

УДК 004.932



М.М. Гінзбург, Є.П. Путятін

ХНУРЕ, м. Харків, Україна, mariia.ginzburg@gmail.com

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПРЯМОКУТНОЇ ТА ГЕКСАГОНАЛЬНОЇ ГРАТОК ДЛЯ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ КРИВИХ

У статті наведено результати експериментального та теоретичного аналізу порівняння прямокутної та гексагональної ґраток в контексті дискретизації та векторизації зображень для задач комп'ютерного зору. Аналіз було проведено для кривих Безьє третього порядку, що є основою сучасної векторної комп'ютерної графіки. Дослідження показали значні переваги гексагонального растру над прямокутним.

ГЕКСАГОНАЛЬНА ГРАТКА, ПРЯМОКУТНА ГРАТКА, РАСТР, КРИВІ БЕЗЬЄ, КОМП'ЮТЕРНИЙ ЗІР, ВЕКТОРИЗАЦІЯ, ДИСКРЕТИЗАЦІЯ, ЗОБРАЖЕННЯ

Вступ

На сьогоднішній день й досі триває дискусія щодо необхідності переходу від прямокутного до гексагонального растру для задач комп'ютерного зору. Багато дослідників уже понад 50 років зазначають переваги гексагональної ґратки, а в багатьох джерелах, що стосуються висвітлення теми оброблення зображень, їх згадують як альтернативний підхід. Мерсеро (Mersereau) показав, що для зображень з однакою частотним розподілом деякі аналогічні алгоритми працюють на гексагональній ґратці на 25-50% ефективніше, аніж на прямокутній [1]. Також використання гексагональних алгоритмів докладно досліджували такі автори, як Хартман (Hartman), Фитц (Fitz), Грін (Green), Хью (Her) та інші [1-3]. Сьогодні провідні виробники фототехніки вже почали втілювати гексагональні матриці в нові професійні фотоапарати.

Проте історично більшість технічних засобів отримання зображень та алгоритми їх оброблення мають в своїй основі прямокутний растр. **Мета цієї статті:** відповісти на питання щодо ефективності переходу на гексагональний растр для розв'язування задач комп'ютерного зору. Це питання практично важливе, адже такий перехід у майбутньому вимагатиме великих витрат на заміну технічного обладнання та програмного забезпечення (ПЗ).

У статті наведено запропонований нами метод аналізу використання прямокутної та гексагональної ґратки для дискретизації кривих Безьє та його результати.

1. Дискретизація та векторизація в комп'ютерному зорі

Для подавання графічної інформації на двовимірній площині використовують два основні підходи: векторний та растровий.

Перший підхід, що його найчастіше використовують у поліграфії, реалізується через опис об'єктів як набір абстрактних геометричних фігур: прямих, відрізків, кривих та інше.

Другий підхід, що його найчастіше використовують у комп'ютерних пристроях введення-ви-

ведення зображення, реалізують за допомогою дискретизації зображення, тобто розбивання його на однакові одиничні елементи (пікселі).

Оскільки вхідне зображення, отримане будь-якими технічними засобами (відео-, фотокамери тощо), зазвичай має саме дискретний вигляд, величезною стає задача перетворення растрового зображення на векторне (векторизація) для оброблення спеціальним ПЗ та зворотного перетворення штучно створеного векторного зображення на растрове (дискретизація) для відображення зображення за допомогою пристроїв виведення.

У цій статті ми приділимо більшу увагу саме дискретизації зображення. На практиці для отримання з реальної сцени дискретного зображення використовують засоби введення (сканер, фотокамера, тощо). Коли ж маємо справу зі штучно створеними векторними зображеннями за допомогою спеціального ПЗ (наприклад, Corel Draw), дискретизацію також виконують програмно, адже для візуального виведення (на дисплей та ін.) необхідно мати дискретизоване представлення, що підлягає реконструкції.

