

Текущие оценки энергетического спектра находятся по выборкам распознаваемого сигнала небольшого объема ν . Эталоны – это оценки энергетических спектров M сигналов, найденные на этапе обучения по классифицированным выборкам большого объема $n_i \gg \nu$. С помощью этого устройства обеспечивается распознавание сигналов с вероятностями ошибок: $P_{ош(M)}=0,017$; $P_{ош(M+1/M)}=0,011$; $P_{ош(M/M+1)}=0,008$. Для реализации такого устройства распознавания средствами вычислительной техники требуются следующие объемы вычислений и памяти соответственно: в режиме обучения – $K_{во}=5,3 \cdot 10^5$ операций, $K_{по}=16127$ маш. слов; в режиме распознавания – $K_{вр}=7,6 \cdot 10^3$ операций, $K_{пр}=2199$ маш. слов.

Список литературы: 1. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. М.: Наука, 1979. 367с. 2. Патрик Э. Основы теории распознавания образов. М.: Сов. радио, 1980. 407с. 3. Либенсон М.Н. Нелинейный статистический метод распознавания многих классов / Проблемы случайного поиска. Рига: АН Латв.ССР, 1978. Вып. 6. С. 299–317. 4. Омельченко В.А. Основы спектральной теории распознавания сигналов. Харьков: Выща шк., 1983. 159 с. 5. Омельченко В.А., Голобородько Ю.Н. Многокритериальные задачи многоальтернативного обнаружения сигналов в условиях повышенной априорной неопределенности. Сообщение 1: Сб. "Радиотехника". Вып. 90. 1989. С.28–34. 6. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. М.: Сов. радио, 1975. 256с.

Поступила в редколлегию 24.08.2000

Безрук Валерий Михайлович, канд. техн. наук, доцент кафедры сетей связи ХТУРЭ. Научные интересы: распознавание сигналов, моделирование и оптимизация систем распознавания сигналов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40–94–26.

Голобородько Юрий Николаевич, канд. техн. наук, нач. лаборатории ЦКБ "Протон". Научные интересы: проектирование радиоэлектронных устройств приема и обработки сигналов. Адрес: Украина, 61628, Харьков, пл. Восстания, 7/8, тел. 21–97–45.

УДК 541.138:535.379

И. Б. СВИРЬ, А.В. КЛИМЕНКО

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОГЕНЕРИРОВАННЫХ ХЕМИЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В КАНАЛЕ С ДВУМЯ МИКРОПОЛОСКАМИ – ЭЛЕКТРОДАМИ

Описывается применение метода переменных направлений для решения задачи конвективно-диффузионного переноса вещества в канале с двумя неподвижными микрополосками-электродами. Используется неравномерная сетка по пространственным координатам и времени для численного моделирования электрогенерированной хемилюминесценции (ЭХЛ) в течение нестационарного электролиза, когда на каждой из микрополосок генерируются противоположно заряженные частицы, а в канале созданы условия ламинарного потока.

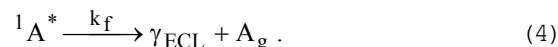
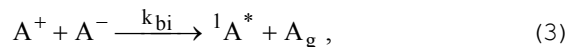
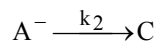
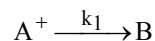
Введение

Теория двойных электродов хорошо представлена для макроэлектродов в статьях [1–6], где диффузия в направлении потока полностью исключена. Некоторые из последних публикаций [7, 8] посвящены микрополоскам-электродам в канале, где осевая диффузия может быть значительной и доминантной при малых скоростях потока. Алден и Комптон [10–14] предложили использовать многосеточный метод, как альтернативу сильнонеявному методу [15], для эффективного и стабильного решения стационарной конвективно-диффузионной задачи [16, 17], где первая микрополоска в канале – выше по потоку – является "генератором", а вторая – ниже по потоку – "детектором". Соотношение между током детектора и генератора определяло эффективность вычислений в работах этих авторов.

