Перелік джерел посилання	87
Додаток А Автоматизоване форматування графіків при виконанні досліджень вертикальних коливань ресорної підвіскі рухомої колісної мобільної платформи	90
Додаток Б Дослідження вертикальних коливань ресорної підвіскі рухомої колісної мобільної платформи	91
Додаток В Дослідження АЧХ вертикальних коливань ресорної підвіскі рівномірно рухомої колісної мобільної платформи	92
Додаток Г Дослідження прискорень бортових приладів, що закріплені на платформі, в наслідок вертикальних коливань ресорної підвіскі.....	94
Додаток Д Демонстраційний матеріал	95

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

АЧХ – амплітудно-частотна характеристика;

БСА – бортові системи автоматизації;

ВК – вертикальні коливання;

КМ – комп'ютерна модель;

КМП – колісна мобільна платформа;

ММ – математична модель;

ОУ – об'єкт управління;

ПК – персональний комп'ютер;

ПУ – пристрій управління;

РП – ресорна підвіска;

САР – система автоматичного регулювання;

ТЗ – технічне завдання;

ЧАХ – частотно-амплітудна характеристика.

ВСТУП

Автоматизовані технологічні та мехатронні системи, що функціонують наразі, вирізняються динамікою об'єкта керування. Так, присутність пружних елементів і мас-інерційних ланок, запізнень і нелінійностей є базою для утворення власних коливань, які у разі збігу з частотами впливів спроможні переходити в резонанс. Як відомо, резонансні явища призводять до зростання амплітуд коливань або прискореного зношування вузлів, водночас за таких умов погіршуються точність і стабільність керування, а в окремих випадках навіть можуть виникати аварійні режими.

У мобільних робототехнічних системах питання щодо забезпечення стабільності функціонування бортових систем автоматизації (БСА) стає пріоритетним, адже цілком можливий вплив резонансних явищ. Окрім того, вагомості набуває й оцінювання впливу резонансних явищ, на кшталт вертикальних коливань (ВК), які виникають у ресорної підвіски колісних мобільних платформ (КМП) під час руху нерівними поверхнями. Підкреслимо, що послуговування надійною амортизаційною системою впливає не тільки на плавність ходу, але забезпечує й на точність роботи сенсорів та обчислювальних модулів, виконавчих приводів і контурів стабілізації.

Пружно-масова система «корпус – ресора – колесо» вирізняється власними частотами коливань, які, зі свого боку, є залежними від маси платформи, жорсткості ресор і коефіцієнтів демпфування. У разі, коли частота впливів (як-от: нерівності дороги, вібрації двигуна чи коліс) починає наближатися до однієї з власних частот системи, тоді проявляються резонансні коливання, котрі спричиняють суттєве зростання амплітуди вертикальних переміщень корпусу. Зазначені коливання утворюють динамічні імпульсні навантаження як на конструкцію чи корпусні кріплення, так і на комутаційні вузли бортової автоматики.

За таких умов, які наведені вище, оцінювання ВК КМП, а отже, і їхній вплив на БСА стає нагальним етапом під час проектування роботизованих транспортних засобів. Окрім того, забезпечення мінімального рівня вібрацій гарантуватиме підвищення точності та надійності, а відтак і довговічність системи керування, що безпосередньо відповідає за ефективність роботи мобільних платформ у справжніх експлуатаційних умовах.

Мета роботи – оцінка впливу резонансних явищ на роботу бортових систем автоматизації колісної мобільної платформи з ресорною підвіскою.

Об'єкт дослідження – процес виникнення та вплив резонансних явищ у підвісці колісної мобільної платформи на роботу бортових систем автоматизації, включаючи сенсорні модулі, виконавчі приводи та контури керування.

Предмет дослідження – колісна мобільна платформа з ресорною підвіскою, яка функціонує в умовах динамічних збурень зовнішнього середовища.

Наукова новизна роботи визначається встановленням кількісної залежності між параметрами підвіски КМП, амплітудою ВК, а також точністю функціонування БСА. З огляду на це, з'являється можливість обґрунтовано вибирати конструктивні параметри разом із керувальними задля підвищення стабільності руху.

Практичне значення отриманих результатів можуть бути задіяно під час:

- проектування КМП, які зможуть функціонувати у польових і виробничих умовах;
- вибору характеристик підвіски та демпфувальних елементів задля зниження рівня вібрацій;
- покращення алгоритмів стабілізації та навігації, аби підвищити точність керування і надійність функціонування бортової автоматики;
- удосконалення ресурсу механічних і електронних компонентів платформи шляхом зменшення динамічних навантажень.

Для досягнення поставленої мети розв'яжемо такі завдання:

- опрацюємо вимоги технічного завдання;
- вивчимо вплив стану опорної поверхні на рухомі КМП;
- розглянемо моделі підресорювання та ВК КМП;
- проаналізуємо вплив ВК на БСА КМП;
- вивчимо схему обчислення ВК КМП;
- проведемо оцінювання ВК, а також їхній вплив на БСА КМП;
- розглянемо дії, що пов'язані з безпекою життєдіяльності для забезпечення безпечних умов праці.

Робота виконується згідно з [1-3], як складова наукових досліджень, які проводяться на кафедрі КІТАР Харківського національного університету радіоелектроніки, результати досліджень опубліковані у [4-9], до того ж, отримані результати роботи можна віднести до Цілі сталого розвитку 9 «Промисловість, інновації та інфраструктура», а саме п. 9.4 «Сприяти 12 прискореному розвитку високо- та середньо-високотехнологічних секторів переробної промисловості, які формуються на основі використання ланцюгів «освіта – наука – виробництво» та кластерного підходу за напрямками: розвиток інноваційної екосистеми», індикатор 9.4.1.

1 ВПЛИВ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ РЕСОРНОЇ ПІДВІСКИ КОЛІСНОЇ МОБІЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ НА ТОЧНІСТЬ І НАДІЙНІСТЬ БОРТОВИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ

1.1 Загальні відомості про колісні мобільні платформи

КМП насамперед мають відношення до класу наземних колісних роботизованих систем, які розроблені для переміщення в просторі задля транспортування вантажів, втілення оглядових, навігаційних чи технологічних операцій. Окрім того, їм властиве автономне чи дистанційне керування.

Значної популярності вони набули у напрямку промислової та складської логістики, у військовій та спеціальній техніці, аграрних роботизованих комплексах і, певна річ, у рятувальних і пошукових системах. Пріоритетною вимогою до таких платформ визначено реалізація стійкого та керованого переміщення, з урахуванням різних умов експлуатації, зокрема, йдеться про нерівні поверхні чи низьку опороздатність ґрунту, присутність вібраційних і ударних впливів.

Як правило, конструкція КМП складається з:

- силової рами, котра забезпечує структурну жорсткість;
- колісного рушійного модуля, що перетворює обертальний рух двигуна на переміщення;
- підвіски, котра амортизує вібрації та удари;
- системи приводу коліс, зокрема двигунів, редукторів, диференціалів або незалежних колісних мотор-колеса;
- бортової системи електроживлення, котра, зі свого боку, може бути як акумуляторною, так і дизельно-генераторною чи гібридною;
- БСА, що відповідають за навігацію, стабілізацію та керування.

Особливість роботизованих мобільних платформ визначається устаткуванням розподіленої системи керування. Їй властивий динамічний

контур зі зворотним зв'язком, який утворюється шляхом взаємодії інформаційних, силових і виконавчих підсистем. Таким чином, зміна стану механічної частини, зокрема і коливань, цілком впливає на функціонування електронних систем і навпаки.

Власне класифікацію КМП проводять за схемою приводу, як це наведено у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Класифікація КМП за схемою приводу

Тип схеми	Позначення	Опис
Привід на одну вісь	4×2	Прості керовані платформи, обмежена прохідність
Повний привід	4×4	Підвищена прохідність, рівномірний розподіл зусиль
Диференційно-обертові (skid-steer)	4WD без рульового механізму	Маневреність завдяки різниці швидкостей коліс
Платформи з незалежним приводом кожного колеса	i-Wheel Drive	Точне керування вектором тяги, можливість адаптивної стабілізації

Для мобільної робототехніки переважно використовують платформи 4×4 або i-WD, адже вони забезпечують надійну тягу на нерівних поверхнях, а також демонструють стійкість до прослизання.

Утім відмінність мобільної платформи від звичайного автомобіля пояснюється значно вищими вимогами до стабільності роботи БСА. Так, для традиційних транспортних засобів система комфорту людини (сидіння, засоби керування) компенсує частину вібрацій. Однак у КМП усе навантаження перерозподіляється на електронні та сенсорні блоки.

Найчастіше до таких платформ висувають певні вимоги:

- стійкість і плавність руху;
- точність керування та позиціонування;

- адаптивність до нерівних поверхонь;
- безвідмовність роботи у разі тривалого режиму.

Зазначені характеристики насамперед залежать від ефективності роботи підвіски, на яку спрямовано функцію демпфування механічних коливань.

Тож підвіска для роботизованих мобільних платформ може реалізувати як механічну, так й інформаційно-захисну функції. Більш детально це продемонстровано у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Характеристики роботи підвіски

Функція підвіски	Сутність	Вплив на автоматизацію
Амортизація ударів	Зменшення прискорень корпусу	Зниження шуму в ІМУ та навігаційних датчиках
Забезпечення контакту колеса з поверхнею	Максимізація тяги	Стабільність приводу та траєкторії руху
Розподіл навантаження	Балансування маси	Запобігання кренам та зривам в управлінні
Ізоляція електроніки	Обмеження передавання високочастотних коливань	Збільшення ресурсу компонентів

Загалом БСА устаканована:

- датчиками стану руху (інерціальними вимірювальними модулями, енкодерами, GPS/RTK);
- датчиками середовища (LiDAR, стереокамерами, радарам);
- системою виконавчих приводів із контролерами струму та положення;
- комунікаційною мережею (CAN, I²C, Ethernet);
- мікроконтролером або одноплатним комп'ютером (STM32, Jetson, Raspberry Pi тощо).

Оскільки механічні коливання підвіски чинять вплив на інформаційний контур, то вібрації стають рушійною силою як для умов комфорту, так і для керованості разом із точністю.

1.2 Особливості ресорної підвіски колісних мобільних платформ

Ресорна підвіска, приклад якої продемонстровано на рисунку 1.1 стає важливим функціональним вузлом КМП, адже реалізує динамічний зв'язок між колесами та силовою рамою. Головне її призначення міститься у зменшенні дії ударних і вібраційних навантажень, поява яких спровокована переміщенням нерівними поверхнями, на конструкцію чи елементи БСА.

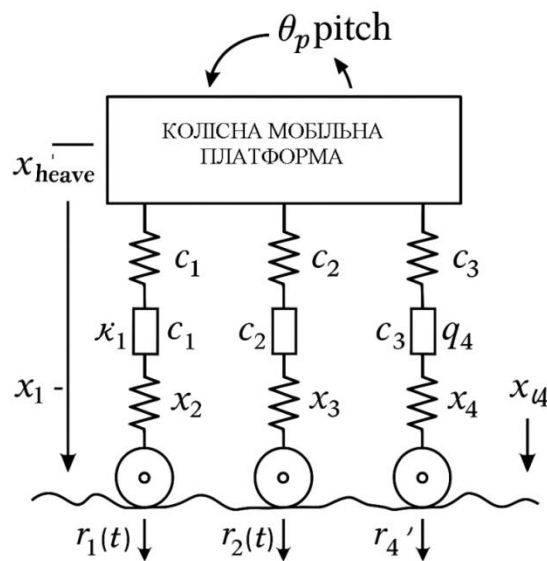


Рисунок 1.1 – Схематична модель РП КМП у вигляді системи «маса – пружина – демпфер»

Зазвичай ресорна підвіска устаткована еластичними (пружними) елементами та демпфувальними пристроями, приклади яких наведено на рисунку 1.1. Зі свого боку вони повинні забезпечувати:

- зменшення ударних навантажень під час руху;
- фільтрацію високочастотних коливань;
- зупинення передавання вібрації на корпус і елементи автоматики.

Підкреслимо, що система підвіски насамперед є системою коливальною, до того ж, другого порядку із власними частотами та коефіцієнтом демпфування. Тож за умов недостатнього демпфування чи неправильному

підборі жорсткості ресор цілком ймовірна поява резонансу. Відтак можуть проявлятися певні наслідки.

Різко зростає амплітуда коливань навіть під час незначних зовнішніх чинників.

Підвіска типу «ресора – амортизатор» реалізує дві ключові функції разом:

– пружну (еластичну), де ресора зберігає й повертає енергію деформації, а також дозволяє колесам відхилятися відносно корпусу.

– демпфувальну, де амортизатор розсіює частину енергії, водночас перешкоджає надмірним коливанням, а, отже, забезпечує згасання руху.

Загалом пружно-демпфувальний комплекс можна відтворити як динамічну систему другого порядку:

$$F(t) = m\ddot{x} + c\dot{x} + kx, \quad (1.1)$$

де $F(t)$ – зовнішній чинник (нерівність дороги, вібрація двигуна тощо);

m – приведена маса платформи;

k – жорсткість ресорного елемента;

c – коефіцієнт демпфування амортизатора.

Параметри, що характеризують поведінку підвіски, зведено у таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Параметри, що характеризують поведінку підвіски

Параметр	Фізичний зміст	Вплив на систему
жорсткість пружини (k)	визначає, наскільки легко платформа відхиляється під час навантаження	збільшення k – менші прогини, проте вищою стає передача вібрацій на корпус
маса (m)	спрямований на масу корпусу, обладнання і механізмів	збільшення m – зменшення частоти власних коливань
демпфування (c)	окреслює здатність розсіювати енергію коливань	недостатнє c – резонанс; надмірне c – «жорсткий» рух

Зауважимо, що резонанс виникає власне тоді, коли частота зовнішнього чинника ω наближається до власної частоти коливань підвіски ω_0 :

$$\omega \approx \omega_0, \quad (1.2)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (1.3)$$

Утім співпадіння (1.2) спричиняє різке зростання амплітуди вертикальних переміщень корпусу, проте це стає критичним для БСА.

Розглянемо типові наслідки резонансних режимів:

- вірогідність втрати жорсткості конструкції через підвищене навантаження на раму і кріплення;
- збільшення похибок стабілізації у зв'язку з погіршенням точності показань ІМУ, енкодерів або гіроскопів;
- утворення мікротріщин або розривів контактів через навантаження на роз'єми та пайки;
- виникнення реверсивних коливань приводів, стрибкоподібних коригувальних дій у зв'язку із розгойдуванням контурів регулювання;
- зменшення ресурсу підшипників і колісних вузлів.

Власне причини виникнення резонансних коливань на практиці подано у таблиці 1.4.

Таблиця 1.4 – Причини виникнення резонансних коливань

Джерело	Тип впливу	Приклад
нерівності рельєфу	квазірегулярні імпульсні навантаження	грунт, бруківка, щебінь
вібрації приводу	гармонічні періодичні впливи	двигун постійного струму з редуктором
асиметрія мас	зміщення центру ваги	обладнання встановлене несиметрично
зношення підвіски	зменшення демпфування	слабкий або зношений амортизатор

1.3 Причини виникнення резонансних коливань

Як правило, утворення резонансних коливань у підвісці КМП викликано збігом або близькістю частоти впливу до власних частот коливальної системи «корпус – ресора – амортизатор – колесо». Загалом джерела впливів можна розподілити на кінематичні (основний вплив від дороги), силові (гармоніки приводу), а також параметричні (часова зміна параметрів системи).

1.3.1 Кінематичний вплив від дорожнього рельєфу

Підкреслимо, що підвіска зазнає впливу від переміщення опори $x_g(t)$ (рельєф дороги). Якщо розглядати переміщення відносно $y(t) = x(t) - x_g(t)$, то можемо відтворити таке рівняння:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{x}_g(t). \quad (1.4)$$

Якщо ж рельєф схожий на синусоїдальну дорогу з висотою h , довжиною хвилі λ за умови швидкості руху v , то отримуємо:

$$x_g(t) = h \sin\left(\frac{2\pi v}{\lambda} t\right), \quad (1.5)$$

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}. \quad (1.6)$$

Звернемо увагу і на умову резонансу за базовим впливом:

$$\omega \approx \omega_n, \quad (1.7)$$

де ω_n – власна частота системи.

Відтак визначимо критичну швидкість:

$$v_{\text{res}} \approx \frac{\omega_n}{2\pi} \lambda. \quad (1.8)$$

Отже, на практиці можна отримати такий наслідок: ймовірність потрапляння платформи «у резонанс» виникає на певних швидкостях у разі пересування типовими нерівностями, як-от хвилястим ґрунтом або бруківкою.

Передавальний (трансмівний) механізм переміщення для базового впливу:

$$T_x(r, \zeta) = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}, \quad (1.9)$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad (1.10)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (1.11)$$

Підкреслимо, що максимум T_x досягається поряд із $r \approx \sqrt{1-2\zeta^2}$ (для $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$). Утім недостатнє демпфування ($\zeta < 0,15$) різко підвищує пік.

1.3.2 Силіві впливи від приводів і коліс

На противагу впливу основному, зокрема від дорожнього рельєфу, власне силіві впливи утворюються через динамічне функціонування приводів, передач, а також обертових елементів. Як правило, їм властива гармонічна, періодична чи квазідетермінована природа. До того ж, вони часто розташовані у частотних діапазонах, які, зі свого боку, можуть збігатися з власними частотами підвіски та корпусу. За таких обставин цілком реальне утворення резонансного підсилення коливань.

Так, основними джерелами силових впливів визначимо:

– дисбаланс обертових частин;

- електромеханічні вібрації двигуна;
- ефект зчеплення і ковзання (stick-slip);
- обертання колісного модуля;
- робота редуктора або зубчастої передачі.

Виведемо частоту основної гармоніки кутової швидкості для електродвигуна:

$$f_{\text{eng}} = \frac{\text{RPM}}{60}, \quad (1.12)$$

де RPM – оберти вала.

Якщо ж двигун устатковано редуктором із передаточним числом i , то частота збудження на виході дорівнюватиме:

$$f_{\text{eng}} = \frac{\text{RPM}}{60i}. \quad (1.13)$$

Однак має місце й умова небезпеки резонансу:

$$2\pi f_{\text{out}} \approx \omega_n, \quad (1.14)$$

де ω_n – власна частота підвіски.

Якщо ж підвіска набуває власну частоту 1,2 Гц ($\approx 7,5$ рад/с), то привід не повинен довго функціонувати на частотах 1,0 – 1,4 Гц, оскільки це критичні режими.

Вібрації зубчастої передачі (gear mesh frequency), із числом зубців z :

$$f_{\text{mesh}} = z \cdot f_{\text{eng}}. \quad (1.15)$$

Зазначена частота діє переважно у діапазоні 80 – 600 Гц, проте це не співпадає з основною частотою підвіски, водночас може існувати у

високочастотних власних коливаннях корпусу чи кріплень електроніки (на кшталт плат, LiDAR, IMU на тонких кронштейнах).

За умови, що центр маси колеса зміщено відносно осі обертання на величину r , а дисбаланс набуває значення m_u , сила вібрації F_u може дорівнювати:

$$F_u = m_u r \omega^2, \quad (1.16)$$

де ω – кутова швидкість колеса.

Якщо ж $\text{RPM} > 300$, то навіть незначний дисбаланс (10 – 20 г·мм) спроможний генерувати вібрації у діапазоні власних частот підвіски.

Утім особливо критичним це може бути для платформ 4×4 із жорсткими покриттями (low compliance tires).