Саме на етапі дискретизації виникає запитання, який растр – прямокутний чи гексагональний – ефективніше використовувати. У цій роботі порівняно ефективність дискретизації кривої – кривої Безьє, що лежить в основі сучасних програм векторної графіки, – на прямокутну та гексагональну ґратки.

2. Криві Безьє як основа комп'ютерної графіки

Один з найпоширеніших методів творення кривих та поверхонь будь-якої форми, використовуваних у комп'ютерній графіці, є побудова кривих Безьє. Цю теорію розробили Пол де Кастельє у 1959 році та, незалежно від свого попередника, П'єр Безьє у 1962 році. Дослідження Кастельє приховувались, тому ці криві отримали ім'я Безьє, а ім'ям Кастельє назвали рекурсивний спосіб їх визначання.

Крива Безьє має такий вигляд:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t) P_i, \quad t \in [0,1],$$

де P_i – опорні точки, $b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$ – базисні функції кривої Безьє (поліноми Бернштейна).

Найбільше у комп'ютерній графіці використовують кубічні криві Безьє, тобто криві третього порядку. Вони зручніші, аніж криві вищих порядків, адже останні потребують доволі великого обсягу обчислень.

Для визначення кубічних кривих Безьє необхідно обрати чотири опорні точки P_0, P_1, P_2, P_3 . Лінія починається з першої точки та обов'язково закінчується у четвертій. Проміжні точки вказують лише на напрямок руху, але на кривій не лежать. Отже, крива Безьє третього порядку має такий вигляд:

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3, \quad t \in [0,1].$$

3. Математичне обґрунтування запропонованого методу порівняння ґраток

Розглянемо систему $\{G_i\}$, що містить зліченну множину розташованих на площині довільним чином однозв'язних фігур, які можливо частково перекривають одна одну. Нехай φ – деякий функціонал, що ставить у відповідність кожній фігурі G_i невід'ємне число $\varphi_i = \varphi(G_i)$.

Також будемо розглядати деяке коло з радіусом R та центром у початку координат O . Позначимо \sum_R – суму фігур системи $\{G_i\}$, які повністю лежать усередині нашого кола з радіусом R . Вважатимемо, що кількість фігур у цій сумі для кожного фіксованого радіуса $R < \infty$ буде скінченною, а також існуватиме:

$$D(\varphi) = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\sum_R \varphi_i}{\pi R^2}.$$

У такому випадку називатимемо $D(\varphi)$ – щільністю функціонала φ для системи фігур $\{G_i\}$.

У [4] наведено доказ такої теореми: Якщо d – щільність будь-якої системи однакових кіл, що не перетинаються, то $d \leq \frac{\pi}{\sqrt{12}}$. З цієї теореми випливає, що однаковими колами, що не перетинаються, можна вкрити не більш ніж 90,69% усієї площини, що виконується тільки в тому випадку, якщо кожне коло дотикається шести сусідніх кіл в середині сторін правильного описаного шестикутника, тобто розташовується у гексагональній комірці. Якщо ж кола перебувають у квадратній комірці, тобто вписані в квадрат, то такими колами можна буде вкрити лише 78,53% поверхні.

Зважаючи на це, можна припустити, що щільніше розташування світлочутливих сенсорів для отримання зображення (наприклад, сенсорів на матриці цифрового фотоапарата) має дати чіткіше зображення, тобто точніше передавати форму та площу об'єкта на площині, а, отже, кращі

показники повинна мати саме гексагональна ґратка. Щоб експериментально перевірити це припущення, використаємо такі міркування.

Розглянемо множину деяких кривих ω в декартовій системі координат. Вкриємо координатну площину гексагональною сіткою Ω та прямокутною сіткою Ψ таким чином, щоб кожна точка площини була вкрита елементом сітки (рис. 1). За одиничний елемент гексагональної сітки приймемо правильний шестикутник, одиничним елементом прямокутної сітки буде квадрат, причому шестикутник та квадрат матимуть однакову властивість: радіус вписаного в них кола дорівнює 1.