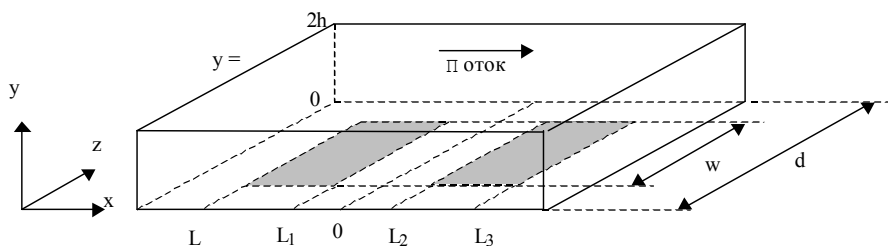
В данной статье мы описываем численное решение задачи конвективно-диффузионного переноса вещества в канале с двумя неподвижными микрополосками-электродами для исследования ЭХЛ процессов в течение нестационарного электролиза, когда на каждой из микрополосок генерируются противоположно заряженные частицы, а в канале созданы условия ламинарного потока. Электроды неподвижны и расположены близко друг от друга для создания оптимальных условий протекания ЭХЛ реакций. Численный подход, который мы предлагаем в данной статье, представляет собой использование неравномерной сетки по пространственным координатам и по времени.

Модель

Электролиз органических и металлоорганических соединений может сопровождаться свечением вблизи электродной области, называемым ЭХЛ [18–20]. Схема реакций для описываемой модели выглядит следующим образом:



В процессе электродных реакций (1), (2) происходит образование из исходного вещества A_g противоположно заряженных частиц – катион-радикалов A^+ – вблизи поверхности первой микрополоски-электрода, и анион-радикалов A^- на второй микрополоске (рисунок). Реакция рекомбинации образовавшихся частиц (3) представляет собой рождение синглет-возбужденных состояний ${}^1A^*$, которые являются эмиттерами ЭХЛ. В ходе мономолекулярной реакции (4) происходит испускание квантов ЭХЛ γ_{ECL} .



На рисунке представлена система координат для канала с направленным потоком и с двумя микрополосками-электродами. Считаем, что в растворе содержится достаточное количество электролита для того, чтобы нивелировать процессы миграции. А также, что $w \gg x_{e1}$ и $w \gg x_{e2}$, где $x_{e1} = L_1 - L$, $x_{e2} = L_3 - L_2$, что позволяет исключить координату z как несущественную. Таким образом, наши вычисления представляют собой решение двумерной задачи. Поток направлен так, как показано на рисунке.

Математическая модель уравнений (1)–(4) представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial C^+}{\partial t} = D_+ \left[\frac{\partial^2 C^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C^+}{\partial y^2} \right] - V_x \frac{\partial C^+}{\partial x} - \frac{C^+}{\tau_+} - k_{bi} C^+ C^-; \quad (5)$$

$$\frac{\partial C^-}{\partial t} = D_- \left[\frac{\partial^2 C^-}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C^-}{\partial y^2} \right] - V_x \frac{\partial C^-}{\partial x} - \frac{C^-}{\tau_-} - k_{bi} C^+ C^-; \quad (6)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = D_* \left[\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^2} \right] - V_x \frac{\partial C^*}{\partial x} - \Phi \frac{C^*}{\tau_*} + k_{bi} C^+ C^-, \quad (7)$$

где C^+, C^-, C^* – концентрации частиц A^+, A^-, A^* соответственно; D_+, D_-, D_* – коэффициенты диффузии частиц A^+, A^-, A^* ; k_{bi} – константа скорости бимолекулярной реакции (3); V_x – скорость потока жидкости в канале вдоль координаты x ; Φ – коэффициент квантового флуоресцентного выхода; τ_+, τ_-, τ_* – время жизни частиц A^+, A^-, A^* соответственно. Наличие в модели времени жизни электрогенерированных частиц (τ_+, τ_-) показывает возможность их участия в последующих второстепенных химических реакциях с константами скорости псевдопервого порядка $k_1 = \frac{1}{\tau_+}$ и $k_2 = \frac{1}{\tau_-}$; k_f – константа скорости псевдомономолекулярной гомогенной “световой” реакции (4) $k_f = \frac{1}{\tau_*}$.