Під час взаємодії колеса з поверхнею система «колесо – шина – ґрунт», зі свого боку, має власну частоту невіднесеної маси:

$$\omega_{\text{wheel}} = \sqrt{\frac{k_{\text{tire}}}{m_u}}, \quad (1.17)$$

де k_{tire} – еквівалентна жорсткість шини.

Типовий діапазон $f_{\text{wheel}}=8\dots15$ Гц. Якщо $\omega_{\text{wheel}} \approx \omega_n$, то утворюється комбінований резонанс, тобто платформа «стрибає» на опорній поверхні.

Явище Stick-Slip (ефект «схоплення/ковзання») проявляється тоді, коли $F_{\text{static}} > F_{\text{dynamic}}$, тобто сила тертя за умови зупиненого колеса є більшою, ніж під час ковзання.

Однак у повільних режимах або ж з огляду на різну вологість ґрунту Stick-Slip генерує низькочастотні коливання 0,5 – 3 Гц, які з легкістю входять у резонанс із підвіскою.

У таблиці 1.6 зведено сумарний спектр впливу.

Таблиця 1.6 – Сумарний спектр впливу

Джерело впливу	Основна частота	Можливість резонансу
оберт двигуна	5 – 40 Гц	висока
зубчаста передача	80 – 600 Гц	для корпусів, кронштейнів, плат
дисбаланс колеса	пропорційна RPM	висока для підвіски
Wheel-Hop коливання	8 – 15 Гц	дуже висока
Stick-Slip	0,5 – 3 Гц	максимальна

Впливи силові, що утворюються від приводів і коліс стають не менш вагомим джерелом резонансних коливань, ніж нерівності дороги. Проте найбільш небезпечними вважаються як низько- та середньочастотні гармонічні коливання, так і дисбаланс чи режими Wheel-hop, які спроможні підсилювати амплітуду вертикальних переміщень корпусу і водночас формувати впливи в сигналах IMU і приводах.

1.3.3 Модальні форми коливань

Корпус КМП, який устатковано на підвіску, характеризують як просторову (багатомасову) коливальну систему із кількома власними модами коливань. Підкреслимо, що є три пріоритетні моди для бортових систем автоматизації, відображені на рисунку 1.2:

- вертикальна мода (Heave) – поступальний рух корпусу вгору/вниз;
- кутова мода тангажу (Pitch) – обертання корпусу навколо поперечної осі;
- кутова мода крену (Roll) – обертання корпусу навколо поздовжньої осі.

Кожна з окреслених мод характеризується власною частотою, амплітудою, а також ступенем впливу на контури вимірювальні та керувальні.

Якщо ж джерелу впливу властиві спектральні компоненти, що близькі до будь-якої з мод, то формується або резонанс відповідного типу або резонанс купчастий через слабкий зв'язок між осями.

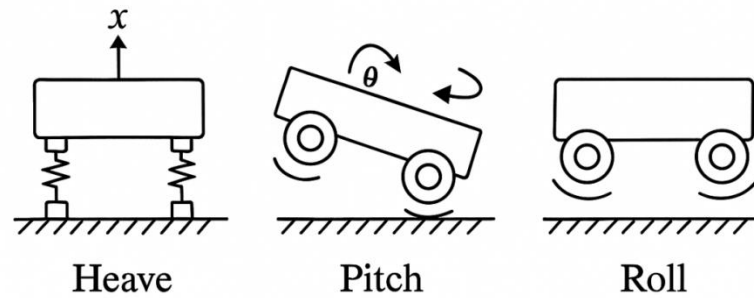


Рисунок 1.2 – Модальні форми коливань корпусу КМП

1.3.4 Параметричні причини

Підвіска мобільної платформи насамперед це динамічно змінна система, тобто її параметри можуть змінюватися відповідно до процесів експлуатації, навантаження чи старіння елементів. Тож зміна маси платформи m , жорсткості пружного елемента k і коефіцієнта демпфування c зазвичай змінює власні частоти коливань, а також глибину резонансної області.

Відобразимо загальну приведену масу платформи:

$$m = m_{\text{корп}} + m_{\text{наван}} + m_{\text{акум}} + m_{\text{сенс}}. \quad (1.18)$$

Власна частота ω_n дорівнює:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (1.19)$$

Якщо платформа транспортує навантаження, що може змінюватися, (вантажний робот, дрон-носій), то резонансні частоти «переходять» під час роботи, отже, найнебезпечніші зони швидкості зсувні у часі, тобто це ускладнює керування.

Жорсткість ресорної підвіски зміщується через втому металу ресор (втрата пружності) або ж через старіння гумових еластомерів (втрата еластичності), навіть в результаті функціонування за екстремальних температур

(холод/тепло).

Зауважимо, що зміна жорсткості пружного елемента (k) провокує зміну власної частоти коливань платформи (ω_n), таким чином, впливає на глибину резонансного піка.

Утім енергію коливань можна погасити за допомогою демпфера (ζ):

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (1.20)$$

За умови зношування або старіння амортизатора (втрата в'язкості масла, утворення повітряних мікробульбашок, перегрів тощо) власне коефіцієнт демпфування знижується, як наслідок поведінка системи набуває певних змін, зокрема деякі з них продемонстровані у таблиці 1.7.

Таблиця 1.7 – Поведінка системи при зміні коефіцієнта демпфування

Коефіцієнт демпфування (ζ)	Поведінка системи
$\zeta < 0,15$	коливання не згасають (резонанс стає дуже сильним)
$0,2 \leq \zeta \leq 0,35$	оптимальне згасання коливань
$\zeta > 0,5$	система передає всі вібрації на корпус

Так, зношування амортизатора зумовлює пряме збільшення амплітуди коливань корпусу платформи на 40 – 300 %.

У разі періодичної зміни параметрів, на кшталт:

$$k(t) = k_0(1 + \mu \cos(\Omega t)), \quad (1.21)$$

рівняння руху, таким чином, перетворюється на рівняння Матьє:

$$\ddot{x} + \omega_n^2(1 + \mu \cos(\Omega t))x = 0. \quad (1.22)$$

Параметричний резонанс, як правило, виникає, коли $\Omega \approx 2\omega_n$, тобто система може увійти в резонанс навіть без впливу зовнішньої сили, отже, коливання ростуть самі.

Окреслена поведінка може бути властивою погано змазаним шарнірам підвіски, розбовтуванню сайлентблоків або платформами із гусеничними амортизованими рамами.

У таблиці 1.8 продемонстровано наслідки впливу зміни параметрів на БСА.

Таблиця 1.8 – Вплив зміни параметрів на БСА

Результат зміни параметрів	Вплив на автоматику	Наслідки
власна частота ω_n зсувається	контури стабілізації «не знають» реальних параметрів	перерегулювання, автоколивання
коефіцієнт демпфування (ζ) падає	коливання не згасають	розгойдування корпусу
власні моди зближуються (coupled modes)	виникають непередбачувані форми коливань	розвал алгоритмів ІМУ-фільтрації
параметричний резонанс	коливання ростуть без збурень	ризик механічного руйнування

1.3.5 Топологія дороги та спектральні властивості впливів

У реальних умовах КМП переміщається поверхнями із стохастичним або квазіперіодичним рельєфом. Зі свого боку, він утворює кінематичні впливи підвіски через зміну висоти опорної точки колеса. Окреслені впливи доречно описати як випадковий процес або як суперпозицію гармонічних компонент зі спектром, який реагує на тип покриття.

Рельєф поверхні $h(s)$, де s – координата шляху, є нерегулярною функцією, котру можна описати за допомогою середньої висоти \bar{h} , середньоквадратичного відхилення h_{RMS} , а також кореляційної довжини нерівностей L_c .

Загально прийняту кореляційну функцію можемо представити як:

$$R_{hh}(\Delta s) = h_{\text{RMS}}^2 \exp\left(-\frac{|\Delta s|}{L_c}\right). \quad (1.23)$$

Чим меншим буде L_c , тим частіше зустрічатимуться малі нерівності, отже, високочастотних вібрацій ставатиме більше.

До того ж, проходження нерівностей із швидкістю v перетворює просторовий профіль $h(s)$ на часову функцію:

$$h(t) = h(vt), \quad (1.24)$$

в результаті чого діятиме частота впливу:

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}, \quad (1.25)$$

де λ – характерна довжина нерівності.

У таблиці 1.9 продемонстровано діапазон зміни частоти впливу ω за умови, що платформа рухатиметься зі швидкістю $v = 2$ м/с, а довжина нерівності дороги дорівнювати λ .

Таблиця 1.9 – Вимірювальні значення зміни частоти збурення

Тип нерівності	Довжина нерівності λ , м	Частота збурення ω , Гц при $v = 2$ м/с
велика хвилястість грунту	1,5 – 4	0,5 – 1,7
гравій / щебінь	0,1 – 0,3	6 – 12
тротуарна плитка / бруківка	0,02 – 0,08	16 – 50

Проаналізувавши таблицю 1.9, можемо підтвердити, що низькочастотні нерівності (довгі хвилі) призводять до впливу моди heave і pitch, а середні

нерівності активують wheel-hop, до того ж, коливання рами платформи та малі нерівності дають шум IMU, а також дестабілізують опорні алгоритми.

Утім дорожні характеристики можна описувати більш точно не за допомогою значень висоти, а завдяки спектральній густині потужності (PSD) дорожнього рельєфу:

$$S_h(\Omega) = FFT\{h(t)\}^2. \quad (1.26)$$

Окрім того, спектральна густина потужності дозволяє оцінити енергію впливів на різних частотних діапазонах.

Стандарт ISO 8608 власне так класифікує дороги:

$$S_h(\Omega) = S_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w}, \quad (1.27)$$

де S_0 – рівень нерівності дороги при $\Omega_0=1$ рад/м;

w – індекс шорсткості дороги (типово 1,5 – 2,5).

У таблиці 1.10 відображено вплив рівня вібрацій на БСА, враховуючи клас доріг.

Таблиця 1.10 – Вплив рівня вібрацій на БСА з урахуванням класу доріг

Клас дороги	Характер поверхні	Рівень вібрацій	Вплив на автоматику
A – B	асфальт / бетон	низький	Стабільні сигнали IMU
C – D	ґрунтові та польові дороги	середній	Періодичні коливання heave/pitch
E – F	щебінь, бруківка	високий	Різке зростання шуму IMU, втрата стабілізації

Підкреслимо, що умова резонансного підсилення впливу дороги від дорожнього рельєфу формується тоді, коли:

$$\omega = \omega_n \Rightarrow \frac{2\pi v}{\lambda} = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (1.28)$$

отже, враховується і критична швидкість руху:

$$v_{res} = \frac{2\pi v}{\lambda} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (1.29)$$

оскільки для резонансу вагомими стають як тип дороги, так і швидкість руху.

Хоча у разі повільного руху КМП може й не відчувати резонанс, проте спроможна потрапити в нього, використовуючи прискорення.

Тож поверхня руху визначає спектр впливів, а спектр впливів натомість визначає, чи увійде підвіска у резонанс.

Отже, резонансні умови випадково не виникають. Причина їхньої появи пояснюється збігом швидкості руху із довжиною нерівності, масою платформи, а також жорсткості та демпфування підвіски.

У таблиці 1.11 продемонстровано вплив спектральних характеристик дорожнього рельєфу на БСА.

Таблиця 1.11 – Вплив спектральних характеристик дорожнього рельєфу на БСА

Частота дороги, Гц	Збудження мод	Наслідки для автоматизації
0,2 – 2	Heave (підскок), Pitch (кивок)	втрата точності орієнтації IMU
2 – 8	Roll + Wheel-Hop	втрата тяги, стрибки швидкості
10 – 40	динамічні вібрації рами	збільшення похибки фільтрів Калмана
> 40	мікровібрації корпусу та кронштейнів	зношування електроніки, шум у лідарі й камері

Підсумуємо: оцінювання спектральних характеристик дорожнього рельєфу набуває критичного значення під час проектування БСА та вибору оптимальних швидкісних режимів мобільних платформ.

1.3.6 Конструктивні та монтажні чинники

Поряд із коливаннями, котрі пов'язані з дорожнім рельєфом і приводами, нагальними для формування резонансних режимів стають конструктивні та монтажні особливості КМП.

Навіть, зважаючи на правильний розрахунок підвіски, неправильний розподіл маси, асиметрія жорсткості або помилки під час додавання електроніки можуть утворити «прихований» резонанс. Проте проявлятися він може лише під час експлуатації, зокрема:

- у разі асиметрії жорсткостей/демпфування між лівою/правою або передньою/задньою осями формуються розщеплення мод і локальні резонанси;
- через геометричні люфти, зношування сайлентблоків, розхитування кріплень активуються ударні впливи з широким спектром;
- під час монтажу бортової електроніки без ізоляції з'являються підсилення локальних власних частот платформи/корпусів модулів (резонанс модулів на кронштейнах).

1.4 Механізми впливу резонансних коливань

БСА КМП насамперед регулюють рух, реалізують у просторі стабілізацію й орієнтацію, навігацію, а також виконують обмін даними між виконавчими механізмами та зовнішніми системами керування. Всі ці модулі функціонують відповідно до обробленої вимірювальної інформації в реальному часі, тож коливання корпусу, що з'являються під дією резонансу підвіски, відтак впливатимуть на точність та надійність, а також на передбачуваність керування.

Резонансні коливання породжують механічну, електричну чи інформаційну дестабілізацію системи.

У таблиці 1.12 продемонстровано механізми впливу резонансних коливань на сенсорні системи платформи.

Таблиця 1.12 – Вплив резонансних коливань на сенсорні системи платформи

Тип датчика	Приклад датчика	Вимірює	Чутливість до вібрацій
інерціальні модулі (IMU)	MPU6050, BNO055, ADIS16470	прискорення та кутові швидкості	дуже висока
енкодери приводу	оптичні /магнітні	положення та швидкість колеса	висока
лідар / стереокамери	RPLidar, Intel RealSense	геометрію простору	середня
супутникові приймачі	GPS/RTK	координати	низька для високочастотних, висока для низькочастотних коливань корпусу

Отже, резонанс підвіски КМП спричиняє високі прискорення корпусу. Такі дії сприймаються акселерометрами як помилкові прискорення руху. До того ж, уводять похибку щодо оцінювання швидкості та положення.

Наслідки впливу резонансних коливань на сенсорні системи платформи відображаються через нестабільність курсу, помилки в оцінюванні нахилів (крену, тангажу) чи флуктуацію сигналів у зворотному зв'язку (автоколивання).

Водночас вплив резонансних коливань на виконавчі приводи і механіку, як наведено у таблиці 1.13, спричиняє періодичне розвантаження та перевантаження коліс, тож це порушує умову контакту з опорною поверхнею. За таких умов, у системі стабілізації швидкості та руху утворюються стрибкоподібні помилки.

Таблиця 1.13 – Вплив резонансних коливань на виконавчі приводи і механіку

Явище	Причина	Негативний наслідок
«підстрибування» колеса	пік резонансу $\omega \approx \omega_n$	втрата тяги
нерівномірне тертя	нестійкий контакт з поверхнею	ривки у керуванні
вібраційні моменти в приводах	зміни реактивного моменту	нагрів і знос підшипників

Під час вертикальних коливань корпусу платформи можуть виникати:

а) мікродеформація друкованих плат БСА, що, зі свого боку, спричиняє:

- тріщини доріжок;
- руйнування BGA-контактів;
- розшарування монтажних з'єднань;

б) періодичне зміщення центрів мас котушок і трансформаторів, тобто утворюються додаткові електромагнітні перешкоди.

Власне проблема посилюється під час довготривалого функціонування (феномен втоми від вібрацій).

Утім системи керування рухом КМП послуговуються зворотним зв'язком:

$$u(t) = K(e(t)) = K(x_{\text{зад}}(t) - x_{\text{вим}}(t)). \quad (1.30)$$

Окрім того, вимірювальний сигнал може містити і коливальну компоненту:

$$x_{\text{вим}}(t) = x_{\text{реал}}(t) + n_{\text{вібр}}(t), \quad (1.31)$$

тоді регулятор реагує на вібрації як на помилку, а отже, активує компенсувальні дії, котрі вочевидь є зайвими.

Таке явище спричиняє автоколивання в контурі ПІ/ПД-регуляції, підвищену енерговитрату, а також нагрів чи зношування приводів.

Підкреслимо, що резонансні коливання в механічних системах КМП загалом є результатом взаємодії множини нелінійних, змінних у часі та часто просторово розподілених чинників, які відтворюють складний спектр динамічних ефектів.

У таблиці 1.14 продемонстровано критичні режими функціонування БСА, що виникають через резонансні коливання в механічних системах КМП.

Таблиця 1.14 – Критичні режими роботи БСА

Режим	Симптоми	Наслідок
відмова системи стабілізації платформи	коливання корпусу, втрата горизонту	нестабільне спрямування руху
резонанс сенсорного циклу	дані ІМУ «стрибують» навколо нуля	дрейф навігації
розігрів приводів	постійне коригування	зменшення ресурсу двигунів
вібраційна деградація електроніки	тріщини, поганий контакт	електричні збої, до повної відмови

1.5 Висновки до першого розділу

За результатами проведеного комплексного аналізу вдалось довести, що КМП з РП побудовано як складну, динамічну, багатоступеневу мехатронну систему, в якій механічні та конструктивні, електромеханічні й інформаційно-керувальні процеси характеризуються тісною взаємодією.

Таким чином, встановлюється чутливість КМП до дії резонансних

коливань, які виникають під впливом неоднорідного дорожнього рельєфу, а також через особливості функціонування приводів і змін параметрів підвіски у часі.

Визначено, що ВК спричиняють прямий негативний вплив на точність БСА. Коливання додають шуму та дрейфу, псевдо прискорення та спотворення сигналів. У підсумку виникає нестабільність навігаційних і стабілізаційних алгоритмів.

Підтверджено, що для опису динаміки КМП доцільно застосувати багатоступеневе ММ, зокрема, матриці мас, жорсткості та демпфування, опис мод корпусу, коліс та допоміжних конструкцій. Утім одновимірні моделі не спроможні продемонструвати справжню складність процесів, а, отже, не дозволяють оцінювати резонансні явища коректно.

Аргументовано, що точне оцінювання та моделювання резонансних коливань є критично важливими для забезпечення надійності та довговічності БСА, адже їхнє функціонування окреслюється як стабільністю, так і точністю сенсорних вимірювань.

2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РЕСОРНОЇ ПІДВІСКІ КОЛІСНОЇ МОБІЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ

ВК КМП породжують вертикальні прискорення, що можуть мати значний вплив на БСА. Такі прискорення можуть суттєво порушувати роботу БСА. За цих умов, слід мати математичні моделі (ММ), котрі б дозволяли визначати вертикальні прискорення КМП для оцінки можливого їхнього впливу на БСА. У таких ММ мають розглядатися ВК КМП, що виникають протягом її руху та породжують вертикальні прискорення, котрі впливають на роботу БСА.

2.1 Розрахункова схема вертикальних коливань

ВК, що виникають протягом руху КМП, розглядаємо як результат її взаємодії із нерівностями опорної поверхні, по якій власне ця платформа рухається, як на рисунку 2.1. При цьому залишаємо поза розглядом резонансні коливання КМП в горизонтальному напрямку та не враховуємо взаємний вплив таких горизонтальних та ВК. Слід зазначити, що прийняті допущення можуть бути реалізовані лише за умови малих коливань корпусу досліджуваної КМП.

Зрозуміло, що розгляд виключно малих коливань у РП відповідним чином обмежує коло досліджуваних процесів, однак такі малі коливання відповідають досить важливим, із практичної точки зору, режимам руху колісних платформ твердими опорними поверхнями, що мають відносно невеликі відхилення від горизонтальної площини.