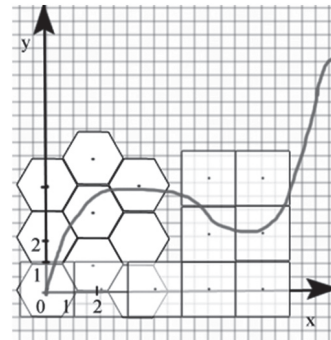


Рис. 1. Покриття площини гексагональною та прямокутною сітками. Деяка вихідна крива

Вважатимемо, що кожна точка $A(x,y)$ деякої кривої δ переходить в елемент A_Ω (A_Ψ) системи координат Ω (Ψ), якщо вона міститься в шестикутнику A_Ω (квадраті A_Ψ). Тобто графічно ми ніби замальовуємо у колір кривої ті елементи, що містять у собі її точки. Тепер деяку множину точок вихідної кривої описує одна точка – центр відповідного гексагона (для Ω) або центр квадрата (для Ψ). Тобто для кривої на рис. 1, нове представлення буде мати такий вигляд, як показано на рис. 2.

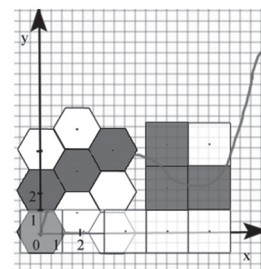


Рис. 2. Опис вихідної кривої на гексагональній – Ω та прямокутній – Ψ сітках

Розглянемо правило переходу точки $A(x,y)$ кривої δ в елемент A_Ω . Кожен одиничний елемент A_Ω системи Ω описується координатами його центра (x^Ω, y^Ω) в декартовій системі координат. З основних властивостей правильних шестикутників випливає, що центри одиничних елементів сітки Ω мають такий вигляд:

$$P_\Omega(x^\Omega, y^\Omega) = \begin{cases} (3R \cdot i, 2R \cdot j), \\ \left(\frac{3}{2}R + 3R \cdot i, 2R \cdot j + 1\right), \end{cases} \quad i, j = 0, 1, \dots, N,$$

де R – сторона шестикутника (або радіус описаного навколо гексагона кола), r – радіус вписаного кола.

Відомо, що $R = \frac{2r}{\sqrt{3}}$. Отже, з цього випливає, що при $r = 1$ координати центрів матимуть вигляд:

$$P_{\Omega}(x^{\Omega}, y^{\Omega}) = \begin{cases} \left(\frac{6}{\sqrt{3}}i, 2j \right), \\ \left(\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}}i, 2j+1 \right), \end{cases} \quad i, j=0,1,\dots,N. \quad (1)$$

Використовуючи аналогічні міркування, отримуємо координати центрів квадратної сітки (x^{Ψ}, y^{Ψ}) . Сторони таких квадратів дорівнюватимуть 2. Вони матимуть простіший вигляд через наближення прямокутної ґратки до декартової системи, а саме:

$$P_{\Psi}(x^{\Psi}, y^{\Psi}) = (2i, 2j), \quad i, j = 0, 1, \dots, N. \quad (2)$$

Таким чином, будь-яка точка $A(x, y)$ деякої кривої δ на гексагональній сітці переходить в точку A^{Ω} , координати якої у декартовій системі належать множині з (1), та на прямокутній сітці – у A^{Ψ} з координатами у (2).

Припустимо, що кожену криву δ ми описуємо точками A_i з координатами (x_i, y_i) , де $i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}$. Тоді при переході на гексагональну (прямокутну) сітку, ці точки перейдуть у деякі A_i^{Ω} (A_i^{Ψ}), причому деякі точки можуть переходити в ті самі одиничні елементи, тому може виконуватись $A_N^{\Omega} = A_M^{\Omega}, A_N \neq A_M$ ($A_N^{\Psi} = A_M^{\Psi}, A_N \neq A_M$), де $N, M \in \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}, N \neq M$.