Скорость потока жидкости V_x вдоль оси x является параболической в условиях ламинарного течения [21, 22]. Уравнение для параболического потока

$$V_x = V_0 \left(1 - \frac{(h-y)^2}{h^2} \right),$$

где V_0 – скорость потока в середине канала; h – полувысота ячейки канала (по координате y). Следует помнить, что $V_y = V_z = 0$.

Соответственно,

$$V_x = V_0 \left(1 - \frac{(h-y)^2}{h^2} \right) = \frac{3V_f}{4hd} \left(1 - \frac{(h-y)^2}{h^2} \right). \quad (8)$$

Начальные и граничные условия для системы уравнений (5) – (7) следующие:

$$\begin{aligned} t=0 \quad \text{все } x & \quad y \geq 0 \quad C^+(x, y, 0) = C^-(x, y, 0) = C^*(x, y, 0) = 0, \\ t > 0 \quad -\infty < x < L & \quad y=0 \quad \frac{\partial C^+(x, 0, t)}{\partial y} = \frac{\partial C^-(x, 0, t)}{\partial y} = \frac{\partial C^*(x, 0, t)}{\partial y} = 0 \\ L \leq x \leq L_1 & \quad C^+(x, 0, t) = C_0; C^-(x, 0, t) = C^*(x, 0, t) = 0, \\ L_1 < x < L_2 & \quad \frac{\partial C^+(x, 0, t)}{\partial y} = \frac{\partial C^-(x, 0, t)}{\partial y} = 0; C^*(x, 0, t) = 0, \\ L_2 \leq x \leq L_3 & \quad C^+(x, 0, t) = 0; C^-(x, 0, t) = C_0; C^*(x, 0, t) = 0, \quad (9) \\ x > L_3 & \quad \frac{\partial C^+(x, 0, t)}{\partial y} = \frac{\partial C^-(x, 0, t)}{\partial y} = 0; C^*(x, 0, t) = 0, \\ \text{все } x & \quad y = 2h \quad \frac{\partial C^+(x, 2h, t)}{\partial y} = \frac{\partial C^-(x, 2h, t)}{\partial y} = \frac{\partial C^*(x, 2h, t)}{\partial y} = 0, \\ x \rightarrow \infty & \quad \text{все } y \quad C^+(x, y, t) = C^-(x, y, t) = C^*(x, y, t) = 0; \end{aligned}$$

здесь C_0 – начальная концентрация раствора электролита.

Мгновенные токи на первом и втором электродах мы находили из следующих соотношений:

$$i_{\text{up}}(t) = -nFw \int_L^{L_1} \left(D_+ \frac{\partial C^+}{\partial y} \Big|_{y=0} - D_- \frac{\partial C^-}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) dx, \quad (10)$$

$$i_{\text{down}}(t) = -nFw \int_{L_2}^{L_3} \left(D_- \frac{\partial C^-}{\partial y} \Big|_{y=0} - D_+ \frac{\partial C^+}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) dx, \quad (11)$$

где F – константа Фарадея; n – количество электронов, участвующих в электродной реакции (1) и (2).

Мгновенную интенсивность ЭХЛ [20] определяли как

$$I_{\text{ECL}}(t) = N_A \Phi_{\text{ECL}} w \int_0^{2h} \int_{-\infty}^{\infty} C^*(x, y, t) dx dy, \quad (12)$$

где Φ_{ECL} – эффективность ЭХЛ, которая соответствует выбранному органолюминофору; N_A – число Авогадро.