Таким чином, запропонована схематизація ВК у РП КМП дозволяє охопити досить важливе коло питань щодо впливу резонансних коливань досліджуваної платформи на БСА.

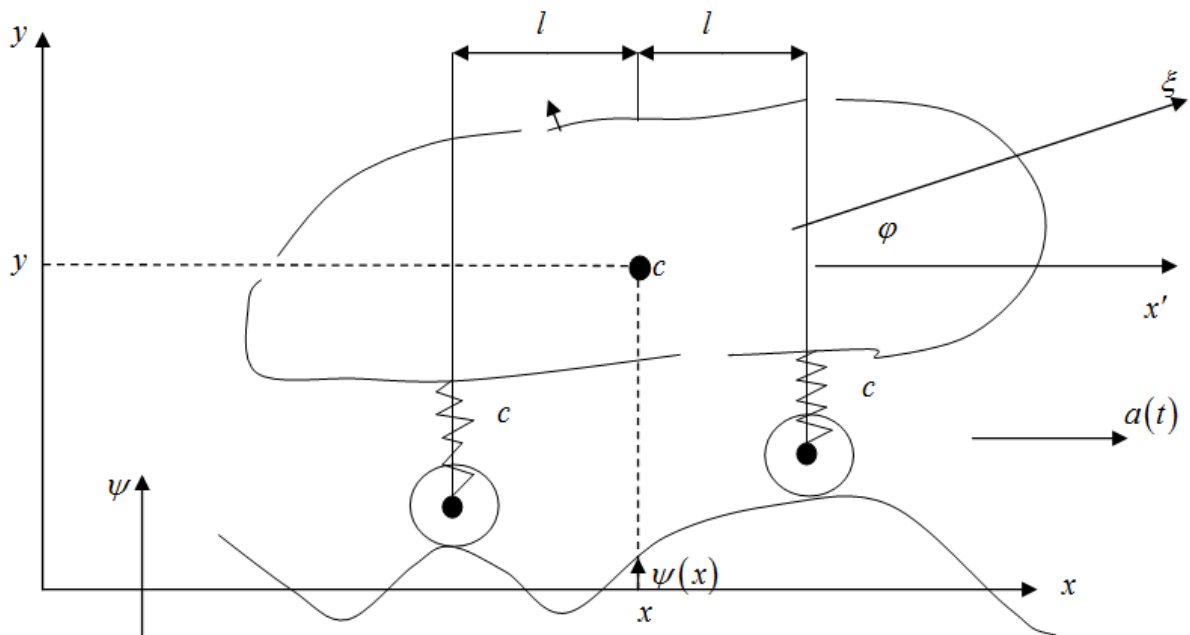


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема ВК у РП КМП

Приймаємо, що досліджувана КМП рухається вздовж горизонтальної осі x із прискорюванням:

$$a = a(t), \quad (2.1)$$

де a – проекція прискорення досліджувальної КМП на вісь x ;

t – час.

Завдяки горизонтальному прискоренню (2.1) горизонтальна координата центру мас досліджуваної КМП буде змінюватись у часі:

$$x = x(t), \quad (2.2)$$

де x – горизонтальна проекція центру мас досліджуваної КМП.

ВК у РП КМП обумовлені відхиленнями від горизонтальної площини профілю опорної поверхні, якою рухається досліджувана платформа. Зрозуміло, що такі відхилення залежать від поточної горизонтальної координати центру мас КМП та від розташування ресорів відносно центру мас.

Сукупність відхилень від горизонтальної площини профілю опорної поверхні визначаємо за допомогою функції:

$$\psi = \psi(t), \quad (2.3)$$

де ψ – відхилення від горизонтальної площини опорної поверхні, якою рухається досліджувана КМП.

Далі вважатимемо, що вигляд функції (2.3), котра визначає форми профілю опорної поверхні, якою рухається досліджувана КМП, є відомим.

Зрозуміло, що під час руху досліджуваної КМП її колеса точно повторюють профіль опорної поверхні. Для зменшення впливу нерівностей опорної поверхні на рухому КМП між її корпусом та колесами передбачені ресори. У досліджуваній КМП ресори розглядаються як пружини, що мають жорсткість c та розташовані на відстані l по обидва боки від центру мас корпусу платформи. Отже, нерівності опорної поверхні через колеса та ресори передаються до корпусу досліджуваної КМП в результаті чого корпус платформи буде рухатись у площині.

Для визначення руху корпусу досліджуваної КМП в площині внаслідок ВК у РП уводимо до розгляду зв'язані з рухомою платформою осі, які проходять через центр мас C корпусу платформи. Положення корпусу досліджуваної КМП при коливаннях у РП визначаємо координатою центру мас корпусу та кутом його повороту навколо центру мас, який обчислюється від горизонтальної осі x' :

$$y = y(t), \quad (2.4)$$

$$\varphi = \varphi(t), \quad (2.5)$$

де y – вертикальна координата центру мас корпусу досліджуваної КМП мас;

φ – кут повороту корпусу досліджуваної КМП навколо центру мас.

Приймаємо, що вертикальна координата центру мас корпусу досліджуваної КМП обчислюється відносно положення рівноваги у РП нерухомої платформи, розташованої на ідеальній горизонтальній опорній поверхні. В математичній моделі ВК досліджуваної КМП враховуємо масу m корпусу платформи та момент інерції корпусу навколо осі що проходить через центр мас корпусу перпендикулярно площині.

Відповідно до співвідношень (2.4) та (2.5) моделювання ВК досліджуваної КМП зводиться до визначення закону зміни у часі вертикальної координати центру мас її корпусу та кута повороту корпусу навколо центру мас для заданої швидкості руху (2.1) КМП у горизонтальному напрямку та для заданої форми профілю (2.3) опорної поверхні. Оскільки невідомими задачі є функції часу, то ММ ВК досліджуваної КМП має бути побудована у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь та відповідних початкових умов, необхідних для визначення вертикальної координати центру мас та кута повороту корпусу як функцій часу.

2.2 Побудова диференціальних рівнянь математичної моделі вертикальних коливань

ММ системи чи процесу відбиває тою чи іншою мірою властивості реальної системи, зокрема обмеження, що у реальних умовах. ММ складається (розробляється) у математичних термінах (математичною мовою) і має, як правило, кількісний опис [8, 9]. Тому стан ММ системи або процесу може бути представлений у вигляді елемента x множини можливих станів X . Дуже важливим є те, щоб кожен елемент множини $x \in X$ характеризував стан моделі системи або процесу повністю, однозначно. Безліч X можна розглядати як простір станів системи чи процесу. Однак у математиці (функціональному аналізі) простором, зазвичай, називають множину, в якій задано

співвідношення між будь-якими її елементами, що визначає близькість між ними.

ВК корпусу досліджуваної КМП обумовлені силами пружності ресор, через які на корпус передаються нерівності профілю опорної поверхні, якою рухається платформа. Отже, для побудови диференціальних рівнянь ММ ВК корпусу досліджуваної КМП використовуємо рівняння Лагранжа другого роду, котрі для консервативних систем мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2.6)$$

де L – функція Лагранжа, що представляє різницю між потенційною та кінетичною енергією досліджуваної системи;

n – кількість ступенів вільності досліджуваної системи;

q_1, q_2, \dots, q_n – узагальнені координати досліджуваної системи;

$\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ – узагальнені швидкості досліджуваної системи.

Рівняння Лагранжа другого роду – диференціальні рівняння другого порядку в узагальнених координатах. Вони дають єдиний і досить простий метод розв'язання задач динаміки для будь-яких голономних і стаціонарних систем, що як завгодно рухаються. Кількість рівнянь не залежить від числа точок або тіл, які входять до механічної системи, а залежить від числа ступенів свободи. Сили, що діють на систему, представлені у вигляді узагальнених сил, куди входять лише зовнішні сили, а всі реакції ідеальних зв'язків автоматично виключаються, отже, їх можна не показувати на кресленні. Також, якщо на систему діють сили тертя, то їх включають до зовнішніх сил. Механічна система під дією сили тяжіння починає рухатися зі стану спокою, тому необхідно визначити прискорення всіх тіл, що входять до системи.

Аналітичний висновок рівнянь Лагранжа другого роду не дозволяє усвідомити їхній фізичний зміст. Однак певною мірою останній можна

побачити зі зіставлення цих рівнянь з рухом точки в тривимірному просторі, записаному в проекції на криволінійні координати. Для цього звернемося знову до значення узагальнених координат.

Як зазначалося, перевага узагальнених координат перед декартовими під час розгляду зв'язкових систем у тому, що узагальнені координати автоматично враховують зв'язку, накладені систему. Але значення узагальнених координат не вичерпується вказаним. Дійсно, у разі руху вільної матеріальної точки три параметри, що визначають радіус-вектор її, можна розглядати як узагальнені координати й одночасно як криволінійні координати точки в тривимірному просторі.

Якщо система складається з вільних матеріальних точок, отже, володіє ступенями свободи, то, переходячи до будь-яких криволінійних координат, отримаємо узагальнені координати системи. Отже, запровадження узагальнених координат представляє в деяких випадках перехід від декартових координат системи до криволінійних координат, які можуть бути зручні при розгляді тих чи інших завдань.

Рух однієї матеріальної точки визначається зміною трьох координат. Останні визначають деякий тривимірний простір. Рух вільних матеріальних точок визначається зміною координат; координати визначають вимірний простір. Отже, рух матеріальних точок можна окреслити як рух однієї матеріальної точки вздовж деякої траєкторії вимірного простору. Цей простір називається простором змін. Таке геометричне уявлення руху системи матеріальних точок часом є дуже наочним і корисним щодо руху механічних систем.

З урахуванням припущень прийнятої схематизації ВК корпусу для досліджуваної КМП (рис. 2.1) матимемо функцію Лагранжа (2.6) у наступному вигляді:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} j \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} c \Delta l_1^2 - \frac{1}{2} c \Delta l_2^2, \quad (2.7)$$

де Δl_1 – зміна довжини еквівалентної пружини, що представляє ресору, розташовану ліворуч від центру мас;

Δl_2 – зміна довжини еквівалентної пружини, що представляє ресору, розташовану ліворуч від центру.

Зміни довжин еквівалентних пружин, які представляють ресори, з прийнятої схематизації досліджуваної КМП мають визначатися так:

$$\Delta l_1 = y - l\varphi - \psi(x-l), \quad (2.8)$$

$$\Delta l_2 = y + l\varphi - \psi(x+l). \quad (2.9)$$

Завдяки виразам (2.8) та (2.9) функція Лагранжа (2.7) досліджуваної КМП набуде такого вигляду:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} j \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} c (y - l\varphi - \psi(x-l))^2 - \frac{1}{2} c (y + l\varphi - \psi(x+l))^2 \quad (2.10)$$

З урахуванням припущень, які прийняті до розрахункових схем ВК досліджуваної КМП (рис. 2.1), маємо систему з двома ступенями вільності та узагальненими координатами:

$$n = 2, \quad q_1 = y, \quad q_2 = \varphi \quad (2.11)$$

Прийняті у вигляді (2.11) визначення узагальнених координат, які окреслюють ВК досліджуваної КМП, дозволяють представити функцію Лагранжа (2.7) наступним чином:

$$L = \frac{1}{2} m \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} j \dot{q}_2^2 - \frac{1}{2} c (q_1 - lq_2 - \psi(x-l))^2 - \frac{1}{2} c (q_1 + lq_2 - \psi(x+l))^2 \quad (2.12)$$

Рівняння Лагранжа другого роду (2.6) для функції Лагранжа (2.11) набудуть вигляду:

$$m\ddot{q}_1 + c(q_1 - lq_2 - \psi(x-l)) + c(q_1 + lq_2 - \psi(x+l)) = 0, \quad (2.13)$$

$$j\ddot{q}_2 - cl(q_1 - lq_2 - \psi(x-l)) + cl(q_1 + lq_2 - \psi(x+l)) = 0. \quad (2.14)$$

В одержаних рівняннях (2.13) та (2.14) врахуємо подібні доданки та перенесемо невідомі ліворуч від знаку рівності. Отже після виконання нескладних перетворень одержані у вигляді (2.13) та (2.14) диференціальні рівняння остаточно запишуться так:

$$m\ddot{q}_1 + 2cq_1 = c(\psi(x+l) + \psi(x-l)), \quad (2.15)$$

$$j\ddot{q}_2 + 2clq_2 = cl(\psi(x+l) - \psi(x-l)). \quad (2.16)$$

Диференціальні рівняння (2.15) та (2.16) слід доповнити диференціальним рівнянням для визначення горизонтальної координати центру мас досліджуваної КМП, що має такий вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a(t). \quad (2.17)$$

Таким чином, диференціальні рівняння ММ ВК досліджуваної КМП відповідно до прийнятих припущень мають вигляд (2.15) – (2.17) системи трьох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Для інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку (2.15) – (2.17) слід враховувати початкові умови, що далі приймаємо як:

$$q_1(0) = 0, q_2(0) = 0, \dot{q}_1(0) = 0, \dot{q}_2(0) = 0, x(0) = 0, \dot{x}(0) = v_0, \quad (2.18)$$

де v_0 – початкова швидкість КМП.

Прийняті у вигляді (2.18) початкові умови відповідають випадку КМП, що має задану горизонтальну початкову швидкість та початкове положення корпусу відповідне положенню рівноваги у РП досліджуваної КМП, що розташована на ідеальній горизонтальній опорній поверхні.

ММ ВК досліджуваної КМП з урахуванням прийнятої схематизації, що побудована у вигляді системи трьох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку (2.15) – (2.17) та відповідних цим рівнянням початкових умов (2.18), дозволяє визначити залежність від часу координати центру мас (2.4) та кут повороту (2.5) корпусу досліджуваної КМП при ВК, які обумовлені рухом платформи опорною поверхнею із відхиленнями від горизонтальної площини (2.3).

2.3 Оцінка вертикальних прискорень та їхнього впливу на бортові системи автоматизації

Автоматичне управління у техніці, сукупність дій, вкладених у підтримку чи поліпшення функціонування керованого об'єкта без безпосередньої участі людини відповідно до заданої мети управління широко застосовується в багатьох технічних і біотехнічних системах для виконання операцій, які не здійснюються людиною у зв'язку з необхідністю перероблення великої кількості інформації в обмежений час, для підвищення продуктивності праці, якості та точності регулювання, звільнення людини від управління системами, що функціонують в умовах відносної недоступності або небезпечних для здоров'я.

Мета управління тим чи іншим чином пов'язується із зміною в часі регульованої (керованої) величини – вихідної величини об'єкта, що керується. Для здійснення мети управління, з урахуванням особливостей керованих об'єктів різної природи та специфіки окремих класів систем, організується

вплив на органи управління об'єкта – керувальний вплив. Він призначений також для компенсації ефекту зовнішніх впливів, які обурюють, прагнуть порушити необхідну поведінку регульованої величини. Керувальна дія виробляється пристроєм управління. Сукупність взаємодіючих керувального пристрою та керованого об'єкта утворює систему автоматичного керування.

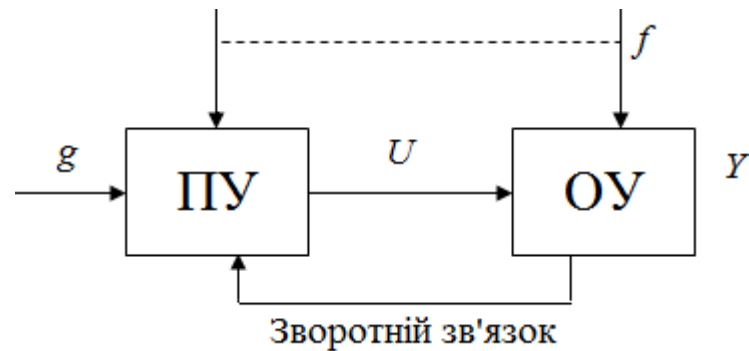
Будь-який виробничий, технологічний процес або технічний об'єкт характеризуються певними фізичними параметрами (витрата речовини та енергії, режими різання, температура, тиск). Щоб забезпечити потрібний режим, ці параметри необхідно підтримувати постійно або змінювати за певним законом. Параметр виробничого, технологічного процесу чи технічного об'єкта, що необхідно підтримувати постійно чи змінювати за певним законом, називають керованим (керованою величиною $y(t)$). Значення керованого параметра, що згідно з завданням має бути в даний момент часу, називають заданим значенням керованого параметра.

За своїм обсягом механізація та автоматизація може бути частковою, повною та комплексною. При частковій передбачається охоплення деяких основних операцій, при повній всіх основних операцій, а при комплексній – всіх основних та допоміжних [8, 9].

Блок-схему системи (автоматичного) управління можна уявити так, як на рисунку 2.2. Вихідна змінна об'єкта управління є вихідною (керованою) змінною системи управління.

Канал зв'язку, яким інформація про поточний стан ОУ надходить до ПУ, називається зворотним зв'язком.

Зовнішній вплив g , який визначає необхідний (заданий) закон зміни вихідної змінної, називається впливом, який задається. Тут, як це часто роблять, вплив, який задається, виведено за межі керувального пристрою, в той час як задавання виробляється датчиками, що входять до складу ПУ.



ПУ – пристрій управління; ОУ – об'єкт управління

Рисунок 2.2 – Загальна блок-схема системи
автоматизованого управління

Сукупність операцій, необхідні підтримки чи зміни у потрібному напрямку показників процесу називається регулюванням, а власне показники процесу – регульованими величинами. Регулювання, що відбувається без будь-якої участі людини, називають автоматичним, а регульовальні пристрої, що виконують таке регулювання – автоматичними регуляторами. Технічний пристрій, який реалізує процес, котрий необхідно регулювати, називається об'єктом регулювання. Щоб можна було здійснити регулювання, об'єкт повинен мати орган, який регулює, при зміні положення або стану котрого показники процесу будуть змінюватися в заданих межах або напрямках.

Будь-яку систему автоматичного регулювання можна представити з окремих пристроїв – елементів, які у процесі роботи відчують у собі вплив різних чинників. До них належать впливи, що надходять як на систему в цілому, так і на окремі її елементи.

Впливи бувають внутрішні та зовнішні. Внутрішніми впливами називаються такі, що передаються всередині системи від одного елемента до іншого, утворюючи послідовний ланцюг внутрішніх впливів, які забезпечують перебіг технічного процесу із заданими показниками.

Зовнішні дії, у свою чергу, можна розділити на два види. До першого виду належать такі зовнішні впливи, що подаються на вхід системи свідомо та необхідні для нормального перебігу технічного процесу. Зазначені дії

називаються такими, що задають, або вхідними.

До другого виду зовнішніх впливів на систему автоматичного регулювання належать впливи, що надходять безпосередньо на об'єкт, який регулюється. Ці дії називають зовнішніми збуреннями і позначають через $F(t)$. Для різних систем автоматики збурення будуть різними. Наприклад, для двигуна постійного струму вхідною величиною буде напруга, що підводиться до двигуна, вихідною (регульована величина) – частота обертання двигуна, а збуренням – навантаження на його вал. Розрізняють збурення основні та другорядні.

До основних збурень належать такі, що найбільше впливають на регульовану величину $y(t)$. Якщо вплив зовнішніх збурень на регульовану величину t незначний, то вони вважаються другорядними. Так, для двигуна при постійному струмі збудження основним збуренням буде навантаження на вал двигуна, а другорядними – ті збурення, що призводять до незначних змін частоти обертання двигуна (зокрема, зміни температури навколишнього середовища, що призводять до зміни опору обмотки збурення та обмотки якоря), отже, і струмів, зміна напруги мережі, що живить обмотку збурення двигуна, зміна опору щіткових контактів тощо).