Для проведення порівняльного аналізу будемо розглядати для кожної кривої δ вибірки $\Omega\Theta_{\delta}$ та $\Psi\Theta_{\delta}$, де

$$\Omega\Theta_{\delta} = \{Dist(A_i, A_i^{\Omega}), i \in \overline{1, n}\},$$

де $Dist(A_i, A_i^{\Omega}) = \sqrt{(x_i - x_i^{\Omega})^2 + (y_i - y_i^{\Omega})^2}$, причому $(x_i^{\Omega}, y_i^{\Omega})$ – координати точки A_i^{Ω} – центра гексагона, – що є перетворенням точки A_i , у декартовій системі координат;

$$\Psi\Theta_{\delta} = \{Dist(A_i, A_i^{\Psi}), i \in \overline{1, n}\},$$

де $Dist(A_i, A_i^{\Psi}) = \sqrt{(x_i - x_i^{\Psi})^2 + (y_i - y_i^{\Psi})^2}$, причому (x_i^{Ψ}, y_i^{Ψ}) – координати точки A_i^{Ψ} – центра квадрата, відповідного до точки A_i , в вихідній системі координат.

4. Проведення експерименту та його результати

Дослідження було проведено за допомогою спеціальної програми, реалізованої у студії .NET мовою програмування C#. Експеримент проведено для кривих Безьє третього порядку, що є найпоширенішими у векторній графіці. На площину було накладено гексагональну та прямокутну сітки, для кожної кривої було отримано множини відстаней

$\Omega\Theta_{\delta}$ та $\Psi\Theta_{\delta}$. Для кожної вибірки було визначено величину діапазону відхилів η :

$$\eta_{\Omega} = \max_{\Omega\Theta_{\delta}} \theta_i - \min_{\Omega\Theta_{\delta}} \theta_i,$$

$$\eta_{\Psi} = \max_{\Psi\Theta_{\delta}} \psi_i - \min_{\Psi\Theta_{\delta}} \psi_i,$$

де $\max_{\Omega\Theta_{\delta}} \theta_i$ – максимум множини $\Omega\Theta_{\delta}$; $\min_{\Omega\Theta_{\delta}} \theta_i$ – мінімум множини $\Omega\Theta_{\delta}$; $\max_{\Psi\Theta_{\delta}} \psi_i$ – максимум множини $\Psi\Theta_{\delta}$; $\min_{\Psi\Theta_{\delta}} \psi_i$ – мінімум множини $\Psi\Theta_{\delta}$.

Також отримано сумарний відхил:

$$S_{\Omega} = \sum_i |\theta_i|, \quad \theta_i \in \Omega\Theta_{\delta},$$

$$S_{\Psi} = \sum_i |\psi_i|, \quad \psi_i \in \Psi\Theta_{\delta}.$$

Розглянемо деякі отримані результати. Основним критерієм будемо вважати діапазон відхилів, а додатковим – величину сумарного відхилення.

Так, для прямої, побудованої за допомогою кривої Безьє, а саме з опорними точками (10, 10), (20, 20), (30, 30), (40, 40) (тобто під кутом 45° до осі X) результат для 20 точок, взятих з рівномірним кроком, матиме вигляд:

$$\eta_{\Omega} = 1,7943, \quad S_{\Omega} = 21,5551,$$

$$\eta_{\Psi} = 2,0011, \quad S_{\Psi} = 16,221.$$

Хоча діапазон відхилів на гексагональній ґратці менший за діапазон на прямокутній, з рис. 3-4 та показника сумарного відхилення видно, що гексагональна ґратка гірше відтворює таку пряму. Отже, прямокутна сітка здатна краще відтворити форму прямої, проте щільність гексагональної сітки відтворює точки з меншим діапазоном відхилів, що свідчить про більшу близькість точок між собою, а, отже, краще передає реальні відстані між точками.

