УДК 621.396.967.522

Ю. И. ВОЛОЩУК, канд. техн. наук

ОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА РАДИОМЕТЕОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ. VI. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ЧИСЛЕННОСТИ МЕТЕОРОВ

При регистрации численности метеоров первичная обработка — это различение сигналов и построение функций плотности вероятности амплитуд отраженных сигналов.

Спектр амплитуд сигналов, отраженных от метеорных следов, в общем случае является непрерывным, поэтому нет необходимости говорить о вероятности некоторого значения случайной величины амплитуды.

Диапазон изменения амплитуд отраженных сигналов необходимо разбить на некоторое число дифференциальных коридоров (ДК). Процесс измерения распределения амплитуд состоит из операции отбора событий, удовлетворяющих условию

$$V_i \leqslant d < (V_i + \Delta_i), \; i = 1, \ldots, c, \tag{1}$$

где d — амплитуда отраженного сигнала; V_i — нижний порог i-го ДК; Δ_i — ширина i-го ДК; c — число ДК, на которое разбивался весь диапазон регистрируемых значений случайной величины.

Находим функцию плотности вероятностей случайной величины d:

$$W^*(d, \Delta i, N) = \left(\frac{1}{\Delta_i} \; \frac{k^*}{N}\right)_{V_i \leqslant d < (V_i + \Delta_i)}. \tag{2}$$

Здесь k^* — число выборочных значений, удовлетворяющих условию (1); N — общее число выборок.

Эмпирическая функция плотности вероятности $W^*(d, \Delta_i, N)$ является величиной случайной, принимающей определенные значения в зависимости от конкретной реализации случайной функции, интервала наблюдения T, положения этого интервала на оси времени, ширины ДК, уровня и характера шумов и т. д. Для стационарного случайного процесса в среднеквадратичном смысле

$$\lim_{\substack{T \to \infty \\ \Delta_i \to 0}} W^*(d, \Delta_i, T) = W(d). \tag{3}$$

Здесь $W(d)$ — истинное распределение. Условия, определяющие предел в (3), невыполнимы.

Найдем оптимальное значение ширины ДК Δ_i, а значит, и число уровней квантования для получения с максимальной достоверностью $W(d)$ по одной реализации случайной функции. Амплитуды отраженных сигналов распределены по обратностепенному закону с показателем степени K_1, поэтому, как будет показано далее, для получения $W(d)$ целесообразно применять пропорциональное квантование. Потребуем, чтобы каждый последующий уровень квантования был выше предыдущего в C раз, т. е.

$$V_i = V_{i-1}C = V_1 C^{i-1}. \qquad (4)$$

Задача заключается в нахождении C. Рассмотрим идеальный квантователь.

Известно [1], что всякое квантование приводит к искажению сигнала и ошибка квантования зависит в первую очередь от ширины ДК и от вида функции распределения квантуемого сигнала. В первом приближении ошибку квантования можно полагать равной ошибке, появляющейся при кусочно-линейной аппроксимации функции распределения [2]. Ошибка квантования всегда меньше ошибки кусочно-линейной аппроксимации, поэтому такая оценка является оценкой сверху и рассчитанная по этому методу величина ДК несколько занижена.

Ширина ДК в данном случае выражается из условия допустимой погрешности аппроксимации [3]:

$$\Delta = \sqrt{\frac{8\varepsilon W(d^*)}{|W''(d_*)|_{\max}}}, \qquad (5)$$

где ε — допустимая относительная погрешность аппроксимации; $|W''(d_*)|_{\max}$ — максимальное абсолютное значение второй производной в точке d_* интервала $(V,\ V+\Delta)$.