Для оцінки впливу ВК у РП досліджуваної КМП на БСА розглянемо рух пристрою, що закріплений у заданій частині на корпусі досліджуваної платформи. На корпусі КМП бортовий пристрій можна розглядати як характерну точку, координати x_p та y_p якої в рухомій системі координат, як на рисунку 2.3, що зв'язана із корпусом досліджуваної КМП є сталими:

$$\xi_p = const_1, \eta_p = const_2, \quad (2.19)$$

де $const_1$ та $const_2$ – задані координати;

ξ_p та η_p – координати характерної точки бортового пристрою в рухомій системі координат $c\xi\eta$.

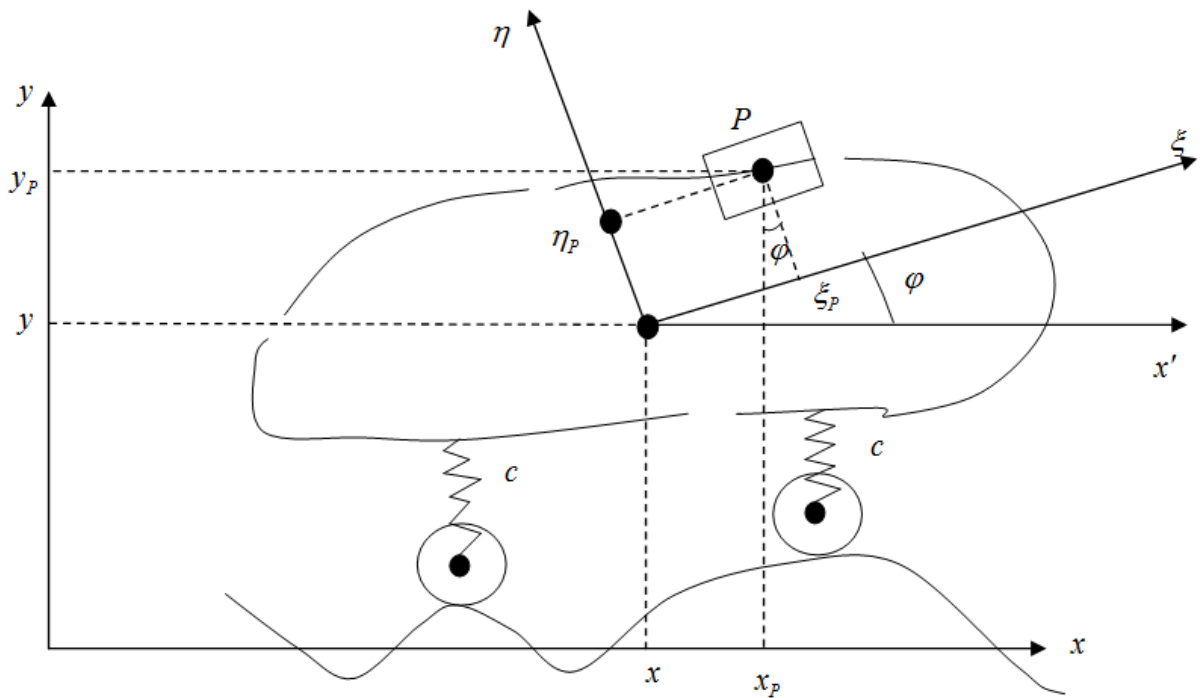


Рисунок 2.3 – Рух бортового пристрою при русі КМП

У наслідок ВК корпусу КМП характерна точка бортового приладу, закріпленого на її корпусі, буде рухатись разом із корпусом таким чином, що її координати в абсолютній нерухомій координатній системі $xу$ будуть змінюватися протягом часу:

$$y_p = y_p(t), \quad (2.20)$$

$$x_p = x_p(t). \quad (2.21)$$

де x_p та y_p – абсолютні координати бортового пристрою, розташованого на рухомій чотирьохколійній платформі.

Із суто геометричного сенсу абсолютні координати (2.20), (2.21) характерної точки бортового пристрою закріпленого на корпусі рухомої КМП можна визначити наступним чином:

$$x_p = x + \xi_p \cos \varphi - \eta_p \sin \varphi, \quad (2.22)$$

$$y_p = y + \xi_p \sin \varphi + \eta_p \cos \varphi. \quad (2.23)$$

Проекції на нерухомі координатні осі x та y абсолютної швидкості та абсолютного прискорення характерної точки БСА закріпленого на корпусі досліджуваної КМП внаслідок ВК у РП визначатимуться похідними за часом абсолютних координат (2.22), (2.23). Для абсолютної швидкості матимуть такий вигляд:

$$\dot{x}_p = \dot{x} - \dot{\varphi} \xi_p \sin \varphi - \dot{\varphi} \eta_p \cos \varphi, \quad (2.24)$$

$$\dot{y}_p = \dot{y} + \dot{\varphi} \xi_p \cos \varphi - \dot{\varphi} \eta_p \sin \varphi, \quad (2.25)$$

а для абсолютного прискорення наступний вигляд:

$$\ddot{x}_p = \ddot{x} + \dot{\varphi}^2 (-\xi_p \cos \varphi + \eta_p \sin \varphi) - \ddot{\varphi} \xi_p \sin \varphi - \ddot{\varphi} \eta_p \cos \varphi, \quad (2.26)$$

$$\ddot{y}_p = \ddot{y} + \dot{\varphi}^2 (-\xi_p \sin \varphi + \eta_p \cos \varphi) + \ddot{\varphi} \xi_p \cos \varphi - \ddot{\varphi} \eta_p \sin \varphi. \quad (2.27)$$

В одержаному результаті (2.26), (2.27) врахуємо, що ВК корпусу досліджуваної КМП є малими, тобто кут повороту задовольняє умовам:

$$\varphi^2 \ll \varphi \Rightarrow \cos \varphi \approx 1, \sin \varphi \approx 0. \quad (2.28)$$

З урахуванням наближених рівностей (2.28) проекції (2.26), (2.27) абсолютного прискорення характерної точки бортового пристрою закріпленого на корпусі досліджуваної КМП внаслідок ВК у РП визначатимуться таким чином:

$$\ddot{x}_p \approx \ddot{x} - \dot{\varphi}^2 \xi_p - \ddot{\varphi} \eta_p, \quad (2.29)$$

$$\ddot{y}_p \approx \ddot{y} - \dot{\varphi}^2 \eta_p + \ddot{\varphi} \xi_p. \quad (2.30)$$

Завдяки отриманим виразам (2.29) та (2.30) маємо можливість визначити прискорення внаслідок горизонтального руху та ВК у РП характерної точки пристрою закріпленого на корпусі досліджуваної КМП:

$$a_p = \sqrt{\ddot{x}_p^2 + \ddot{y}_p^2}, \quad (2.31)$$

де a_p – прискорення характерної точки бортового пристрою, закріпленого на корпусі досліджуваної КМП.

Саме величина (2.31) прискорення визначає вплив ВК у РП на бортовий пристрій закріплений на корпусі рухомої КМП. Як свідчать співвідношення (2.29) – (2.31), вплив ВК корпусу рухомої КМП на закріплений на ньому бортовий пристрій визначається не тільки вертикальним прискоренням корпусу платформи, а також його кутовою швидкістю та прискоренням, та, крім цього, ще й місцем розташування пристрою на корпусі, тобто координатами (2.19).

Отже, за допомогою розробленої ММ (2.15) – (2.18) резонансних ВК маємо можливість визначати прискорення (2.31) характерних точок бортових пристроїв закріплених на корпусі рухомої КМП при горизонтальному русі та ВК у РП.

2.4 Висновки до другого розділу

Побудована ММ ВК у РП КМП у вигляді системи трьох диференціальних рівнянь другого порядку. Як свідчать диференціальні рівняння, при рівномірному русі КМП маємо лінійну ММ ВК у РП рухомої платформи.

Показано, що процес коливань РП рухомої КМП, навіть при незначних амплітудах відхилень може характеризуватися досить великими швидкостями та прискореннями.

Одержані при моделюванні ВК у РП досить високі швидкості та прискорення свідчать про можливий значний вплив ВК на БСА.

3 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РЕСОРНОЇ ПІДВІСКІ КОЛІСНОЇ МОБІЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ

Резонансні явища на кшталт коливань у РП, які супроводжують рух КМП, вирізняються суттєвим впливом на БСА. Дослідження даного впливу можна проводити експериментально, наприклад, за вимірюваннями прискорень, які виникають у БСА під час усього руху КМП, або співставленнями вимірних прискорень із процесами, що функціонують у досліджуваних системах.

Зауважимо, що для експериментальних досліджень властиві випробування КМП-зразка, на який заздалегідь необхідно встановити низку датчиків для проведення затребуваних вимірювань. З огляду на це, проведення експериментальних досліджень може вартувати значних коштів, адже насамперед необхідно мати у розпорядженні відповідні об'єкти для дослідження та вимірювальних БСА. До того ж, експериментальні дослідження КМП обмежені можливостями щодо відтворення певних їхніх рухів зокрема тих, що можуть спричиняти накопичення втомних пошкоджень у конструкціях, а також призводити до швидкого руйнування досліджуваних об'єктів. Окрім того, іноді доволі важко відтворювати певні режими руху КМП із заданою точністю. За таких обставин застосування комп'ютерного моделювання (КМ) вирізняється певними перевагами над суто експериментальними дослідженнями, котрі вимагають проведення натурних випробувань на зразках рухомих КМП.

Насамперед КМ рухомих колісних платформ побудовано з урахуванням обчислювальних методів щодо розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь із початковими умовами, тобто математичної моделі досліджуваних КМП. Однак процес КМ значно спрощується за умови застосування спеціальних комп'ютерних систем задля виконання математичних

обчислень і моделювання шляхом уникнення програмування обчислювальних методів. Відтак для КМ КМП доцільно застосувати комп'ютерну систему математичних обчислень та моделювання Scilab, якою можна легко послуговуватися через мережу Інтернет з метою вільного користування на некомерційній основі. До того ж, система Scilab досить потужна насправді, тому дозволяє реалізувати автоматизацію виконання надто складних математичних обчислень, а також моделювань складних процесів. Водночас система Scilab дозволяє автоматизувати проведення досліджень за допомогою їхнього програмування на кшталт сценаріїв, зокрема вони передбачають уведення вихідних даних виконання КМ математичні обчислення щодо оброблення даних виведених результатів розрахунків, які відображаються у вигляді графіків різноманітного вигляду, чи автоматичного форматування графіків задля того, щоб їхній остаточний варіант можна безпосередньо додавати до текстів наукових звітів.

3.1 Побудова комп'ютерної моделі вертикальних коливань

ММ ВК у РП КМП, що відтворені на рисунку 2.1, набуває вигляду системи трьох диференціальних рівнянь другого порядку (2.15) – (2.17) із початковими умовами (2.18). Так, під час застосування обчислювальних методів для розв'язування диференціальних рівнянь із початковими умовами насамперед передбачається, що розв'язувані диференціальні рівняння подаються як системи диференціальних рівнянь першого порядку. Тож представляти та розглядати систему трьох диференціальних рівнянь другого порядку (2.15) – (2.17) із початковими умовами (2.18) доцільно власне у такому форматі. Проте спершу додамо нові змінні:

$$x_1 = q_1, \quad x_2 = q_2, \quad x_3 = x, \quad x_4 = \dot{q}_1, \quad x_5 = \dot{q}_2, \quad x_6 = \dot{x}. \quad (3.1)$$

З урахуванням нових змінних, які було введено відповідно до (3.1), система диференціальних рівнянь (2.15) – (2.17) із початковими умовами (2.18) набуде тотожного вигляду, як-от:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4, \\ \dot{x}_2 = x_5, \\ \dot{x}_3 = x_6, \\ \dot{x}_4 = -\frac{2c}{m}x_1 + \frac{c}{m}(\psi(x_3 + l) + \psi(x_3 - l)), \\ \dot{x}_5 = -\frac{2lc}{J}x_2 + \frac{lc}{J}(\psi(x_3 + l) - \psi(x_3 - l)), \\ \dot{x}_6 = a(t), \end{cases} \quad (3.2)$$

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad x_3(0) = 0, \quad x_4(0) = 0, \quad x_5(0) = 0, \quad x_6(0) = v_0. \quad (3.3)$$

Тож вихідна ММ ВК у РП КМП, яку було представлено вище як систему трьох диференціальних рівнянь другого порядку (2.15) – (2.17) із початковими умовами (2.18), тотожно відтворено у вигляді системи шести диференціальних рівнянь першого порядку (3.2) із початковими умовами (3.3), визначені відносно нових введених змінних. Власне ММ відповідно до (3.1) – (3.3) задіюватиметься для реалізації КМ рухомої КМП. До того ж, розв'язок системи диференціальних рівнянь (3.2) із початковими умовами (3.3) з урахуванням змісту введених нових змінних сприятиме встановленню характеристик ВК у РП КМП, які, зі свого боку, проявляються під час її прямолінійного руху із заданим прискоренням нерівною опорною поверхнею із відхиленнями (2.3) від горизонтальної площини.

Так, ВК у РП КМП, відображеними на рисунку 2.1, охоплюють також і процес підскакування, котрий встановлюється вертикальною координатою (2.4).

З огляду на введені узагальнені координати відповідно до (2.11), нові змінні – (3.1) та диференціальне рівняння – (2.15), загалом процес підскакування у РП КМП описуватиметься так:

$$y = x_1, v_y = x_4, a_y = -\frac{2c}{m}x_1 + \frac{c}{m}(\psi(x_3 + l) + \psi(x_3 - l)), \quad (3.4)$$

де v_y – швидкість підскакування КМП на РП у вертикальному напрямку;

a_y – прискорення підскакування КМП на РП у вертикальному напрямку.

ВК у РП КМП, продемонстровані на рисунку 2.1, охоплюють процес галопування. Окреслена складова визначається кутом повороту (2.5). Заважаючи на введені узагальнені координати відповідно до (2.11), нові змінні – (3.1), а також диференціальне рівняння – (2.16), власне процес галопування у РП КМП відобразатиметься як:

$$\varphi = x_2, \omega = x_5, \varepsilon = -\frac{2lc}{J}x_2 + \frac{lc}{J}(\psi(x_3 + l) - \psi(x_3 - l)), \quad (3.5)$$

де ω – кутова швидкість галопування у РП КМП;

ε – кутове прискорення галопування у РП КМП.

Водночас прямолінійний рух КМП, продемонстрований на рисунку 2.1, визначається координатою (2.2). Враховуючи введені нові змінні відповідно до (3.1), а також диференціальне рівняння – (2.17), процес прямолінійного руху КМП окреслимо так:

$$x = x_3, v_x = x_6, a_x = a, \quad (3.6)$$

де v_x – швидкість прямолінійного руху КМП;

a_x – прискорення прямолінійного руху КМП.

Отже, КМ ВК у РП КМП, що прямолінійно рухається нерівною опорною поверхнею, як це було продемонстровано на рисунку 2.1, із урахуванням ММ (3.2) – (3.3), побудовано за допомогою засобів графічного середовища Xcos комп'ютерної системи Scilab. Наочний приклад наведено на рисунку 3.1.

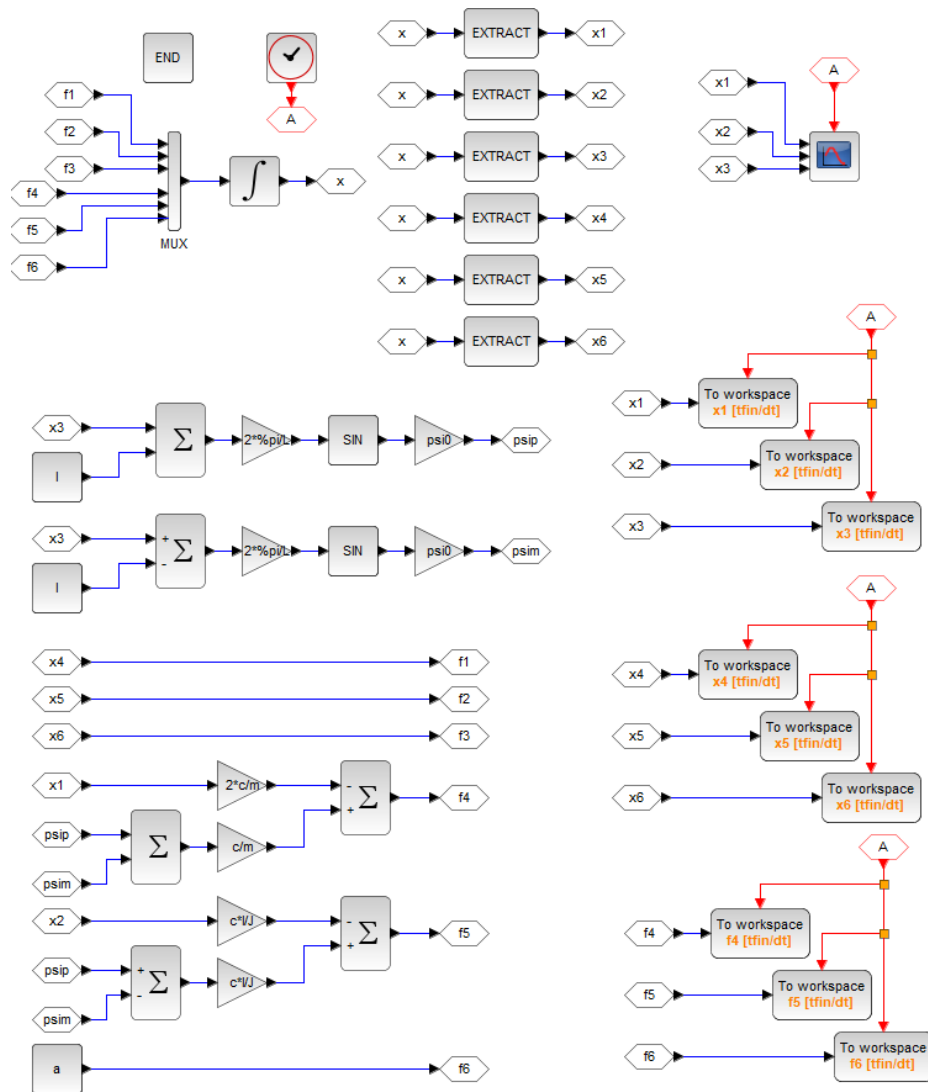


Рисунок 3.1 – КМ ВК у РП КМП внаслідок прямолінійного руху по нерівній опорній поверхні

У зазначеній моделі передбачено окреслення низки характеристик, зокрема: підскакування (3.4), галопування (3.5) та прямолінійного руху (3.6). За основу вихідних даних КМ обрано такі характеристики КМП:

$$m = 1000 \text{ кг}, \quad c = 1000 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, \quad l = 1 \text{ м}, \quad J = \frac{ml^2}{3}. \quad (3.7)$$

Профіль опорної поверхні (2.3), якою переміщується досліджувана КМП, як це видно на рисунку 2.1, у розробленій КМ можна вирахувати як:

$$\psi = \psi_0 \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right), \quad (3.8)$$

де ψ_0 – модуль максимально можливого відхилення рельєфу опорної поверхні від горизонтальної площини;

L – характерна довжина, на якій з'являється відхилення рельєфу від значення мінімального до максимального.