У кращому відтворенні прямих ліній під кутом 45° на прямокутній ґратці немає нічого дивного, адже прямокутна ґратка здатна краще передавати форму прямої завдяки своїй ортогональній структурі. Проте з теоретичної точки зору однаково добре повинна передаватися пряма, що лежить на або паралельно осі Y.

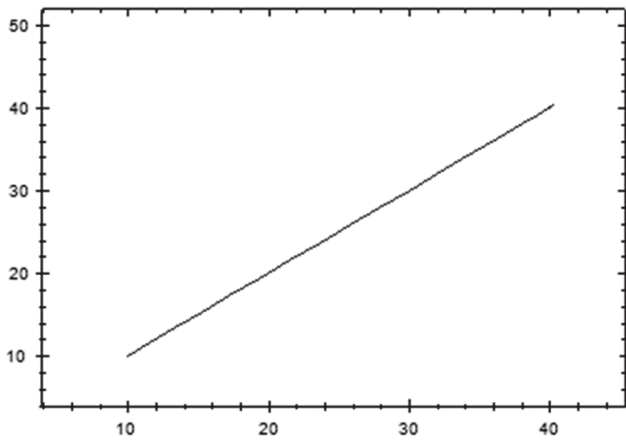
Проведемо експеримент для відрізка на осі Y, який побудуємо також за допомогою кривої Безьє. Отже, опорні точки матимуть вигляд: (0, 0), (0, 15), (0, 25), (0, 40). Результат для 20 точок, взятих з рівномірним кроком, матиме вигляд:

$$\eta_{\Omega} = 0,94, \quad S_{\Omega} = 9,5,$$

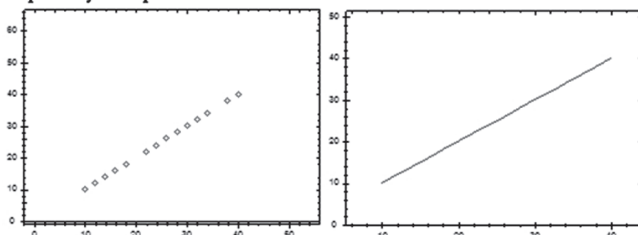
$$\eta_{\Psi} = 1,46, \quad S_{\Psi} = 15,2625.$$

В цьому випадку видно, що всі точки лежать на осі, а, отже, форма прямої відтворена ідеально на обох ґратках. Проте діапазон відхилів та сумарний відхил для гексагональної ґратки менший, а, отже, точки на ній ближчі до початкових (рис. 5-6). Таким чином, гексагональна ґратка краще описує

задані точки прямої, що лежить на осі Y та відстані між ними, аніж прямокутна.



Прямокутна ґратка



Гексагональна ґратка

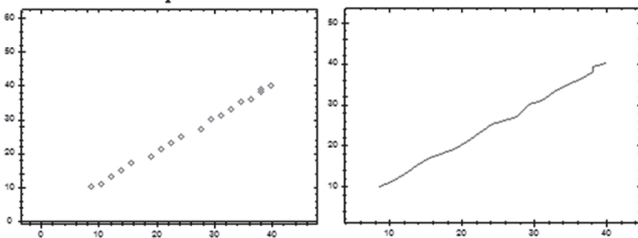


Рис. 3. Пряма під кутом 45° , побудована за допомогою кривої Безьє, та її дискретні представлення на прямокутній та гексагональній ґратках

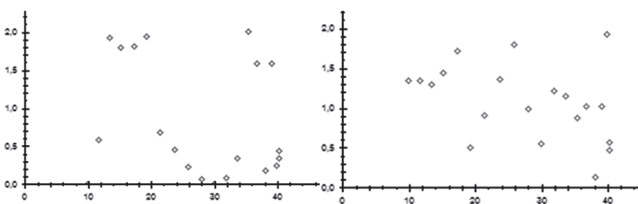


Рис. 4. Відхили від заданих точок до центрів квадратів (справа) та центрів гексагонів (зліва) для прямої під кутом 45°