Расчетная область

Область численных решений по координатам x и y следующая:

$$1) \quad 0 \leq y \leq y_{\text{max}}, \quad y_{\text{max}} = \begin{cases} 5\sqrt{DT_e} & \text{если } 5\sqrt{DT_e} < 2h, \\ 2h & \text{если } 5\sqrt{DT_e} \geq 2h, \end{cases}$$

$$2) \quad -x_1 - x_{e1} - \frac{x_{\text{gap}}}{2} \leq x \leq \frac{x_{\text{gap}}}{2} + x_{e2} + x_2,$$

где x_1 – протяжённость области перед первым электродом; x_{gap} – длина щели между двумя электродами ($x_{\text{gap}} = L_2 - L_1$); x_2 – протяжённость области после второго электрода.

Основные используемые в процессе моделирования соотношения:

$$x_1 = L = \begin{cases} V_{\text{max}} T_e - \sqrt{DT_e}, & \text{если } |V_{\text{max}} T_e - \sqrt{DT_e}| > 0.5 x_e \\ 0.5 x_e & , \quad \text{если } |V_{\text{max}} T_e - \sqrt{DT_e}| \leq 0.5 x_e; \end{cases}$$

$$x_2 = V_{\text{max}} T_e + \sqrt{DT_e};$$

где $x_e = \max(x_{e1}, x_{e2})$; $D = \max(D_+, D_-, D_*)$;

$$V_{\text{max}} = \begin{cases} V_0, & \text{если } y_{\text{max}} \geq h \\ V_0 \left[1 - \frac{(h - y_{\text{max}})^2}{h^2} \right], & \text{если } y_{\text{max}} < h; \end{cases}$$

Э) для ограничения размеров вычислительной области применялось неравенство

$$V_{\text{max}} T_e + \sqrt{DT_e} \leq n x_e, \quad \text{где } n = 10,$$

что позволяет ограничить выбираемую пользователем длительность электролиза при фиксированных остальных параметрах, а следовательно, ограничить и размеры пространственной области, которые зависят от длительности электролиза.

Неравномерная сетка по всем координатам

Преобразование координат по координате x

$$\varphi = \tanh \left(\alpha \frac{x}{x_\alpha} \right); \quad x = \frac{x_\alpha}{\alpha} \operatorname{arctanh} \varphi, \quad (13)$$

здесь α – регулируемый коэффициент сжатия сетки, $x_\alpha = 2x_e + x_{\text{gap}}$. Пасторе с соавторами [23] предложил использовать функцию гиперболического тангенса для расширения по оси x для задач потока в канале;

по координате y

$$\psi = \ln\left(1 + \beta \frac{y}{y_{\max}}\right); \quad y = \frac{y_{\max}}{\beta} (e^{\psi} - 1), \quad (14)$$

по координате t

$$\Theta = \ln\left(1 + \gamma \frac{t}{T_e}\right); \quad t = \frac{T_e}{\gamma} (e^{\Theta} - 1), \quad (15)$$

где β и γ – коэффициенты сжатия сетки, которые выбираются пользователем программ. Эти преобразования предложил Фельдберг [24]. Мы их используем для экспоненциального расширения сетки по координатам x и t .

Значения геометрических параметров в новых координатах имеют вид

$$L \rightarrow \lambda = \tanh\left(\alpha \frac{L}{x_{\alpha}}\right); \quad L_1 \rightarrow \lambda_1 = \tanh\left(\alpha \frac{L_1}{x_{\alpha}}\right); \quad L_2 \rightarrow \lambda_2 = \tanh\left(\alpha \frac{L_2}{x_{\alpha}}\right);$$

$$L_3 \rightarrow \lambda_3 = \tanh\left(\alpha \frac{L_3}{x_{\alpha}}\right); \quad \psi_{\max} = \ln(1 + \beta).$$

Математическая модель в преобразованных координатах

Производная по времени (t) в соответствии с (22):

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \Theta} \cdot \frac{d\Theta}{dt} = \frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta}, \quad (16)$$

по координате x в соответствии с (20):

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\alpha}{x_{\alpha}} (1 - \varphi^2) \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (17)$$

$$\text{и } \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{\alpha^2}{x_{\alpha}^2} (1 - \varphi^2)^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - 2 \frac{\alpha^2}{x_{\alpha}^2} \varphi (1 - \varphi^2) \frac{\partial}{\partial \varphi}; \quad (18)$$