Під час встановлення властивостей рельєфу опорної поверхні відповідно до (3.8) залежність від часу (2.3), що обумовлена рухом платформи, визначатиметься шляхом урахування залежності від часу (2.2) координати центру мас платформи у разі її прямолінійного руху. Підкреслимо, що рельєф опорної поверхні, якою пересувається КМП, фактично не може бути ідеальною гармонійною функцією, на кшталт (3.8). Проте згадану функцію (3.8) можна розглядати як досить вдалу апроксимацію форми опорної поверхні під час моделювання ВК рухомої КМП, адже можливо інтегрально відтворювати вплив опорної поверхні на ВК КМП. Зауважимо, що під час використання функції (3.8) доцільно враховувати і третє визначення, що відповідає (3.1).

Програма-сценарій виконання досліджень ВК у РП КМП відтворена у Додатку Б на рис. Б.1. У цій програмі, зокрема на рисунку Б.1, передбачено застосування попередньо розробленої моделі, що наведено на рисунку 3.1. До того ж, залучаються функції сценарію автоматичного форматування графіків, продемонстрованого у Додатку А на рисунку А.1. Утім результати, отримані для таких вихідних даних, щодо рельєфу опорної поверхні та руху КМП наведено на рисунку Б.1:

$$\psi_0 = 10 \text{ мм}, L = 50 \text{ м}, \quad (3.9)$$

$$v_0 = 1 \text{ м/с}; a(t) = a, a = 0,1 \text{ м/с}^2. \quad (3.10)$$

Результати обчислень згруповані відповідно до явищ, які було досліджено. Так, на рисунку 3.2 наведені результати підскакування, на рисунку 3.3 – галопування, а на рисунку 3.4 відтворено рух КМП. Зауважимо, що амплітуда підскакувань КМП, відповідно до рисунку 3.2, а не залежить від швидкості її руху, проте у разі збільшення швидкості руху збільшується і швидкість, як на рисунку 3.2, б, і прискорення підскакувань, як на рисунку 3.2, в.

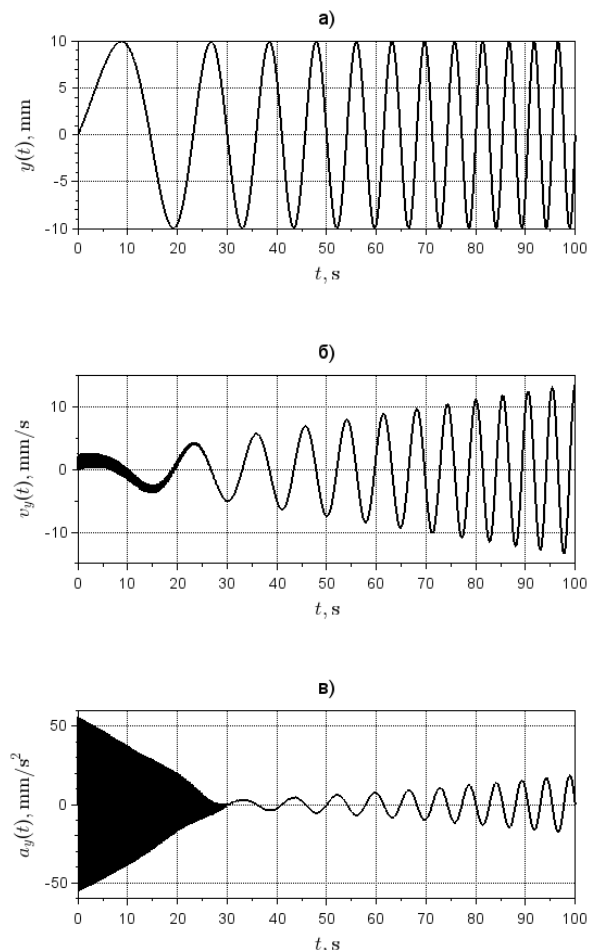


Рисунок 3.2 – Результати моделювання підскакування (а), його швидкості (б) та прискорення (в) при ВК у РП рухомої КМП на великому проміжку часу

Окрім того, можемо підкреслити, що амплітуда галопування, наведена на рисунку 3.3, а, не залежить від швидкості прямолінійного руху КМП. Разом з тим результати, що зафіксовані на рисунку 3.4, є зрозумілими, отже, відповідають прямолінійному руху КМП зі сталим прискоренням, яке, зі свого боку, відповідає лінійному закону збільшення швидкості руху протягом часу, як це продемонстровано на рисунку 3.4, б. Утім доречно звернути увагу і на зафарбовані ділянки, що присутні на графіках, відображених на рисунках 3.2 – 3.3.

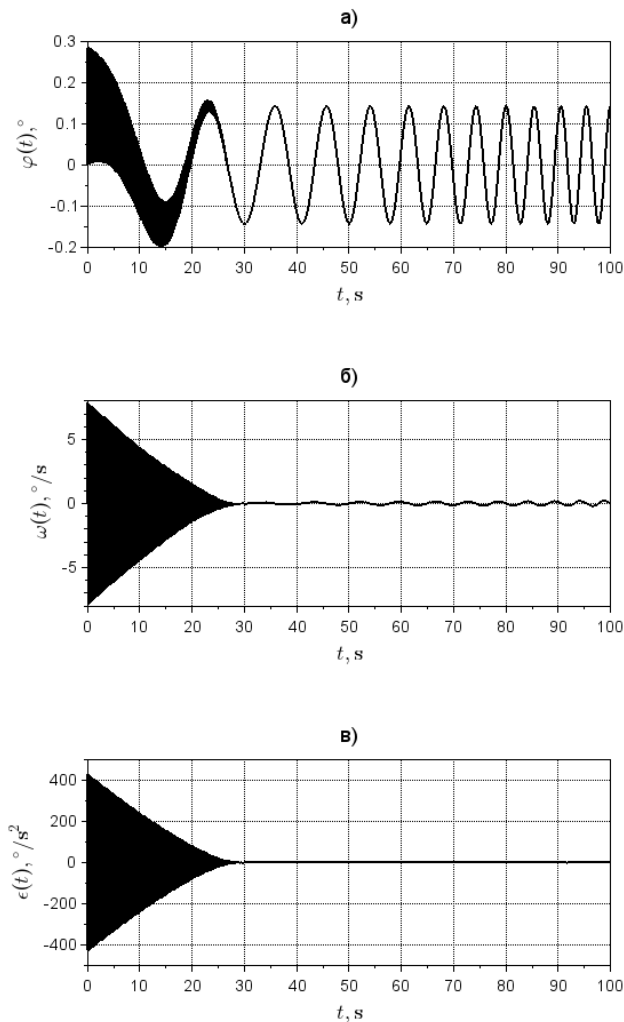


Рисунок 3.3 – Результати моделювання галопування (а), його швидкості (б) та прискорення (в) при ВК у РП рухомої КМП на великому проміжку часу

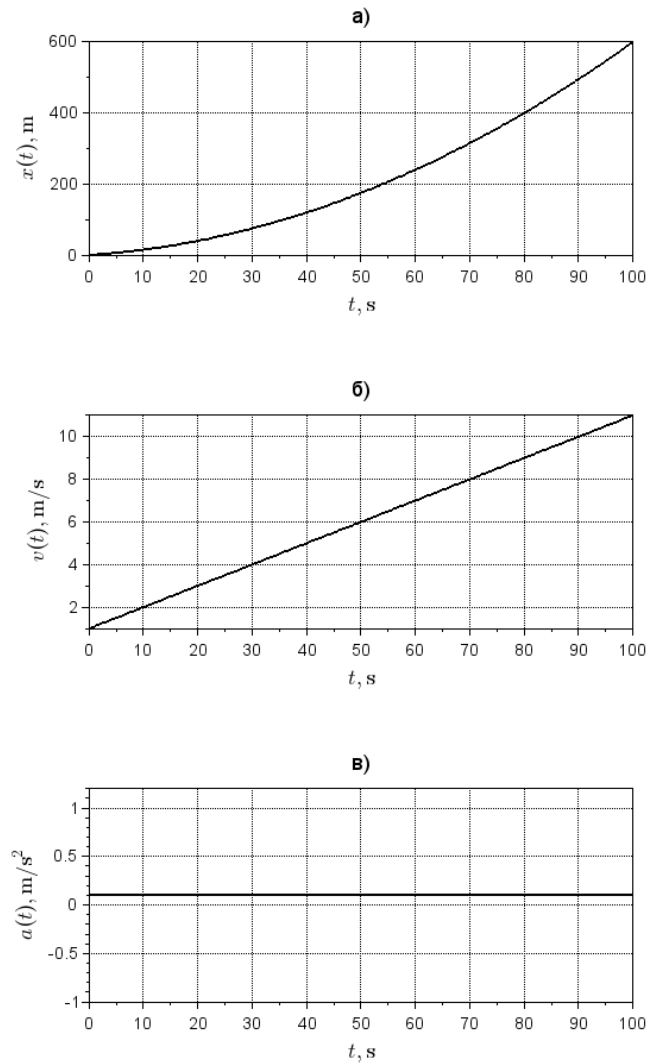


Рисунок 3.4 – Результати моделювання прямолінійного руху (а), його швидкості(б) та прискорення (в) КМП

Детальний аналіз окреслених ділянок, реалізований шляхом їхнього опрацювання на малому проміжку часу, котрі відтворено на рисунках 3.5 – 3.6, підкреслює, що зафарбованим ділянкам насамперед відповідають високочастотні коливання. Тож, з огляду на рисунки 3.2 – 3.3, можемо констатувати, що процес ВК у РП рухомої КМП, навіть у разі незначних амплітуд відхилень, може супроводжуватись як надто великими швидкостями, так і прискореннями.

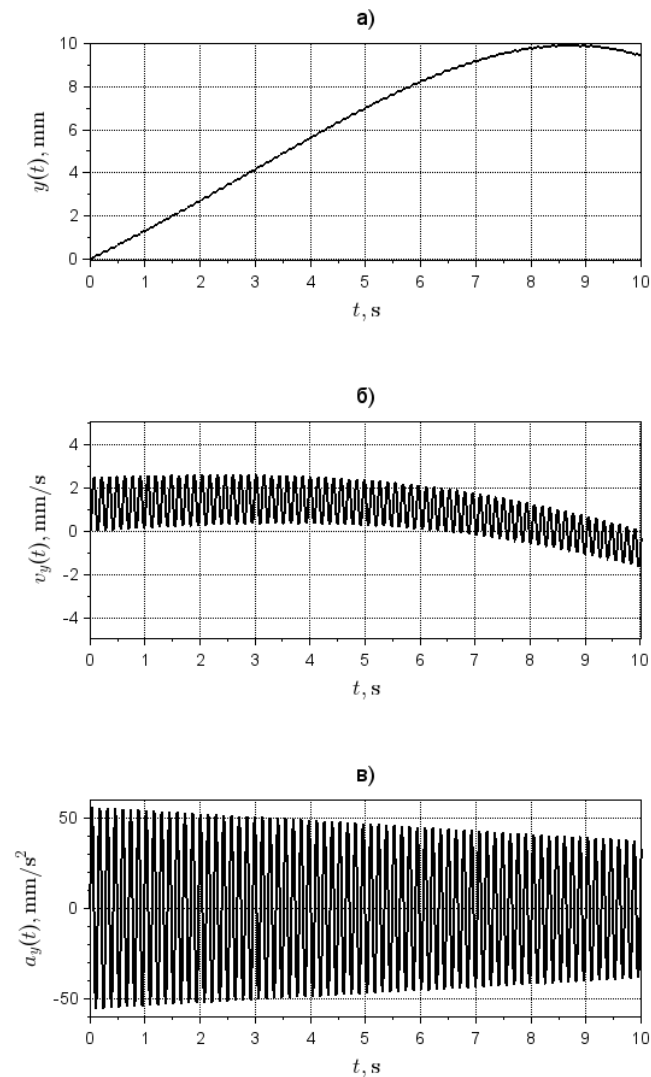


Рисунок 3.5 – Результати моделювання підскакування (а), його швидкості (б) та прискорення (в) при ВК у РП рухомої КМП на малому проміжку часу

Водночас надто високі швидкості та прискорення, що були отримані під час моделювання ВК у РП, враховуючи співвідношення (2.2) – (2.30), цілком спроможні чинити значний вплив ВК на БСА. За таких обставин нагальним стає завдання щодо визначення характерних властивостей прискорень (2.29) – (2.31) у точках КМП з метою встановлення найменш і найбільш небезпечних місць для монтажу БСА на КМП.

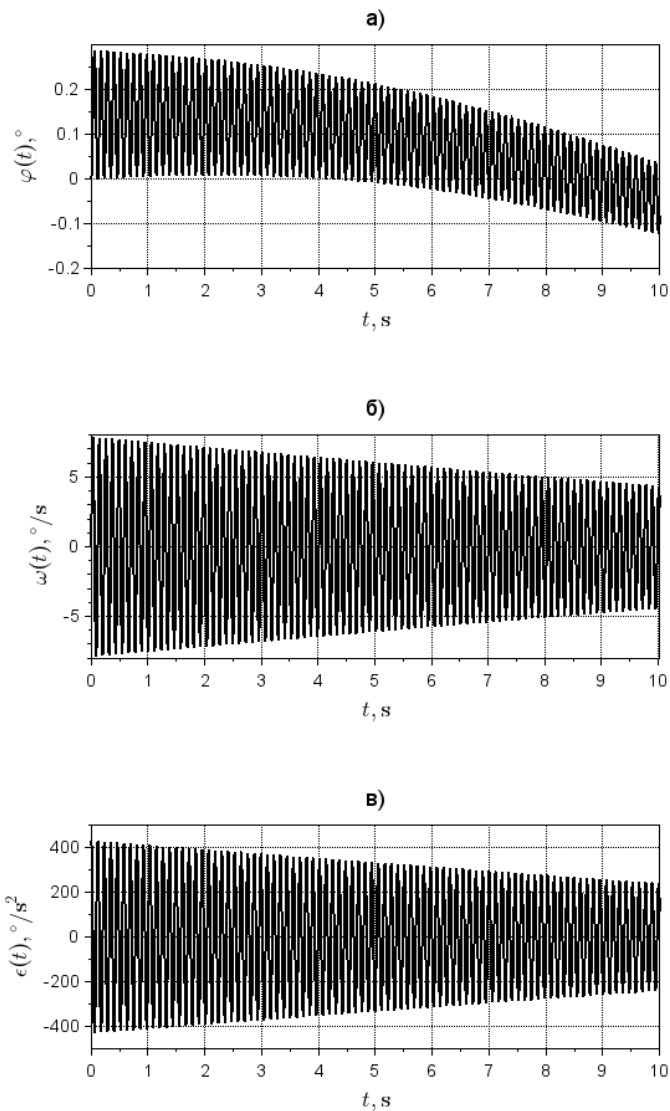


Рисунок 3.6 – Результати моделювання галопування (а), його швидкості(б) та прискорення (в) при ВК у РП рухомої КМП на малому проміжку часу

Окрім того, зауважимо, що в умовах додавання надмірної кількості різних вихідних даних, на кшталт досліджуваної КМП, ВК у РП, що залежить і від властивостей опорної поверхні (3.9), і від властивостей прямолінійного руху (3.10), можливості ж КМ щодо окреслення характерних закономірностей впливу вихідних даних на результати обчислень стають досить обмеженими. Насправді, для вихідних даних, як от (3.9) – (3.10), втілено лише окрему реалізацію досліджуваних ВК у РП рухомої КМП, тож за допомогою

обчислювальних експериментів буде важко встановити закономірності впливу вихідних даних (3.9) – (3.10) на досліджувані ВК у РП КМП.

Розглянувши умови для встановлення закономірностей впливу вихідних даних на результати обчислень, можемо припустити, що найбільш зручним вважається встановлення аналітичних залежностей, тобто тих, що відповідають різним спрощеним окремим випадкам ВК у РП рухомої КМП, які, зі свого боку визначаються за допомогою ускладнених ММ. Так, отримані аналітичні залежності, що притаманні спрощеним випадкам, можуть стати підґрунтям для більш ретельного дослідження з використанням удосконаленого КМ ВК у РП рухомої КМП.

Підсумуємо, що найбільш ефективним шляхом дослідження ВК рухомої КМП можна вважати сумісне застосування аналітичних досліджень і КМ, адже це власне дозволить визначати вплив складних комбінації вихідних даних на досліджувані процеси ВК у РП рухомої КМП.

3.2 Вертикальні коливання ресорної підвіски під час рівномірного руху

Рівномірний рух КМП може характеризуватися нульовим прискоренням:

$$a(t) = 0. \quad (3.11)$$

Враховавши значення (3.11) прискорення розв'язок диференціального рівняння (2.17) із останніми двома початковими умовами (2.18) доцільно записати так:

$$x(t) = v_0 t. \quad (3.12)$$

З огляду на отриманий розв'язок (3.12), диференціальні рівняння (2.15) та (2.16) у випадку рельєфу (3.8) опорної поверхні набудуть такого вигляду:

$$\ddot{q}_1 = -\frac{2c}{m}q_1 + \frac{c}{m}\left(\sin\left(2\pi\frac{v_0}{L}t + 2\pi\frac{l}{L}\right) + \sin\left(2\pi\frac{v_0}{L}t - 2\pi\frac{l}{L}\right)\right), \quad (3.13)$$

$$\ddot{q}_2 = -\frac{2lc}{J}q_2 + \frac{lc}{J}\left(\sin\left(2\pi\frac{v_0}{L}t + 2\pi\frac{l}{L}\right) - \sin\left(2\pi\frac{v_0}{L}t - 2\pi\frac{l}{L}\right)\right). \quad (3.14)$$

Тож, зважаючи на диференціальні рівняння (3.13) і (3.14) уведемо декілька позначень:

$$\Omega = 2\pi\frac{v_0}{L}, \quad \gamma = 2\pi\frac{l}{L}, \quad (3.15)$$

де Ω та γ – циклічна частота, а також зсув фаз зовнішніх сил, які діють на рухоми КМП з боку нерівної опорної поверхні та формують ВК цієї платформи у РП.

Отже, ввівши позначення (3.15), диференціальні рівняння (3.13) і (3.14) можемо записати так:

$$\ddot{q}_1 = -\frac{2c}{m}q_1 + \frac{c}{m}\left(\sin(\Omega t + \gamma) + \sin(\Omega t - \gamma)\right), \quad (3.16)$$

$$\ddot{q}_2 = -\frac{2lc}{J}q_2 + \frac{lc}{J}\left(\sin(\Omega t + \gamma) - \sin(\Omega t - \gamma)\right). \quad (3.17)$$

З огляду на диференціальні рівняння (3.16) – (3.17), які були утворені, під час рівномірного руху КМП набуваємо лінійну ММ ВК у РП рухомої КМП.

Отже, згідно з диференціальними рівняннями (3.16) – (3.17), можемо звернути увагу на те, що ВК у РП рухомої КМП обумовлені гармонійними зовнішніми силами із різними фазами проте однаковою циклічною частотою.

Утім наочно відтворити процес підсакування у РП (3.16), що діє за умови ВК рівномірно рухомої КМП, реально за допомогою лінійної ланки, продемонстрованої на рисунку 3.7, якій властива передаточна функція:

$$W_y(s) = \frac{c/m}{s^2 + \omega_y^2}, \quad (3.18)$$

де $W_y(s)$ – передаточна функція підсакування ВК рівномірно рухомої КМП;

$\omega_y^2 = \frac{2c}{m}$ – квадрат циклічної частоти підсакувань при ВК рівномірно рухомої КМП.

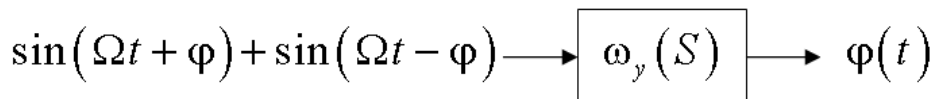


Рисунок 3.7 – Динамічна ланка підсакувань рівномірно рухомої КМП при її ВК у РП

З метою отримання АЧХ підсакувань рівномірно рухомої КМП, спершу вираховуємо передаточну функцію (3.18) для уявного значення $s = i\Omega$, у якому i позначає уявну одиницю, таку, що $i^2 = -1$.