Число уровней квантования

$$c \approx E\left\{\frac{d_m}{\sqrt{8\varepsilon}}\sqrt{\frac{|W''(d_*)|_{\max}}{W(d_*)}}\right\} + 1, \qquad (6)$$

где $E\{a/b\}$ — целая часть дроби a/b;

d_m — максимальное значение исследуемой величины. Формулы (5), (6) применяются в случае равномерного квантования. При исследовании функции плотности вероятностей амплитуд отраженных сигналов зависимость числа интервалов квантования c от динамического диапазона регистрируемых амплитуд

$$D \approx 10\left[2\lg(c-1) + \frac{\lg\varepsilon}{(K_1+1)(K_1+2)}\right] - 20\lg V_1. \qquad (7)$$

Из (7) видно, что регулярное квантование применяется только при регистрации амплитуд в узком динамическом диапазоне, в других случаях c получается очень большим.

Найдем ширину ДК при нерегулярном квантовании. Для формулы плотности вероятности амплитуд отраженных сигналов, относя $|W''(d)|_{max}$ к середине каждого ДК, выражение (5) можно заменить:

$$\Delta_i = \frac{V_i \sqrt{\frac{8\varepsilon_i}{(K_1+1)(K_1+2)}}}{1 - 0{,}5\sqrt{\frac{8\varepsilon_i}{(K_1+1)(K_1+2)}}}, \tag{8}$$

где ε_i — относительная погрешность аппроксимации для середины i-го ДК,

$$\varepsilon_i = \frac{\omega}{W(V_i + \Delta_i/2)}; \tag{9}$$

ω — абсолютное значение ошибки аппроксимации;
$W(V_i + \Delta_i/2)$ — значение функции плотности вероятностей в средней точке i-го коридора.

Точкой, к которой относятся результаты измерений, выбрана средняя точка каждого ДК, поскольку известно [1], что при этом ошибка квантования получается меньше, чем в случае, когда результаты измерений относятся к одной из границ интервала. Кроме того, в первом случае ошибка квантования меняется обратно пропорционально квадрату числа уровней, во втором — обратно пропорционально числу уровней квантования.

Задавшись некоторым фиксированным значением ошибки аппроксимации, одинаковым для всех ДК ($\varepsilon_i = \text{const}$), с помощью (8) получим неравномерную шкалу квантования амплитуд. Можно показать, что в этом случае число уровней связано с динамическим диапазоном амплитуд следующим соотношением:

$$D \approx 20(c-1)\lg\left(1 + \frac{\sqrt{\frac{8\varepsilon}{(K_1+1)(K_1+2)}}}{1 - 0{,}5\sqrt{\frac{8\varepsilon}{(K_1+1)(K_1+2)}}}\right). \tag{10}$$

Ошибка квантования ε_k всегда меньше ошибки кусочно-линейной аппроксимации. Для i-го ДК ошибка аппроксимации

$$\varepsilon_i = \frac{W(V_i) + W(V_i + \Delta_i)}{2W(V_i + \Delta_i/2)} - 1; \tag{11}$$

ошибка квантования

$$\varepsilon_k = \frac{\int\limits_{V_i}^{V_i+\Delta_i} W(d)\,dd}{\Delta_i W(V_i + \Delta_i/2)} - 1. \tag{12}$$

Здесь $W(V_i)$ — значение функции плотности вероятности при $d = V_i$.

Из (11) и (12) следует, что

$$\varepsilon_{k_i} = \varepsilon_i - \frac{\Delta_i\left[W(V_i) + W(V_i + \Delta_i)\right] - 2\int\limits_{V_i}^{V_i+\Delta_i} W(d)\,dd}{2\Delta_i W(V_i + \Delta_i/2)}. \qquad (13)$$

Замечаем, что при квантовании амплитуды по закону (8) ошибка квантования получается неодинаковой во всем диапазоне изменения исследуемой величины, а это является существенным недостатком, поскольку приводит к появлению систематической ошибки.