по координате y в соответствии с (21):

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \cdot \left(\frac{d\psi}{dy}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial \psi} \cdot \frac{d^2\psi}{dy^2} = \frac{\beta^2}{y_{\max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2}{\partial \psi^2} - \frac{\partial}{\partial \psi}\right). \quad (19)$$

Система дифференциальных уравнений (5)–(7) в преобразованных координатах теперь имеет вид

$$\frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial c^+}{\partial \Theta} = D_+ \left[\frac{\alpha^2}{x_{\alpha}^2} (1 - \varphi^2) \left((1 - \varphi^2) \frac{\partial^2 c^+}{\partial \varphi^2} - 2\varphi \frac{\partial c^+}{\partial \varphi} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta^2}{y_{\max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2 c^+}{\partial \psi^2} - \frac{\partial c^+}{\partial \psi} \right) \right] - \frac{\alpha}{x_{\alpha}} (1 - \varphi^2) N_{\varphi} \frac{\partial c^+}{\partial \varphi} - \frac{c^+}{\tau_+} - K_b c^+ c^-; \quad (20)$$

$$\frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial c^-}{\partial \Theta} = D_- \left[\frac{\alpha^2}{x_{\alpha}^2} (1 - \varphi^2) \left((1 - \varphi^2) \frac{\partial^2 c^-}{\partial \varphi^2} - 2\varphi \frac{\partial c^-}{\partial \varphi} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta^2}{y_{\max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2 c^-}{\partial \psi^2} - \frac{\partial c^-}{\partial \psi} \right) \right] - \frac{\alpha}{x_{\alpha}} (1 - \varphi^2) N_{\varphi} \frac{\partial c^-}{\partial \varphi} - \frac{c^-}{\tau_-} - K_b c^+ c^-; \quad (21)$$

$$\frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial c^*}{\partial \Theta} = D_* \left[\frac{\alpha^2}{x_{\alpha}^2} (1 - \varphi^2) \left((1 - \varphi^2) \frac{\partial^2 c^*}{\partial \varphi^2} - 2\varphi \frac{\partial c^*}{\partial \varphi} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta^2}{y_{\max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2 c^*}{\partial \psi^2} - \frac{\partial c^*}{\partial \psi} \right) \right] - \frac{\alpha}{x_{\alpha}} (1 - \varphi^2) N_{\varphi} \frac{\partial c^*}{\partial \varphi} - \frac{c^*}{\tau_*} + K_b c^+ c^-, \quad (22)$$

$$\text{где } K_b = k_{bi} C_0, \quad V_{\varphi} = V_0 \left(1 - \frac{1}{h^2} \cdot [h - \beta^{-1} y_{\max} (e^{\psi} - 1)]^2 \right).$$

Начальные и граничные условия:

$$\Theta = 0 \quad \text{все } \varphi \quad \psi \geq 0 \quad c^+(\varphi, \psi, 0) = c^-(\varphi, \psi, 0) = c^*(\varphi, \psi, 0) = 0,$$

$$\Theta > 0 \quad -1 < \varphi < \lambda \quad \psi = 0 \quad \frac{\partial c^+(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = \frac{\partial c^-(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = \frac{\partial c^*(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = 0$$

$$\lambda \leq \varphi \leq \lambda_1 \quad c^+(\varphi, 0, \Theta) = 1; c^-(\varphi, 0, \Theta) = c^*(\varphi, 0, \Theta) = 0,$$

$$\lambda_1 < \varphi < \lambda_2 \quad \frac{\partial c^+(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = \frac{\partial c^-(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = 0; c^*(\varphi, 0, \Theta) = 0,$$

$$\lambda_2 \leq \varphi \leq \lambda_3 \quad c^+(\varphi, 0, \Theta) = 0; c^-(\varphi, 0, \Theta) = 1; c^*(\varphi, 0, \Theta) = 0, \quad (23)$$