Як підсумок отримуємо таке значення передаточної функції:

$$W_y(i\Omega) = \frac{c/m}{\omega_y^2 - \Omega^2}. \quad (3.19)$$

Відповідно до виразу (3.19) передаточної функції (рис. 3.7), АЧХ підсакувань за умови ВК у РП прямолінійно рухомої КМП запишемо як:

$$A_y(\Omega) = \frac{c/m}{\omega_y^2 - \Omega^2} \Rightarrow A_y(\Omega) = \frac{1/2}{1 - \Omega^2/\omega_y^2}, \quad (3.20)$$

де враховано введений до передаточної функції (3.18) квадрат циклічної частоти підскакувань за умови ВК рівномірно рухомої КМП.

З метою встановлення характерних властивостей підскакувань за умови ВК у РП КМП врахуємо АЧХ (3.20), введenu у форматі (3.15) циклічну частоту зовнішніх сил, які впливають на рівномірно рухому КМП з боку нерівної опорної поверхні, і зі свого боку, формують ВК у РП цієї платформи, тож у результаті отримаємо:

$$A_y \left(\frac{v_0}{\omega_y L} \right) = \frac{1/2}{\left| 1 - 4\pi^2 \frac{v_0^2}{\omega_y^2 L^2} \right|}. \quad (3.21)$$

Так, амплітуду підскакувань за умови ВК у РП прямолінійно рухомої КМП завдяки виразу (3.21) можемо прорахувати через співвідношення між швидкістю руху, власною циклічною частотою підскакувань у РП, а також характерною довжиною, на якій присутнє відхилення рельєфу від мінімального до максимального значення.

Окрім того, матимемо резонанс підскакувань за умови ВК у РП прямолінійно рухомої КМП, відповідно до виразу (3.21), якщо швидкість руху задовольнятиме умові:

$$\frac{v_0}{\omega_y L} = \frac{1}{2\pi}. \quad (3.22)$$

Підкреслимо, що рівність (3.22) може бути доречною за умови обмеження швидкості руху КМП.

Утім процес галопування у РП (3.17), що реалізується за умови ВК рівномірно рухомої КМП, можна відтворити за допомогою лінійної ланки,

продемонстрованої на рисунку 3.8, до того ж, вона має таку передаточну функцію:

$$W_{\varphi}(s) = \frac{lc/J}{s^2 + \omega_{\varphi}^2}, \quad (3.23)$$

де $W_{\varphi}(s)$ – передаточна функція галопування ВК рівномірно рухомої КМП;

$$\omega_{\varphi}^2 = \frac{2lc}{J} \quad \text{– квадрат циклічної частоти галопування за умови ВК}$$

рівномірно рухомої КМП.

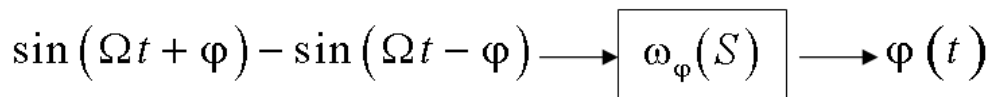


Рисунок 3.8 – Динамічна ланка галопування рівномірно рухомої КМП при її ВК у РП

З метою отримання АЧХ галопування рівномірно рухомої КМП, спершу обчислимо передаточну функцію (3.23) для уявного значення $s = i\Omega$. Таким чином, матимемо значення передаточної функції:

$$W_{\varphi}(i\Omega) = \frac{lc/J}{\omega_{\varphi}^2 - \Omega^2}. \quad (3.24)$$

Відтак, врахувавши вираз (3.24) передаточної функції (рис. 3.8), власне АЧХ галопування за умови ВК у РП прямолінійно рухомої КМП набуде такого формату:

$$A_{\varphi}(\Omega) = \frac{lc/J}{\omega_{\varphi}^2 - \Omega^2} \Rightarrow A_{\varphi}(\Omega) = \frac{1/2}{1 - \Omega^2/\omega_{\varphi}^2}, \quad (3.25)$$

де враховано введений у передаточній функції (3.23) квадрат циклічної частоти галопування за умови ВК рівномірно рухомої КМП.

З метою окреслення характерних властивостей галопування за умови ВК у РП КМП врахуємо в АЧХ (3.25) введени згідно з (3.15) циклічну частоту зовнішніх сил, які діють на рівномірно рухому КМП з боку нерівної опорної поверхні, окрім того, формують ВК у РП цієї платформи. Тож результат виглядатиме так:

$$A_{\varphi} \left(\frac{v_0}{\omega_{\varphi} L} \right) = \frac{1/2}{\left| 1 - 4\pi^2 \frac{v_0^2}{\omega_{\varphi}^2 L^2} \right|}. \quad (3.26)$$

Отже, амплітуда галопування за умови ВК у РП прямолінійно рухомої КМП відповідно до виразу (3.26) встановлюється співвідношенням між швидкістю руху, власною циклічною частотою галопування у РП, а також характерною довжиною, на якій простежується відхилення рельєфу від мінімального до максимального значення.

З іншого боку, вираз (3.26) засвідчує, резонанс галопування за умови ВК у РП прямолінійно рухомої КМП може проявлятися, коли швидкість руху задовольнятиме умові:

$$\frac{v_0}{\omega_{\varphi} L} = \frac{1}{2\pi}. \quad (3.27)$$

Тож рівність (3.27) набуває вагомості за умови обмеження швидкості руху КМП.

Зауважимо, що порівняння виразів (3.21) – (3.27) підкреслює певну схожість АЧХ підскакування та галопування досліджуваної КМП, що рухається зі сталою швидкістю. Тому додамо ще одну величину:

$$\omega = 2\pi \frac{v_0}{L} \begin{cases} 1/\omega_y, & \text{випадок підскакування,} \\ 1/\omega_\phi, & \text{випадок галопування,} \end{cases} \quad (3.28)$$

$$A = \begin{cases} A_y, & \text{випадок підскакування,} \\ A_\phi, & \text{випадок галопування,} \end{cases} \quad (3.29)$$

де ω – нормована узагальнена циклічна частота зовнішніх впливів, які спричиняють появу підскакувань і галопування у РП рівномірно рухомої КМП;

A – узагальнена амплітуда, котра визначає амплітуду підскакувань і галопування у РП рівномірно рухомої КМП.

За допомогою введених величин (3.28) – (3.29) АЧХ (3.21) – (3.27) натомість запишуться в тотожному вигляді:

$$A(\omega) = \frac{1/2}{|1 - \omega^2|}. \quad (3.30)$$

Так, задля створення узагальненої АЧХ (3.30) ВК рівномірно рухомої КМП розроблено спеціальну програму-сценарій, текст якої продемонстровано у Додатку В на рис. В.1. таким чином, матимемо узагальнену АЧХ ВК досліджуваної рівномірно рухомої КМП, на кшталт відтвореної на рисунку 3.9. Такий результат відповідно до рисунку 3.9 підтверджує значне підвищення амплітуд ВК досліджуваної рівномірно рухомої КМП власне тоді, коли нормована узагальнена циклічна частота (3.28) набуває значення $\omega \approx 1$. Тож уникнення режимів руху досліджуваної КМП, яким властиве значення $\omega \approx 1$, буде доцільним.

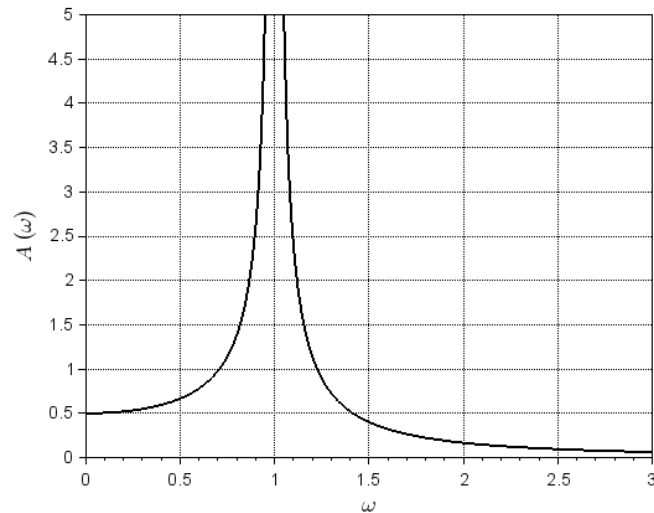


Рисунок 3.9 – Узагальнена АЧХВК рівномірно рухомої КМП

Хоч наочно узагальнена АЧХ (3.30) і відтворює небезпеку режимів руху досліджуваної платформи, які відповідають значенню $\omega \approx 1$, проте більш інформативним стане тотожне представлення АЧХ (3.21), (3.26) ВК у РП для досліджуваної рівномірно рухомої КМП як АЧХ:

$$A_y(v_0) = \frac{1/2}{\left| 1 - \frac{4\pi^2}{\omega_y^2 L^2} v_0^2 \right|}, \quad (3.31)$$

$$A_\varphi(v_0) = \frac{1/2}{\left| 1 - \frac{4\pi^2}{\omega_\varphi^2 L^2} v_0^2 \right|}. \quad (3.32)$$

Програму-сценарій дослідження амплітудно-швидкісних властивостей (3.31) – (3.32) для вихідних даних (3.7) продемонстровано у Додатку В на рисунку В.2. Результати розрахунків, наведені на рисунку 3.10, підтверджують, що вигляд амплітудно-швидкісних характеристик (3.31) – (3.32) досліджуваної рівномірно рухомої КМП істотно залежить від стану опорної поверхні (3.8), який окреслюється величиною L характерної довжини, на інтервалі якої проявляється відхилення рельєфу від мінімального до максимального значення.

Відповідно до рисунку 3.10 спостерігаємо, що за умови $L = 10$ м допустима швидкість руху КМП майже не обмежується, а за умови $L = 1$ м допустима швидкість руху значно обмежується, тому перебільшити величини $v_0 \approx 15$ км/год не зможе, адже безпідставне намагання підвищення швидкості ще більше може призвести до пошкоджень деталей ресорного підвішування. Тож нові данні щодо швидкостей руху КМП, які, зі свого боку, відповідають резонансу підскакування, а також галопування у РП внесені до таблиці 3.1.

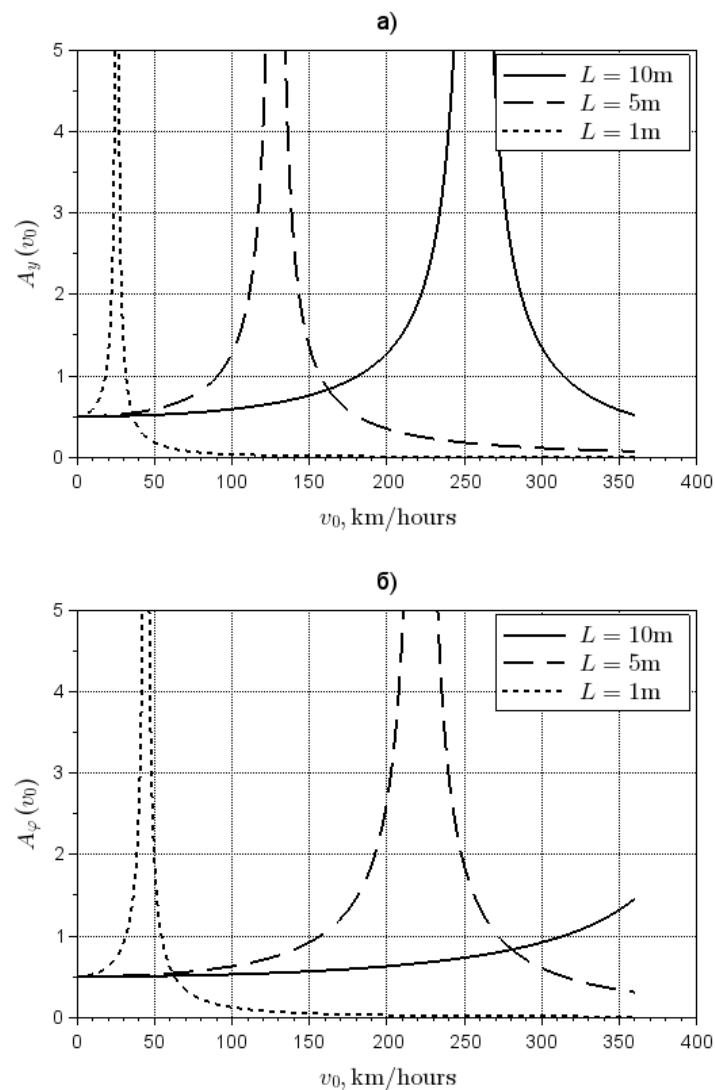


Рисунок 3.10 – Амплітудно-швидкісна характеристика підскакувань (а) та галопування (б) при ВК у РП рівномірно рухомої КМП

Таблиця 3.1 – Резонансна швидкість КМП для різних складових ВК

$L, \text{ м}$	Резонансна швидкість, м/с (км/год)	
	підскакування	галопування
10	71,176254 (256,23452)	123,28089 (443,81120)
5	35,588127 (128,11726)	61,640444 (221,90560)
1	7,1176254 (25,623452)	12,328089 (44,381120)

Амплітудно-швидкісні властивості ВК досліджуваної КМП дозволяють встановлювати обмеження на швидкість руху КМП, зважаючи на стан опорної поверхні (дорожнього покриття). Отже, задля більш ретельного дослідження ВК досліджуваної рухомої КМП доцільним стане доповнення одержаних результатів КМ для швидкостей руху платформи, що у разі заданого стану опорної поверхні, тобто параметр набуде значення L , менші, тож дорівнюватимуть більшим відповідним резонансним значенням, які зафіксовані у таблиці 3.1.

Опрацюємо ВК досліджуваної рівномірно рухомої КМП для таких значень: $L=1 \text{ м}$, $v_0=1 \text{ м/с}$, $v_0=7,1176254 \text{ м/с}$, $v_0=10 \text{ м/с}$.

Для КМ ВК досліджуваної рівномірно рухомої КМП застосуємо розроблену модель, яку вже розглядали вище на рисунку 3.1, сумісно із програмою-сценарієм, продемонстрованою на рисунку Б.1, в якій доречно враховувати значення (3.33) відповідним чином.

Результати КМ ВК рівномірно рухомої КМП за умови швидкості, меншої за резонансну, відображені на рисунках 3.11 – 3.12. Так, підскакування у РП, зафіксоване на рисунку 3.11, а, є значно малими, натомість швидкості та прискорення підскакувань, продемонстровані на рисунках 3.11, б та 3.11, в стають надто помітними.

Підсумуємо, що питання про вплив на БСА набули актуальності через помітні значення прискорень, відображені на рисунку 3.11, за умов підскакувань рівномірно рухомої КМП, навіть у разі швидкостей, що менші за

швидкість резонансу. Водночас звернемо увагу на те, що галопування, продемонстровані на рисунку 3.12, є настільки малими, що ними можна нехтувати. До того ж, поява незначного галопування зумовлюється тим, що значення швидкості набагато менше, ніж значення, котрі відповідають резонансу галопування, наведені у таблиці 3.1 досліджуваної КМП.

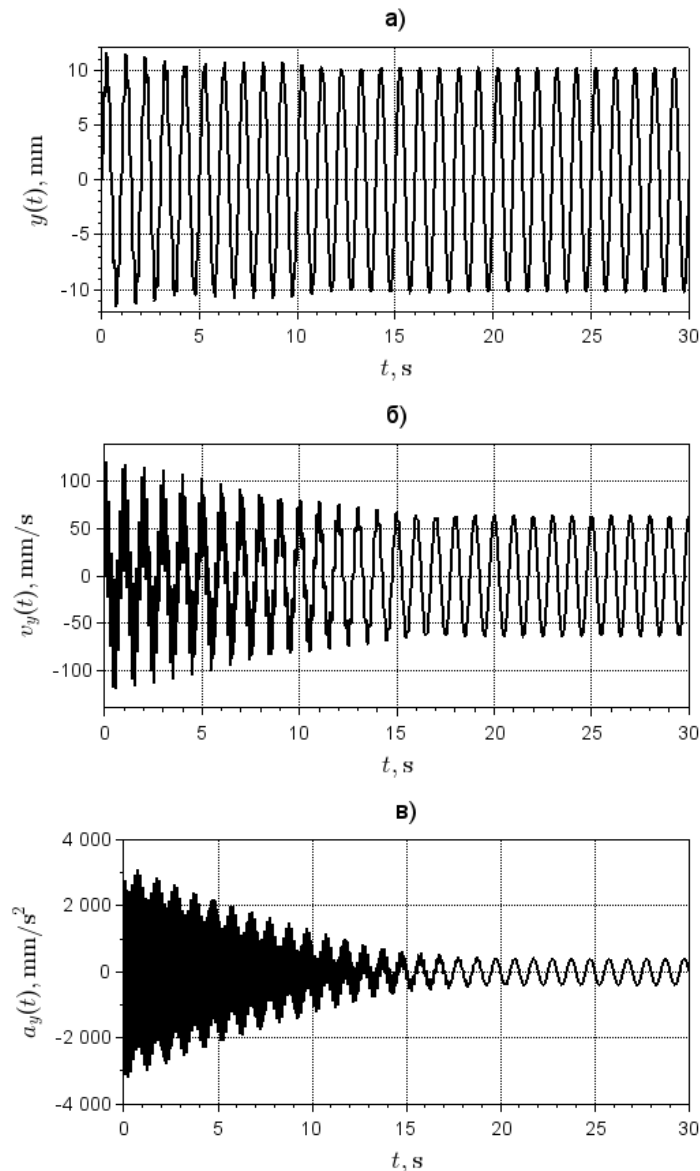


Рисунок 3.11 – Підсакування (а), його швидкість (б) і прискорення (в) рівномірно рухомої КМП для швидкості, що менша за резонансну

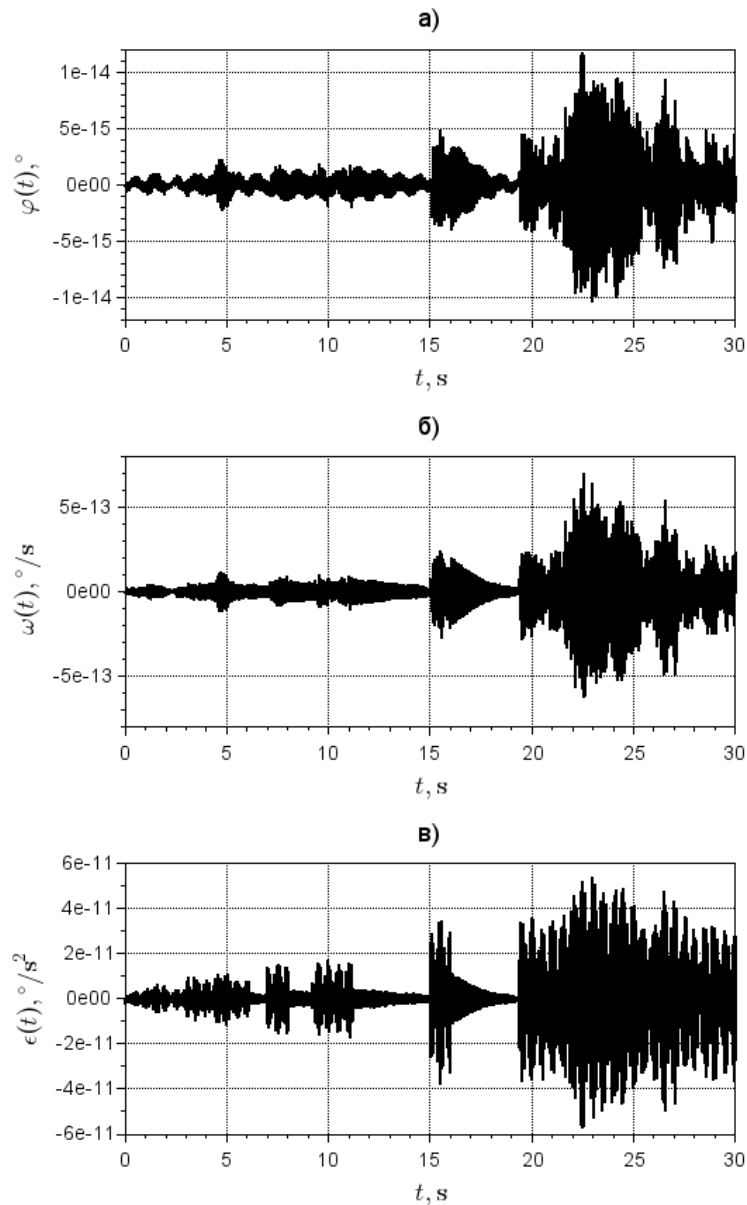


Рисунок 3.12 – Галопування (а), його швидкість (б) і прискорення (в) рівномірно рухомої КМП для швидкості, меншої за резонансну

Результати КМ ВК рівномірно рухомої КМП за умови швидкості, котра дорівнює резонансній, продемонстровані на рисунках 3.13 – 3.14. Зазначимо, що підскакування у РП, як-от на рисунку 3.13, збільшуються протягом часу, власне це і буде ознакою резонансу. До того ж, можемо підкреслити, що галопування у РП, відображені на рисунку 3.14, є настільки малими, отже, ними можна нехтувати. Втім незначне галопування обумовлене тим, що значення

швидкості набагато менше ніж значення, що, зі свого боку, відповідають резонансу галопування, наведених у таблиці 3.1, досліджуваної КМП.