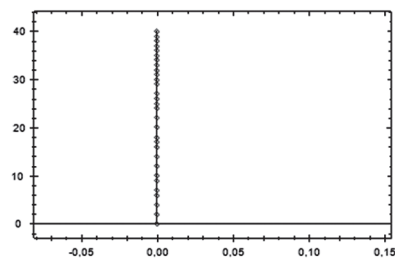


Рис. 5 Відрiзок на осі Y , побудований за допомогою кривої Безьє, та її дискретні представлення на прямокутній та гексагональній ґратках

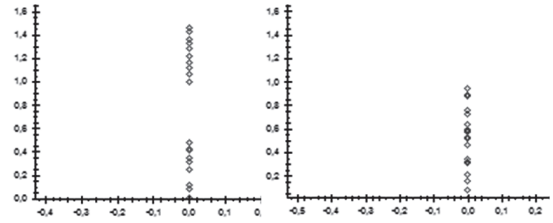


Рис. 6. Відхили від заданих точок до центрів квадратів (справа) та центрів гексагонів (зліва) для відрізка на осі Y

Аналогічно розглянемо півколо з радіусом 30. Наближено ми можемо задати його за допомогою наступних опорних точок: $(0, 30)$, $(30, 50)$, $(50, -30)$, $(0, -30)$.

Результат для 30 точок, взятих з рівномірним кроком, на півколі матиме вигляд:

$$\eta_\Omega = 1,9386, \quad S_\Omega = 29,8169,$$

$$\eta_\Psi = 2,0127, \quad S_\Psi = 34,1149.$$

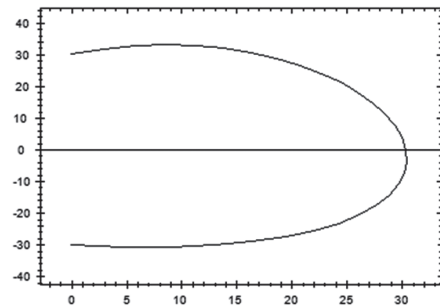


Рис. 7. Півколо радіусом 30, побудоване за допомогою кривої Безьє. Масштаби на осях абсцис та ординат різний

З результатів видно, що гексагональна ґратка краще відтворює коло, аніж прямокутна. Окрім меншого накопичення помилки (сумарний відхил), меншим є і діапазон відхилів, тобто більш вдало описується контур кола. Графічно видно, що в разі повторного переведення на декартову площину множин отриманих точок навіть після апроксимації гексагональні центри утворюють гладкішу криву, аніж прямокутні (рис. 8).

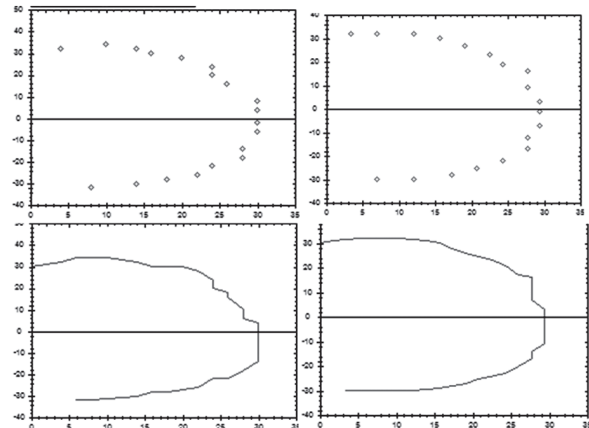


Рис. 8. Дискретні представлення півкола з радіусом 30 на прямокутній (зліва) та гексагональній (справа) ґратках. Масштаби на осях абсцис та ординат на цих графіках не збігаються

Наведемо деякі результати для довільно вибраних опорних точок та кількості точок на кривій (k).