Обозначим

$$K_i = \frac{2\int\limits_{V_i}^{V_i+\Delta_i} W(d)\,dd}{\Delta_i\left[W(V_i) + W(V_i+\Delta_i)\right]}, \qquad (14)$$

тогда

$$\varepsilon_{k_i} = K_i(\varepsilon_i + 1) - 1. \qquad (15)$$

Задаваясь значением $\varepsilon_{k_i} = \varepsilon_k = \mathrm{const}$, подставляя в (15) значения K_i из (14) и ε_i из (8), получаем уравнение, решая которое, можно найти Δ_i.

Величина ошибки квантования зависит также от показателя степени K_1 в законе распределения амплитуд. Для частного и наиболее распространенного случая, когда $K_1 = 1$, уравнение (15) имеет довольно простое решение:

$$\Delta_i = 2V_i \frac{\sqrt{\varepsilon_k}}{1 - \sqrt{\varepsilon_k}}. \qquad (16)$$

Число уровней квантования

$$c \approx E\left\{\frac{D}{20\lg\left(1 + \frac{2\sqrt{\varepsilon_k}}{1-\sqrt{\varepsilon_k}}\right)}\right\} + 1. \qquad (17)$$

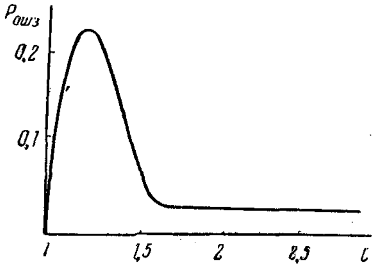
Сравнивая (16) и (4), имеем

$$C = 2\frac{\sqrt{\varepsilon_k}}{1 - \sqrt{\varepsilon_k}} + 1. \qquad (18)$$

Таким образом, как и следовало ожидать, для получения минимальной ошибки квантования необходимо устремлять C к единице, а Δ_i к нулю. Однако величина C имеет ограничения снизу.

Нами рассматривался идеальный квантизатор. Однако в реальных условиях на сигнал всегда накладываются шумы, что приводит к появлению дополнительной ошибки. Очевидно, что наибольшее влияние шумы оказывают на первый ДК. Найдем вероятность ошибки при нахождении числа сигналов для первого ДК в функции коэффициента C. Можно показать, что вероятность средневзвешенной ошибки

$$P_{\text{ош}} = \int_{1}^{V_1} Q(V_1, d)\, W(d)\, dd - \int_{V_1}^{V_2} Q(V_1, d)\, W(d)\, dd + \int_{V_1}^{V_2} [Q(V_2, d) + 1]\, W(d)\, dd + \int_{V_2}^{\infty} [1 - Q(V_2, d)]\, W(d)\, dd. \quad (19)$$



Зависимость вероятности ошибки в определении числа сигналов для первого ДК от величины отношения верхнего и нижнего порогов.

Здесь $Q(V, d)$ — интеграл Релея-Райса; V_1, V_2 — соответственно нижняя и верхняя границы первого ДК ($V_2 = V_1 C$).

График функции $P_{\text{ош}}(C)$ для $V_1 = 3$ и $K_1 = 1$ приведен на рисунке: V_1 показывает, во сколько раз напряжение порогового уровня превышает среднеквадратичное напряжение шумов. Из рисунка также видно, что для $C > 1{,}7 P_{\text{ош}}$ от C фактически не зависит и остается приблизительно равной 0,026. Поэтому для автоматического регистратора Харьковского института радиоэлектроники [4] выбрано значение $C = 1{,}7$. При этом ошибка квантования $\varepsilon_k = 0{,}05$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов В. М. Квантование по времени при измерении и контроле. М., «Энергия», 1969. 112 с.
2. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. М., «Энергия», 1967. 484 с.
3. Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1963. 360 с.
4. Волощук Ю. И. Статистический анализатор численности радиометеоров. — Сб. «Радиотехника». Вып. 16. Харьков, 1971, с. 48—55.

УДК 621.396.967.552+551.557

В. А. НЕЧИТАЙЛЕНКО, канд. техн. наук