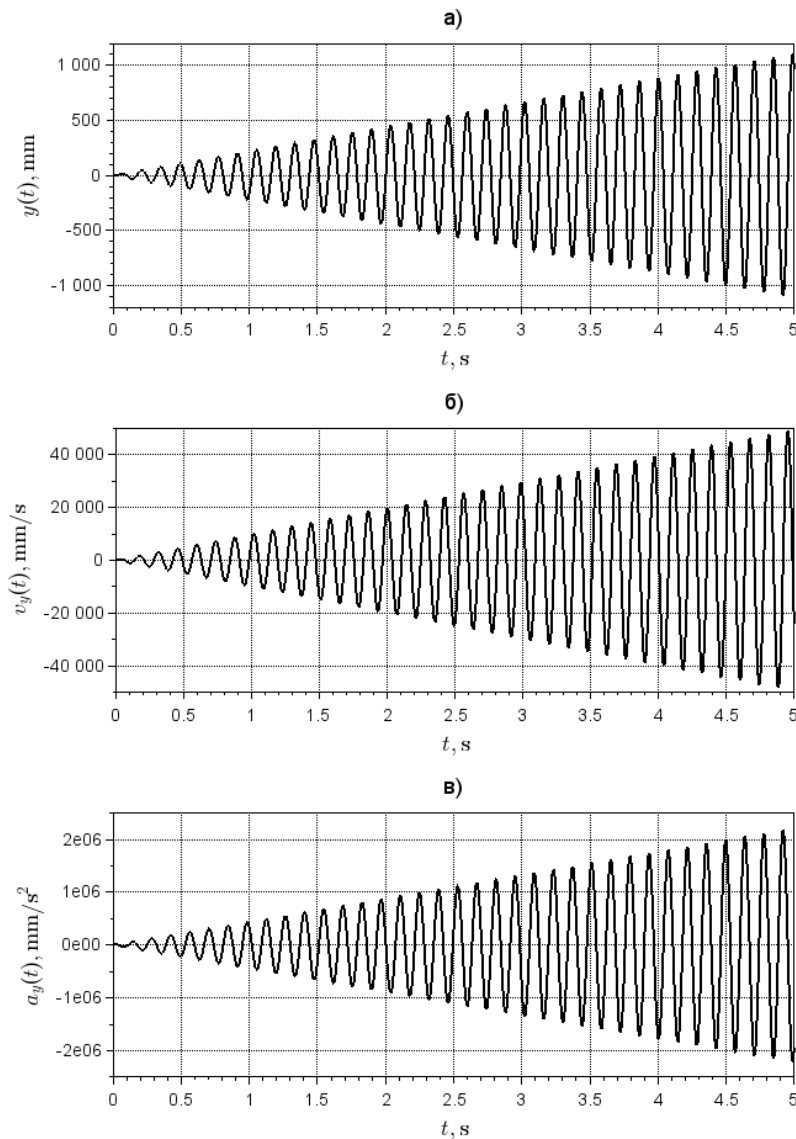


Рисунок 3.13 – Підскакування (а), його швидкість (б) і прискорення (в) рівномірно рухомої КМП для швидкості, що дорівнює резонансній

Результати КМ ВК рівномірно рухомої КМП за умови швидкості, що перевищує резонансну, продемонстровані на рисунках 3.15 – 3.16. Згідно з результатами, отримуємо, що підскакування рухомої КМП, відтворені на рисунку 3.15, є досить малими, проте водночас як швидкості, так і прискорення підскакувань стають значно помітними. Окрім того, галопування, зображені на

рисунку 3.16, настільки малі що ними цілком можна нехтувати. Тож мале галопування обумовлене тим, що власне значення швидкості набагато менше, ніж значення, що, зі свого боку, відповідають резонансу галопування, зафіксованому у таблиці 3.1 досліджуваної КМП.

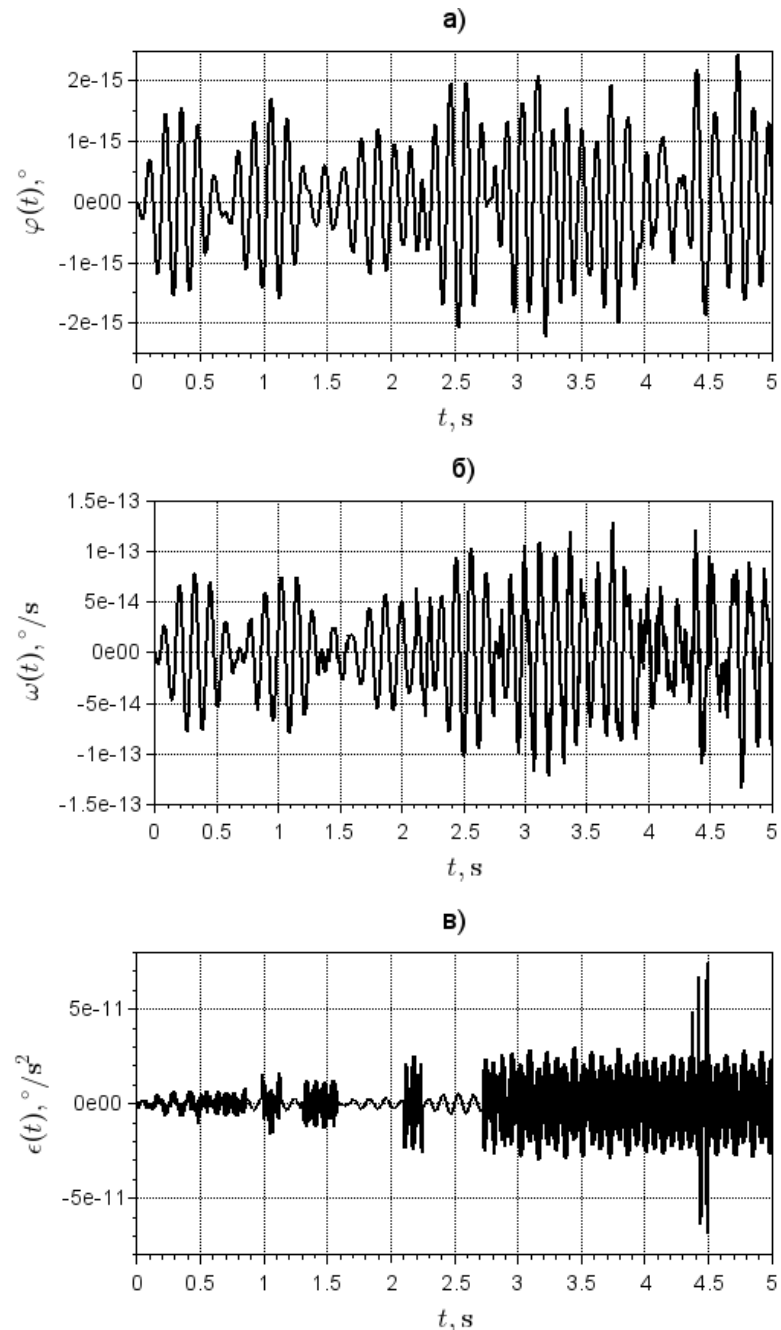


Рисунок 3.14 – Галопування (а), його швидкість (б) і прискорення (в) рівномірно рухомої КМП для швидкості, що дорівнює резонансній

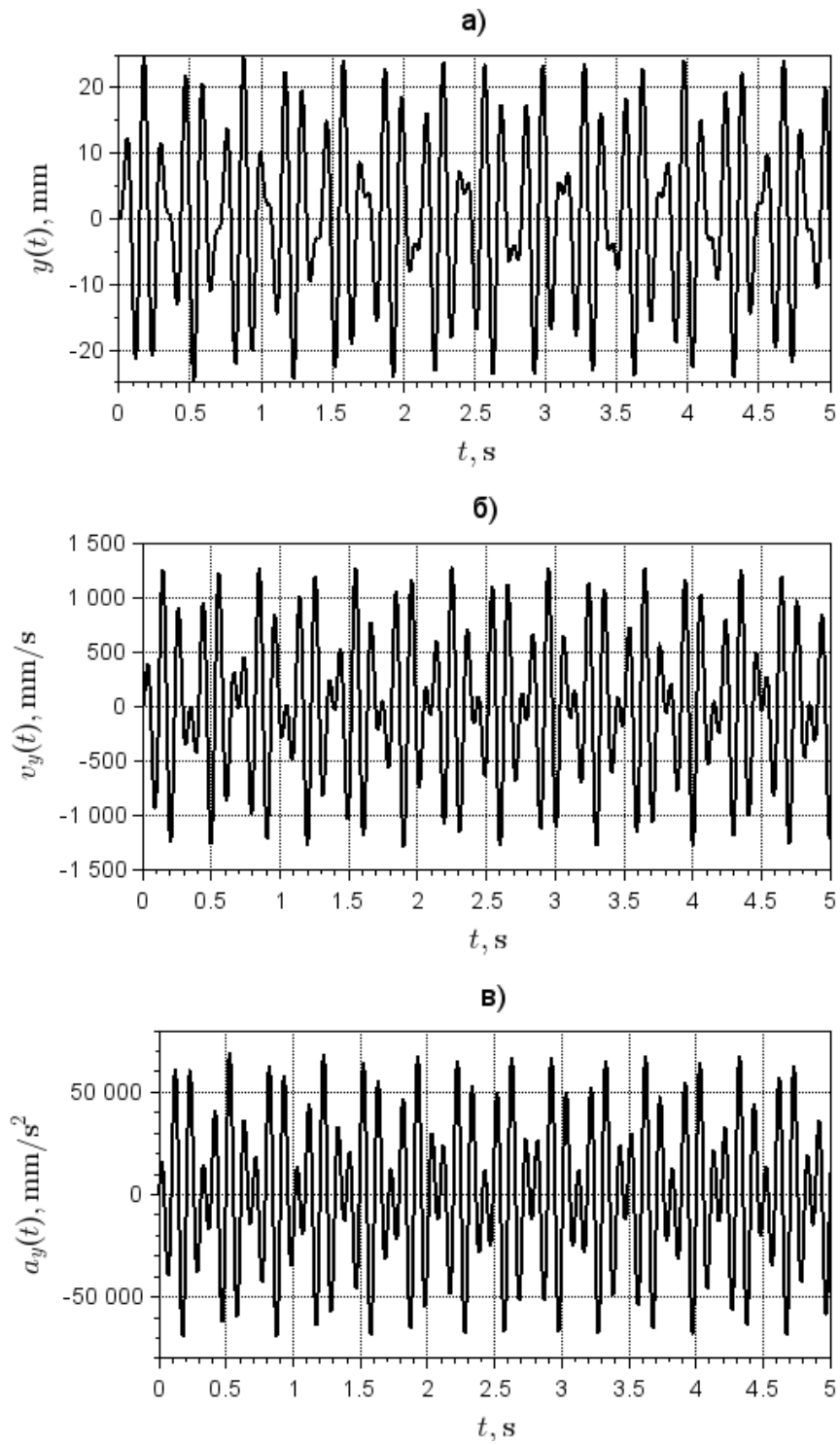


Рисунок 3.15 – Підскакування (а), його швидкість (б) і прискорення (в) рівномірно рухомої КМП для швидкості, що більше резонансної

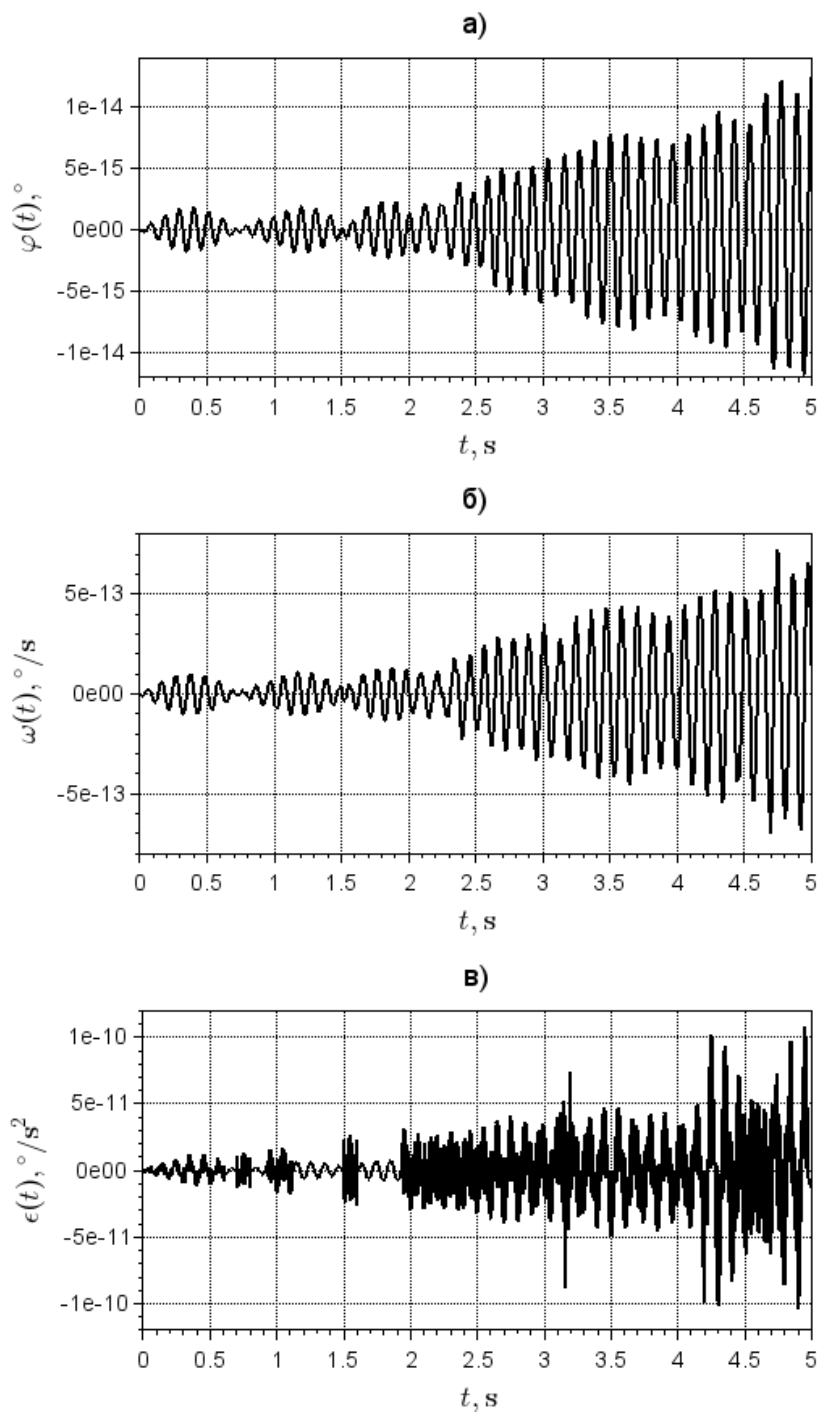


Рисунок 3.16 – Галопування (а), його швидкість (б) і прискорення (в) рівномірно рухомої КМП для швидкості, що більше резонансної

3.3 Вплив вертикальних коливань на бортові системи автоматизації

ВК у РП є наслідком взаємодії рухомої КМП із нерівною опорною поверхнею, що впливають на БСА через прискорення (2.29) – (2.31).

Зі свого боку, прискорення як результат ВК у РП рухомої КМП переважно впливають на мехатронні та мікроелектромеханічні бортові системи, на кшталт акселерометри. Однак зазначений вплив може бути нагальним і для власне електронних приладів та пристроїв шляхом зміни опору електричних контактів і з'єднань за умов їхнього деформування силами інерції, котрі виникають завдяки відповідними прискореннями.

Так, результати КМ ВК, які були отримані заздалегідь, відповідають різним швидкостям руху, зокрема із меншим, із рівним або більшим значення, котра, зі свого боку, відповідає резонансу, галопуванню у РП у разі досліджуваної КМП є настільки малими, відтак ними можна нехтувати. З огляду на таке незначне галопування, прискорення (2.29) – (2.31) власне не залежатиме від місця розташування приладу на корпусі КМП, однак буде визначатися виключно прискоренням центру мас платформи. Зважаючи на окреслені обставини, відтак розглянемо КМ прискорення (2.29) – (2.31) приладу із такими координатами $\xi_p = 0$, $\eta_p = 0$.

Так, програма-сценарій дослідження прискорення (2.29) – (2.31) бортового приладу із координатами відповідно до (3.34), що також ґрунтується на розробленій раніше моделі, представленої на рисунку 3.1, відтворена в Додатку Г на рисунку Г.1.

Окрім того, результати КМ прискорень за допомогою розроблених засобів, продемонстрованих на рисунках 3.1 і Г.1, відображені на рисунку 3.17.

Підкреслимо, що прискорення бортового приладу, як-от на рисунку 3.17, б, цілком відповідають швидкості, котра дорівнює резонансу підскакувань у РП рівномірно рухомої КМП, тобто будуть доволі великими, адже є наслідком резонансу.

Утім природно, що резонанс підскакувань може спричинити як порушення роботи, так і пошкодити БСА через надто великі прискорення.

Отже, функціонування БСА практично неможлива за умови резонансу підскакувань ВК рухомої КМП.