Таблиця 1

Результати для довільно вибраних точок

Опорні точки кривих Безьє	k	Гексагональна гратка		Прямокутна гратка	
		η_{Ω}	S_{Ω}	η_{Ψ}	S_{Ψ}
(15, -70) (-64, -14) (88, 98) (-96, -13)	42	1,5023	41,7837	1,9482	43,8349
(15, -70) (-64, -14) (88, 98) (-96, -13)	37	1,577	41,2354	1,8548	47,9821
(73, 8) (10, 48) (45, -21) (-77, -75)	16	1,4295	14,5486	2,0608	16,0264
(59, -21) (-100, -8) (-46, 32) (42, -37)	61	1,8158	70,0361	1,8427	72,7668
(2, -39) (81, 37) (78, 99) (70, 38)	44	1,7976	45,0016	1,9522	46,1749
(-11, -85) (-42, 31) (-98, -67) (-36, -91)	50	1,7104	53,3673	1,6665	64,5701
(40, 0) (-65, 84) (-6, 39) (28, -61)	27	1,5096	29,2762	1,8356	28,258
(-9, -83) (51, 5) (-20, -67) (-55, -66)	6	1,3992	5,7576	0,8921	8,2891
(67, 93) (-58, 95) (-100, 45) (-81, 44)	96	1,7854	104,465	1,9191	114,1897
(-58, 22) (11, 13) (15, 51) (-18, 62)	42	1,6041	39,835	2,0147	54,98
(16, -84) (30, 97) (-15, 39) (-87, 87)	18	1,4921	17,5535	1,9223	17,1889

З табл. 1 видно, що у більшості випадків гексагональна гратка показує кращі результати. Також важливим показником є кількість точок дискретизації. Так, для кривої Безьє з опорними точками (-9, -83), (51, 5), (-20, -67), (-55, -66) для 6 точок діапазон відхилень на гексагональній гратці більший, аніж на прямокутній, проте вже для 10 ситуація змінюється: $\eta_{\Omega} = 1,3501$, $S_{\Omega} = 10,084$, $\eta_{\Psi} = 1,5821$, $S_{\Psi} = 10,6733$.

Зі збільшенням кількості точок для цієї кривої результати залишаються кращими для гексагональної гратки.

Розглянемо криву Безьє з опорними точками (-39, 35), (-90, 99), (-76, 77), (-84, -94). Для 21 точки дискретизації показник діапазону відхилень трошки кращий на прямокутному растрі. Проте для 20 та 22 точок цей показник знов кращий на гексагональній гратці.

Таблиця 2

Результати експерименту для кривої Безьє з опорними точками (-39, 35), (-90, 99), (-76, 77), (-84, -94)

k	Гексагональна гратка		Прямокутна гратка	
	η_{Ω}	S_{Ω}	η_{Ψ}	S_{Ψ}
20	1,4783	21,774	1,5397	26,2413
21	1,7861	21,734	1,6176	26,0985
22	1,4718	22,6279	2,0158	26,0828
99	1,6585	101,3664	1,9191	116,2484

Якщо й надалі збільшувати кількість точок дискретизації, то у переважній більшості випадків гексагональна гратка дає кращі результати за обома показникам. Цей приклад доводить, що переваги прямокутної гратки для кривих третього порядку є скоріш винятком, а не правилом, які у більшості таких випадках обумовлюються якимось конкретним вибором точок дискретизації для заданої кривої, а не перевагами самої сітки.

Експеримент показав, що у 80-85% випадків гексагональна гратка дає кращі результати, аніж прямокутна для довільно заданих кривих Безьє та довільно вибраної кількості точок на графіку. Наприклад, для 1000 експериментів у 84,2% випадків гексагональна гратка дала менший діапазон відхилів, та у 79,5% – менший сумарний відхил.