$$\varphi > \lambda_3 \quad \frac{\partial c^+(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = \frac{\partial c^-(\varphi, 0, \Theta)}{\partial \psi} = 0; c^*(\varphi, 0, \Theta) = 0,$$

$$\text{все } \varphi \quad \psi = \psi_{\max} \quad \frac{\partial c^+(\varphi, \psi_{\max}, \Theta)}{\partial \psi} = \frac{\partial c^-(\varphi, \psi_{\max}, \Theta)}{\partial \psi} = \frac{\partial c^*(\varphi, \psi_{\max}, \Theta)}{\partial \psi} = 0$$

$$\varphi = 1 \quad \text{все } \psi \quad c^+(\varphi, \psi, \Theta) = c^-(\varphi, \psi, \Theta) = c^*(\varphi, \psi, \Theta) = 0.$$

Мгновенные токи в преобразованных координатах на первом и втором электродах соответственно вычислялись из следующих уравнений:

$$i_{\text{уп}}(\Theta) = -nFC_0 w \frac{\beta x_{\alpha}}{\alpha y_{\max}} \frac{\lambda_1}{\lambda} \int \left(D_+ \frac{\partial c^+}{\partial \psi} \Big|_{\psi=0} - D_- \frac{\partial c^-}{\partial \psi} \Big|_{\psi=0} \right) \frac{d\varphi}{1 - \varphi^2}, \quad (24)$$

$$i_{\text{down}}(\Theta) = -nFC_0w \frac{\beta x_\alpha}{\alpha y_{\text{max}}} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \left(D_- \frac{\partial c^-}{\partial \psi} \Big|_{\psi=0} - D_+ \frac{\partial c^+}{\partial \psi} \Big|_{\psi=0} \right) \frac{d\varphi}{1-\varphi^2}. \quad (25)$$

Мгновенная интенсивность ЭХЛ в преобразованных координатах имеет вид

$$I_{\text{ECL}}(\Theta) = N_A \Phi_{\text{ECL}} C_0 w \frac{x_\alpha y_{\text{max}}}{\alpha \beta} \int_0^{\psi_{\text{max}}} \int_{-1}^1 c^*(\varphi, \psi, \Theta) \frac{e^\psi}{1-\varphi^2} d\varphi d\psi. \quad (26)$$

Результаты и обсуждение

Для проверки правильности произведенных вычислений мы сравнивали результаты, полученные при моделировании системы двух микрополосок-электродов в канале с нашими численными решениями, полученными для одной полоски в канале [29]. Такое сравнение является корректным, когда скорость бимолекулярных реакций равна нулю ($k_{bi} = 0$), а геометрические размеры канала и электродов одинаковы. Сравнивался вычисленный ток для обеих задач. Наша идея состояла в следующем: создать такие условия электролиза, когда взаимодействие между двумя противоположно заряженными частицами отсутствует.

Ток в таком случае будет находиться из уравнения ($x_{e1} = x_{e2}$):

$$i(t) = -nFwD_+ \int_{L_1}^{L_2} \frac{\partial C^+}{\partial y} \Big|_{y=0} dx = -nFwD_- \int_{L_2}^{L_3} \frac{\partial C^-}{\partial y} \Big|_{y=0} dx. \quad (27)$$

Табл. 1 содержит основные параметры для численного моделирования, которые использовались для обеих задач в целях сравнительного анализа. Табл. 2 показывает вычисленные токи для обеих задач и полученный процент сходимости. Сравнение полученных численных результатов двух задач дало прекрасную сходимость – маленький процент ошибок для задачи канал с двумя полосками – меньше, чем 0,1587% (табл. 2) при различных значениях скорости потока в канале.