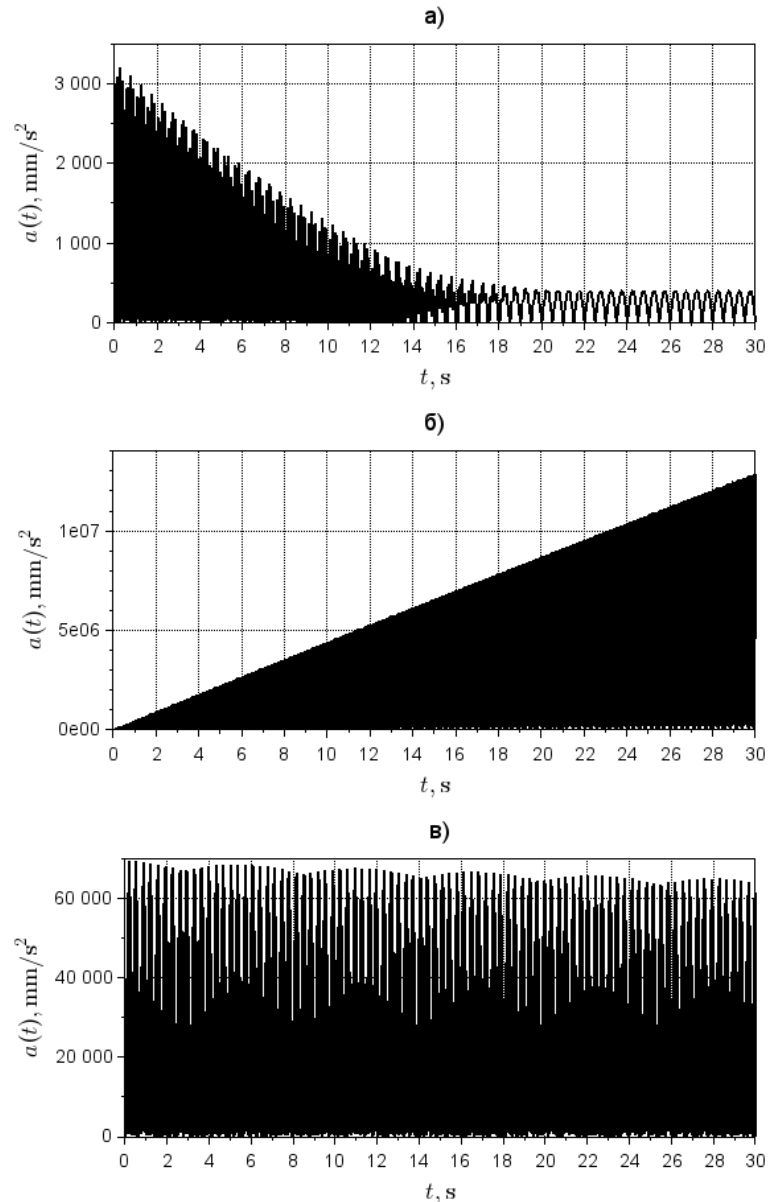


Рисунок 3.17 – Прискорення бортового пристрою, закріпленого навколо центру мас рівномірно рухомої КМП при швидкості, що менше (а), дорівнює (б) або перевищує (в) резонансу

Проаналізувавши рисунок 3.17 а, можемо констатувати, що прискорення бортового приладу відповідає швидкості, котра є меншою значення, що, зі свого боку, відповідає резонансу підскакувань у РП рівномірно рухомої КМП, тож вони можуть бути надто помітними на початку руху, однак протягом часу вони зменшуються до порівняно невеликих значень. Водночас зауважимо, що навіть значно менше прискорення, котре встановлюється протягом часу, як-от

на рисунку 3.17, а, все ж таки містить досить помітну величину, зокрема вона становить $a \approx 0,5\text{м/с}^2$. Тож проблема щодо впливу ВК на БСА набула вагомості, адже окреслений вплив може бути досить помітним, навіть, для відносно невеликих швидкостей руху досліджуваної КМП.

До того ж, прискорення бортового приладу, що продемонстровано на рисунку 3.17, в, відповідає швидкості, котра більша значення, відповідного резонансу підскакувань рівномірно рухомої КМП, отже, досить великі.

Підсумуємо, що експлуатація БСА, на досліджуваній КМП, що рухається на високих швидкостях, повинна бути ретельно обґрунтованою як з точки зору уникнення їхнього пошкодження силами інерції, так і з точки зору можливого впливу на результати вимірювань прискорень при ВК.

3.5 Висновки до третього розділу

КМ рухомих КМП розроблено із застосуванням обчислювальних методів щодо розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь із початковими умовами, що представляють ММ досліджуваних платформ.

Власне результат КМ підтверджує, що утворюється значне підвищення амплітуд ВК досліджуваної рівномірно рухомої КМП у випадках, коли нормована узагальнена циклічна частота набуває значення $\omega \approx 1$. З огляду на це, можемо стверджувати, що режими руху досліджуваної платформи, що відповідають значенню $\omega \approx 1$ все-таки необхідно уникати.

Отже, проблема щодо впливу ВК на БСА наразі є актуальною, оскільки такий вплив цілком може бути помітним, навіть за умов відносно невеликих швидкостей руху досліджуваної КМП.

4 ЗАХОДИ З БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БЕЗПЕЧНИХ УМОВ ПРАЦІ

4.1 Аналіз умов праці на робочому місці

На робочому місці оператора ПК згідно виникають небезпечні та шкідливі фактори: підвищений рівень шуму, несприятливі мікрокліматичні умови, недостатній рівень освітленості, шкідливі речовини, підвищений рівень електромагнітних випромінювань радіочастот, висока напруга електричної мережі, статична електрика та інші. Робота з ПК супроводжується також підвищеним ступенем напруженості трудового процесу. При систематичному впливі виробничих факторів, які не відповідають нормативним показникам, зростає рівень професійно зумовленої захворюваності працюючих та можуть виникнути професійні захворювання органів зору, руху, нервової системи. Таким чином, вивчення умов праці на робочому місці оператора ПК є необхідною умовою запобігання негативних наслідків впливу небезпечних та шкідливих факторів.

Організація робочого місця. Приміщення, в якому знаходиться робоче місце оператора ПК, загальною площею 48 м², і висотою стелі 3,5 м. У приміщенні знаходиться 6 робочих місць з ПК. Кожне робоче місце обладнане робочим столом, стільцем та персональним комп'ютером, що складається з монітора, системного блоку, клавіатури та миші.

4.2 Промислова безпека на робочому місці

Живлення ПК здійснюється від трифазної чотириьох електричної мережі змінного струму з глухо-заземленою нейтраллю і напругою 220 В, частотою 50 Гц. Згідно НПАОП 40.1-1.21-98 приміщення можна віднести до категорії без підвищеної безпеки, так як в приміщенні відсутні чинники, які викликають

підвищену або особливу безпеку.

Для створення безпечних умов праці необхідно провести ряд організаційних і технічних заходів. Згідно НПАОП 40.1-1.32-01 для запобігання ураження людини електричним струмом в приміщенні застосовується система занулення.

4.3 Виробнича санітарія у приміщенні

Робота оператора ПК за енерговитратами відноситься до категорії легких робіт. В таблиці 4.1 наведені оптимальні параметри мікроклімату в приміщеннях, де виконуються роботи операторського типу [20].

Таблиця 4.1 – Параметри мікроклімату для приміщень з ПК

Період року	Параметр мікроклімату	Величина
Холодний	Температура повітря в приміщенні; відносна вологість; швидкість руху повітря	22 – 24 °С; 40 – 60 %; до 0,1 м/с
Теплий	Температура повітря в приміщенні; відносна вологість; швидкість руху повітря	23 – 25 °С; 40 – 60 %; 0,1 – 0,2 м/с

Виміряні за допомогою приладів температура та вологість у лабораторії відповідають вказаним у таблиці для теплого періоду року. Слід зазначити, що для нормалізації параметрів мікроклімату слід використовувати у приміщеннях кондиціонування повітря, або забезпечити подачу свіжого повітря системами вентиляції.

Лабораторія, де виконується розробка конструкції модуля, має наступні характеристики:

- площа приміщення 48 м² (8×6 м);

- висота – 3,5 м;
- кількість робочих місць – 6 шт.;
- обладнання – стіл з ПК і периферією – 6 шт.

Приміщення, відповідно до ДНАОП 0.00-1.31-99, має забезпечувати 6 м² площі та 20 м³ обсягу на одне окреме робоче місце з ПК [20]. Площа приміщення 48 м² та об'єм 168 м³, на кожне робоче місце приходиться 8 м² площі і об'єм 28 м³, тобто вимога виконана.

Приміщення з ПК повинні мати природне і штучне освітлення відповідно до ДБН В.25-28-2006 «Природне і штучне освітлення». Природне світло повинно проникати через бічні світлові прорізи, зорієнтовані, як правило, на північ або північний схід, і забезпечувати коефіцієнт природної освітленості (КПО) не нижче 1,5 %.

Рівень загального штучного освітлення приміщення можна перевірити за допомогою методу питомої потужності, викладеної в [20].

Розрахункова формула методу:

$$W = \frac{W_{\Sigma}}{S}, \quad (4.1)$$

де W – питома потужність, Вт/м²;

S – площа приміщення, м²;

W_{Σ} – загальна потужність освітлювальної установки Вт, яка розраховується за формулою:

$$W_{\Sigma} = W_{cv} \cdot n_{cv}, \quad (4.2)$$

де W_{cv} – потужність одного світильника, Вт;

n_{cv} – кількість світильників в приміщенні.

$$W_{\Sigma} = 100 \cdot 4 = 400 \text{ Вт}, \quad (4.3)$$

$$W = \frac{400}{48} = 8,33 \text{ Вт/м}^2. \quad (4.4)$$

Питомої потужності 8,33 Вт/м² по таблиці Б.3 із [20] відповідає освітленість в 250 лк при мінімальній допустимій освітленості 300 лк.

Отже, для створення сприятливих зорових умов в лабораторії необхідно збільшити кількість світильників або замінити лампи в світильниках на більш потужні.

4.4 Пожежна безпека приміщення

Пожежна безпека – стан об'єкта, при якому виключається можливість пожежі, а у випадку його виникнення запобігає вплив на людей небезпечних факторів пожежі й забезпечується захист матеріальних цінностей.

Пожежна безпека забезпечується системою запобігання пожежі й системою пожежного захисту. У всіх службових приміщеннях обов'язково повинен бути «План евакуації людей при пожежі», що регламентує дії персоналу у випадку виникнення вогнища загоряння, що й указує місця розташування пожежної техніки.

Горючими компонентами у приміщенні є: перегородки, двері, підлоги, ізоляція кабелів тощо.

Протипожежний захист – це комплекс організаційних і технічних заходів, спрямованих на забезпечення безпеки людей, на запобігання пожежі, обмеження його поширення, а також на створення умов для успішного гасіння пожежі.

Джерелами запалювання у приміщенні можуть бути електронні схеми від ПК, прилади, застосовувані для технічного обслуговування, пристрою електроживлення, кондиціонування повітря, де в результаті різних порушень

утворюються перегріті елементи, електричні іскри й дуги, здатні викликати загоряння горючих матеріалів.

У сучасних ПК дуже висока щільність розміщення елементів електронних схем. У безпосередній близькості друг від друга розташовуються сполучні проведення, кабелі. При протіканні по них електричного струму виділяється значна кількість теплоти. При цьому можливо оплавлення ізоляції. Для відводу надлишкової теплоти від ПК служать системи вентиляції й кондиціонування повітря. При постійній дії ці системи являють собою додаткову пожежну небезпеку.

Енергопостачання приміщення здійснюється за допомогою трансформаторної станції та за допомогою двигун-генераторних агрегатів. На трансформаторних підстанціях особливу небезпеку представляють трансформатори які мають масляне охолодження. У зв'язку із цим перевагу слід віддавати сухим трансформаторам.

ВИСНОВКИ

Під час виконання кваліфікаційної роботи було пропрацьовано специфічність завдань, а також особливості умов функціонування КМП. Зі свого боку, це призводить до необхідності розвитку та розроблення відповідних розділів теорії руху зазначених машин. Ключовими напрямками, котрим вкрай необхідно створення розробленої теорії, визначено управління рухом, прохідність і динаміка платформи, на які, зокрема, впливають і ВК.

Під час досліджень було встановлено, що одним із пріоритетних чинників, які окреслюють умови експлуатації КМП, обрано рельєф поверхні, властивості якого суттєво впливають як на конструкцію платформи, так і методи обчислень.

У роботі опрацьовано проблеми коливання КМП, на який впливають моменти інерції її підресореної частини щодо поперечної та поздовжньої осей, адже проходять через центр ваги платформи. З'ясовано, що уразі забезпеченням керованості та стійкості доводиться також звертати увагу і на величину моменту інерції щодо вертикальної осі, оскільки проходить через центр ваги КМП.

Окрім того, було доведено, що присутність ВК, обумовлених нерівностями поверхні, де функціонують КМП, призводить до ускладнення систем керування роботизованих мобільних платформ. Це можна пояснити впливом коливань на блоки керування, гідравліку, системи зв'язку та передачі тощо.

Також було встановлено, що вертикальні прискорення спроможні значно порушувати функціонування БСА, що, зі свого боку, впливатиме відповідним чином на роботу всієї системи автоматизації.

Продемонстровано, що корисно послуговуватись і ММ, за допомогою яких можна визначати вертикальні прискорення КМП з метою оцінювання ймовірного їхнього впливу на БСА.

Утім з'ясовано, що для побудови диференціальних рівнянь ММ резонансних коливань корпусу досліджуваної КМП доцільно застосувати рівняння Лагранжа другого роду.

Проведено оцінювання вертикальних прискорень та їхнього впливу на БСА.

Окрім того, за результатами КМ було підтверджено, що значне підвищення амплітуд ВК досліджуваної рівномірно рухомої КМП утворюється за умов, коли нормована узагальнена циклічна частота набуває значення $\omega \approx 1$.

Прораховано штучне освітлення в дослідницькій лабораторії, де втілювалась кваліфікаційна робота щодо розроблення системи автоматизації з заданими частотно-амплітудними характеристиками для уникнення резонансних явищ.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Методичні вказівки з підготовки та захисту кваліфікаційної роботи здобувачами другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка, освітньо-професійних програм: «Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва», «Комп'ютеризовані та робототехнічні системи» /Упоряд. І. Ш. Невлюдов, Р. В. Артюх, В. В. Безкоровайний, Н. П. Демська, В.В.Євсєєв, О. І. Филипенко, О. М. Цимбал. Харків: ХНУРЕ, 2023. – 49 с.

2. Положення про кваліфікаційну роботу здобувача вищої освіти на другому (магістерському) рівні [Електронний ресурс]: Наказ ХНУРЕ від 06 травня 2021 р. No 143. – Режим доступу: https://nure.ua/wpcontent/uploads/Main_Docs_NURE/143-vid-06.05.2021-pro-vvedennja-v-dijurishennja-vchenoi-radi-universitetu.pdf.

3. ДСТУ 3008-15. Документація. Звіти у сфері науки та техніки. структура та правила оформлення. Введ. 2015-06-22. К. Держстандарт України, 2017. – 29 с.

5. Horovyi K., Osman A., Allakhveranov R. The impact of vertical oscillations on the work automatic control systems for the four-wheeled platform // IX International scientific and practical conference “Science and society: modern trends in a changing world” – MDPC Publishing, Vien, Austria. 2023. pp. 90-94, ISBN 978-3-954754-01-3. – Режим доступу: <https://sci-conf.com.ua/wp-content/uploads/2024/08/Science-and-Society.-Modern-Trends-in-a-Changing-World-5-7.08.23.pdf>

6. Горовий К. Ю., Осман А. Я., Аллахверанов Р. Ю. Дослідження плавності руху роботизованих колісних платформ з використанням лінійних моделей // Міжнародний науковий журнал "Інтернаука", № 7, 2023. с. 65-69, ISSN 2709-5443. – Режим доступу: <https://doi.org/10.25313/2520-2057-2024-7-10097>.

7. Горовий К. Ю., Осман А. Я., Аллахверанов Р. Ю. Дослідження динамічних параметрів чотирьохколісних платформ при стаціонарних, випадкових, безперевних та імпульсних впливах // Міжнародний науковий журнал "Інтернаука", № 7, 2023. с. 70-76, ISSN 2709-5443. – Режим доступу: <https://doi.org/10.25313/2520-2057-2024-7-10155>.

8. Горовий К. Ю., Осман А. Я., Аллахверанов Р. Ю. Математична модель вертикальних коливань чотирьохколісної платформи та їхнього впливу на бортові прилади систем автоматизації // Міжнародний науковий журнал "Інтернаука", № 8, 2023. с. 58-64, ISSN 2709-5443. – Режим доступу: <https://doi.org/10.25313/2520-2057-2024-8-10166>.

9. Lukashov Bohdan, Osman Amira, Allakhveranov Rauf. Analysis of the prerequisites for building a mathematical model of a mobile vehicle // I International scientific and practical conference “Global trends in the development of information technology and science” Stockholm, Sweden. International Scientific Unity. 2025. pp. 215-216, ISBN 979-8-89704-992-9. – Режим доступу: <https://doi.org/10.70286/isu-08.01.2025>.

10. S. Alyokhina, I. Nevliudov, Yu. Romashov, "Safe Transportation of Nuclear Fuel Assemblies by Means of Wheeled Robotic Platforms", Nuclear and Radiation Safety, vol. 3(91), 2021. – pp. 43-50,.

11. Sandip Banerjee, Boka Raton. Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications, 2nd Edition / FL: Chapman and Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, 2022, 433 pp.

12. Arakelian V., Wenger P. (Eds.) ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control / In Proceedings of the 22nd CISM IFToMM Symposium, Rennes, France, 25–28 June 2018, pp. 481-490.

13. Cheng Peng, Li Chen. Model Reference Adaptive Control Based on Adjustable Reference Model during Mode Transition for Hybrid Electric Vehicles / Mechatronics, Volume 87 (1), 2022, 102894.

14. A. H. Mohamed, D. Abidou and S. A. Maged, "LQR and PID controllers' performance on a half car active suspension system, International mobile, intelligent, and ubiquitous," computing conference, IEEE, 2021. – pp. 48-53.
15. Matrood, Mustafa & Nassar, Ameen. (2023). Improving the Dynamic Response of Half-Car Model Using Modified PID Controller. Iraqi Journal for Electrical and Electronic Engineering. 19. – pp. 52-58.
16. Kuo, C.-H.; Lin, P.-C.; Essomba, T.; Chen, G.-C. (Eds.) Robotics and Mechatronics. In Proceedings of the 6th IFToMM International Symposium on Robotics and Mechatronics (ISRM 2019), Taipei, Taiwan, 28–30 October 2019; Mechanism and Machine Science Book Series; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2020; Volume 78.
17. Zhiguo Zhao, Dan Lei, Jiayi Chen, Hangyu Li, Optimal control of mode transition for four-wheel-drive hybrid electric vehicle with dry dual-clutch transmission, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 105, 2018. – pp. 68-89,
18. Xiangyang Xu, Yinghua Liang, Mick Jordan, Peter Tenberge, Peng Dong, Optimized control of engine start assisted by the disconnect clutch in a P2 hybrid automatic transmission, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 124, 2019. – pp.313-329.
19. Feng Wang, Jian Zhang, Xing Xu, Yingfeng Cai, Shaoyong Ni, Hongbo Que, Torsional oscillation-considered mode transition coordinated control for a power-split PHEV based on action dependent heuristic dynamic programming, ISA Transactions, Volume 126, 2022. – pp. 597-616,
20. Комплекс навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни «Організація керування умовами праці» підготовки освітнього рівня бакалавр усіх спеціальностей та усіх напрямів університету [Електронний ресурс] / ХНУРЕ; розроб.: Т. Є. Стиценко, Г. В. Пронюк, Н. М. Сердюк. – Харків, 2017. – 108 с.