Висновки

У статті наведено результати порівняльного аналізу використання гексагональної та прямокутної ґраток для дискретизації кривих Безьє. Для довільно заданих кубічних кривих Безьє проведено дискретизацію на прямокутній та гексагональній ґратках, одиничні елементи яких (гексагон та квадрат) поєднує спільна умова, а саме радіус вписаного кола дорівнює 1. Проведений експеримент, підтвердивши теоретичні відомості про більшу щільність гексагональної ґратки, показав, що дискретне представлення кривих на гексагональному растрі краще передає форму та наближує розміри об'єкта до реальних у 80-85% випадках. Отже, з цього можна зробити висновок, що довжину контуру та площу об'єкта, який можна описати кривими Безьє третього порядку, точніше буде передавати дискретизація на гексагональному растрі, аніж на прямокутному. Треба зазначити, що кількість точок дискретизації має особливо значення для точності відтворення кривої. Якщо ж кількість точок дискретизації значно мала, особливо менша за

10 точок, достовірність висновків падає, тому важко визначати, яка ґратка дає кращі результати.

На нашу думку, ці результати довели необхідність розробки цифрової техніки з гексагонально розташованими сенсорами на чутливій площині. Вважаємо, що не дивлячись на історично зумовлену поширеність прямокутного растру, для задач, які вимагають високої точності обчислень на зображенні, треба використовувати дискретизацію на гексагональному растрі, що менш досліджений та потребує розроблення нових та модифікації наявних алгоритмів оброблення зображень.

Список літератури: 1. *Mesereau, R. M.* The processing of hexagonally sampled two-dimensional signals [Текст] / R. M. Mesereau // *Proceedings IEEE*. — Vol. 67, No. 6. — 1979. — P.930-949. 2. *Middleton, L.* Hexagonal Image Processing [Текст] / L. Middleton, J. Sivaswamy — London: Springer-Verlag London. — 2005. — 254 p. 3. *Xiangjian He, Wenjing Jia.* An Approach to Edge Detection on a Virtual Hexagonal Structure [Текст] / Xiangjian He, Wenjing Jia, Jianmin Li and others // *Digital Image Computing Techniques and Applications, 9th Biennial Conference of the Australian Pattern Recognition Society on. 01/2008.* — DOI: 10.1109/DICTA.2007.4426816. — 2008. 4. *Тот Л.Ф.* Расположение на плоскости, на сфере и в пространстве [Текст] / Л.Ф. Тот — М.: 1958. — 364 с. 5. *Путятин Е.П.* Обработка изображений в робототехнике [Текст] / Е.П.Путятин, С.И. Аверин. — М.: Машиностроение. — 1990. — 320 с.

Поступила в редколлегию 05.06.2012

УДК 004.932

Сравнительный анализ прямоугольной и гексагональной решеток для дискретизации кривых / М.М. Гинзбург, Є.П. Путятин // *Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал.* — 2012. — № 2 (79). — С. 13–18.

В статье приведена математическая модель для сравнительного анализа эффективности использования гексагональной и прямоугольной решеток для дискретизации кривых. Представлены результаты теоретического и экспериментального анализа дискретизации кривых Безье третьего порядка на прямоугольный и гексагональный растр. Сделан вывод, что в 80-85% случаев гексагональная решетка показывает лучшие результаты, что говорит об перспективности перехода на гексагональный растр для решения задач компьютерного зрения.

Табл. 2. Ил. 8. Библиогр.: 5 назв.

UDK 004.932

Comparative analysis of square and hexagonal lattice for curve discretization / M.M. Ginzburg, Y.P. Putyatin // *Bionics of Intelligence: Sci. Mag.* — 2012. — № 2 (79). — P. 13–18.

Mathematical model of use efficiency comparative analysis of the hexagonal and the square lattice for curve discretization is shown in the article. Results of theoretical and experimental analysis for cubic Bezier curve discretization on hexagonal and square lattice show that in 80-85% the hexagonal lattice gives better results than the square lattice, which means that transition to hexagonal sampling must be promising for Computer Vision problems solving.

Tabl. 2. Fig. 8. Ref.: 5 items.