Таблица 1

Основные параметры, используемые в расчетах

Длина первого электрода	$x_{e1} = L_1 - L$	5 мкм
Длина щели между электродами	$x_{\text{gap}} = L_2 - L_1$	1 мкм
Длина второго электрода	$x_{e2} = L_3 - L_2$	5 мкм
Ширина электрода	w	0.087 см
Ширина канала	d	0.2 см
Высота канала	2h	0.0116 см
Коэффициент диффузии	D	$1 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$
Начальная концентрация	C_0	$1 \cdot 10^{-6} \text{ моль см}^{-3}$
Длительность электролиза	T	0.001 с
Размер сетки по времени	NT	1000
Коэффициент сжатия сетки по координате x	α	1
Коэффициент сжатия сетки по координате y	β	0.01
Коэффициент сжатия сетки по координате t	γ	10

Вычисленные токи для задач: канал с двумя электродами-микрополосками и канал с одним электродом-микрополоской

Скорость потока $v_f, \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$	Вычисленный ток, мкА		Ошибки сходимости, %
	Одна микрополоска	Две микрополоски	
0,0005	0,37189	0,37242	0,1425
0,001	0,37199	0,37252	0,1425
0,005	0,37519	0,37575	0,1493
0,01	0,38429	0,38490	0,1587

Все программы написаны с использованием среды Delphi 5 и были исполнены на ПК с процессором Intel Pentium II 350 MHz.

Выводы

Задачи конвективно-диффузионного массопереноса в канале с двумя микрополосками-электродами в условиях нестационарного электролиза могут быть успешно решены применением метода переменных направлений с использованием неравномерной сетки по всем направлениям. Вычисленные токи с использованием неравномерной сетки по всем координатам для задачи канал с двумя микрополосками-электродами мы сравнивали с нашими недавними решениями для одной микрополоски в канале [29]. Вычисленные токи, полученные в программе для двух микрополосок в канале, дали прекрасную сходимость с токами, полученными в программе с одной микрополоской в канале (таблица 2). Сходимость составила менее чем 0,1587%. В обеих задачах применялись одинаковые неравномерные сетки по всем трем координатам с регулируемыми параметрами сжатия сеток по координате x ($\alpha = 1$), по координате y ($\beta = 0.01$) и по координате t ($\gamma = 10$).

Список литературы: 1. Braun R. J. *Electroanal. Chem.*, 19 (1968) 23. 2. Matsuda H. J. *Electroanal. Chem.*, 16 (1965) 153. 3. Aoki K. and Matsuda H. J. *Electroanal. Chem.*, 94 (1978) 157. 4. Cook R.N., Phil D. Thesis, University of Oxford, 1973. 313p. 5. Compton R.G. and Stearn G.M. J. Chem. Soc. Faraday Trans. 1, 84 (1988) 4349. 6. Compton R.G., Coles B.A. and Fisher A.C. J. Phys. Chem., 98 (1994) 2441. 7. Rees N.V., Dryfe R.A.W., Cooper J.A., Coles B.A., Compton R.G., Davies S.G. and McCarthy T.D. J. Phys. Chem., 99 (1995) 7096. 8. Rees N.V., Alden J.A., Dryfe R.A.W., Compton R.G. and Coles B.A. J. Phys. Chem., 99. 1995. 14813. 9. Alden J.A. and Compton R.G. J. *Electroanal. Chem.*, 404. 1996. 27. 10. McCarthy G.J. Investigation into the Multigrid Code MGD1, Harwell Rep. AERE-R 10889, 1983. 11. Wesseling P. *Multigrid Methods, Lecture Notes in Mathematics*, no. 960, Springer-Verlag, Berlin, 1982. P.614. 12. Wesseling P. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 3. 1982. 387p. 13. Bramble J.H. *Multigrid Methods*, Pitman Research Notes in Mathematics Series, no. 294. Longman, Harlow. 1993. 14. Paddon D.J. and Holstein H. *Multigrid Methods for Integral and Differential Equations*, Clarendon Press, Oxford, 1983. 15. Alden J.A. and Compton R.G. J. *Electroanal. Chem.*, 415 (1996), 1. 16. Gerisher H., Mattes I. and Braun R. J. *Electroanal. Chem.*, 10 (1965)

553. **17.** Compton R.G., Coles B.A., Gooding J.j., Fisher A.C. and Cox T.I. J. Phys. Chem., 98 (1994) 2446. **18.** Faulkner L.R., Tachikawa H., Bard A.J., J. Amer. Chem. Soc., no.3, 94 (1972) 691. **19.** Tachikawa H., Bard A.J., J. Chem. Phys. Lett., no.2, 26 (1974) 246. **20.** Бых А.И., Васильев Р.Ф., Рожидцкий Н.Н. // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Радиационная химия. Фотохимия. 1979. №2.135 с. **21.** Levich G. Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1962. **22.** L'Yvkkue M., Ann. Mines. Mem. Ser. 1928, 12/13, 201. **23.** Pastore L., Magno F., Amatore C.A. J. Electroanal. Chem., 301, (1991), 1. **24.** Feldberg S.W. J. Electroanal. Chem., 127, (1981), 1. **25.** Heinze J. and Sturzbach M. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 90 (1986) 1043. **26.** Heinze J. Electroanalysis, 124 (1981) 73. **27.** Thomas L.H. Elliptic problems in linear difference equations over a network, Watson Sci. Comput. Lab. Rept., Columbia University, New York, 1949. **28.** Bruce G.H., Peaceman D.W., Rachford H.H., Rice J.D. Trans. Am. Inst. Min. Engrs (Petrol Div.), 198 (1953) 79. **29.** Свирь И.Б., Клименко А.В., Комптон Р.Г. / Радиоэлектроника и информатика. 2000. № 2. С. 24.

Поступила в редколлегию 12.08.2000

Свирь Ирина Борисовна, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией математического и компьютерного моделирования, докторант кафедры биомедицинской электроники ХТУРЭ. Научные интересы: численное моделирование электрохимических процессов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-64.

Клименко Алексей Викторович, студент гр.ПМ-96-1 ф-та прикладной математики и менеджмента ХТУРЭ, инженер лаборатории математического и компьютерного моделирования. Научные интересы: аналитическое и численное решение уравнений математической физики. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-64.

УДК 681.324

В.П. АВРАМЕНКО, АЛЬ САЛАЙМЕХ САФВАН,
С.В. ШТАНГЕЙ

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ В УСЛОВИЯХ ПЛОХОЙ СОВМЕСТИМОСТИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Разработана методология оптимального распределения различного рода ресурсов, включающая математическое описание задачи в классе моделей линейного программирования, модифицированный симплекс-метод поиска решений и алгоритм постоптимального анализа. Приводится конкретный пример, иллюстрирующий реализацию разработанной методологии.

Проблема распределения ресурсов

Если под ресурсами понимать все то, что используется в процессе производства и коммерческой деятельности (люди, финансы, время, товары, энергетика), то можно утверждать, что важнейшей задачей планирования и управления является распределение ресурсов. Классическая задача об их распределении сводится к тому, чтобы имеющиеся в наличии ресурсы распределить по работам, которые необходимо выполнить. Если бы ресурсов было достаточно для эффективного (качественного, своевременного, дешевого) выполнения всех работ, то подобная задача не возникла бы. В реальной ситуации всегда существуют дефициты тех или иных ресурсов. Их перемещение от механизма выполнения одной работы к другой приводит к изменению общей эффективности выполнения всех вместе взятых работ. Отсюда вытекает, что имеющиеся ресурсы желательно распределить таким образом, чтобы обеспечить максимальный общий доход (прибыль) предприятия или минимальные общие издержки (затраты).

Эффективное планирование предприятий исходит из предпосылки о закономерной ограниченности имеющихся в распоряжении ресурсов, без чего потеряло бы смысл сравнение различных вариантов плановых решений. При оптимальном планировании всякий дефицитный ресурс в отличие от недефицитного используется полностью; если же его количество изменяется, то меняется и оптимальное значение целевой функции. При изменении дефицитного ресурса меняется и оптимальное значение целевой функции. Изменение ресурса может иметь детерминированный характер (однозначно зависеть от времени), иметь стохастический характер (наступление эпидемии в том или ином сезоне можно предсказать с заданной вероятностью) или носить неопределенный характер, зависящий от различных факторов.