УДК 621.396

В. Н. МАНЖОС, д-р техн. наук, *В. Н. КОКИН*, канд. техн. наук,
А. А. АГАДЖАНОВ, А. К. ФЕДОРОВ

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОЕКЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

Проблеме оптимальной пространственно-временной обработки сигналов в антенных решетках (АР) уделялось большое внимание в течение двух последних десятилетий, о чем свидетельствует большое количество публикаций на эту тему, приведенных например в работе [1]. В практических задачах радиолокационного наблюдения часто требуются не только оптимальные методы выделения полезного сигнала на фоне пространственно-коррелированных мешающих излучений, но и квазиоптимальные, в которых решение отыскивается в некоторой допустимой области. Последняя определяется налагаемыми ограничениями. В работе [2] показано, что для решения задач пространственной фильтрации можно использовать проекционную матрицу (проектор). Реализация проектирования существенно упрощает вычислительные затраты, так как для определения оптимального (по критерию МСШ) весового вектора $R(\alpha)=\Phi^{-1}X(\alpha)$ требуется обратить матрицу размером $(M\times M)$, где M — число элементов АР. Использование же проектора при нахождении весового вектора может, как будет показано ниже, значительно упростить обработку.

Проекционная матрица может быть вычислена с использованием собственных векторов корреляционной матрицы, однако для их вычисления необходимы существенные затраты. Существуют методы получения проекционной матрицы, позволяющие избежать вычисления собственных векторов. Они основаны на разложении Холецкого корреляционной матрицы после удаления диагональных шумовых компонент [3]. Более простым является рассматриваемый в статье метод получения проекционной матрицы, использующий N строк корреляционной матрицы выходных сигналов АР. В статье рассматриваются выигрыш в вычислительных затратах и потери в отношении сигнал/помеха, обусловленные заменой обратной корреляционной матрицы Φ^{-1} проекционной P при нахождении весового вектора $R(\alpha)$.

Рассмотрим устройство обработки, имеющее линейную эквидистантную АР, состоящую из M идентичных ненаправленных излучателей. Пусть на ее раскрыв воздействует поле, создаваемое N независимыми источниками стационарного шума, находящимися в дальней зоне АР под углами θ_i, $i=\overline{1,N}$, отсчитываемыми от нормали к решетке. Тогда амплитудно-фазовое распределение (АФР) i-го источника можно записать в виде

$$X(\nu_i)=\|e^{j(i-1)\nu_i}\|,\ i=\overline{1,M};\ i=\overline{1,N};$$

Инв. № 718519

где $\alpha_i = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta_i = \frac{2\pi}{N} U_i$ — набег фазы между двумя соседними элементами АР; $U_i = Nd \sin\theta_i/\lambda$ — обобщенная угловая координата, выраженная в долях полуширины согласованной диаграммы направленности (ДН) АР; d — расстояние между элементами АР; λ — рабочая длина волны. В таких условиях корреляционная матрица выходных сигналов АР может быть представлена в виде [4] $\Phi = \Phi_0 + \Lambda H \Lambda^{*T}$ (1), где Φ_0 — диагональная матрица спектральных плотностей мощности независимых внутренних шумов каналов приема; H — $(N \times N)$ матрица спектральных плотностей мощности N постановщиков помех, причем в случае некоррелированных по времени источников $H = \mathrm{diag}\|\sigma_{cl}^2\|$, $\Lambda\|X(\nu_1)\ X(\nu_2)\ \ldots\ X(\nu_N)\|$ — $(M \times N)$ матрица векторов-столбцов АФР помех, создаваемых N источниками.

Записывая обратную к Φ матрицу Φ^{-1} в виде [4]

$$\Phi^{-1} = \Phi_0^{-1} - \Phi_0^{-1}\Lambda\,(I - H\Lambda\Phi_0^{-1}\Lambda)^{-1} H\Lambda^{*T}\Phi_0^{-1}$$

в предположении единичных в каналах внутренних шумов $\sigma_ш^2 = 1$ и временной некоррелированности колебаний источников излучения, получим

$$\Phi^{-1} = I - \Lambda\,(H^{-1} + \Lambda^{*T}\Lambda)^{-1}\Lambda^{*T}. \qquad (2)$$

Сравнивая полученное для Φ^{-1} выражение с матрицей проектирования, определяемой в работах [2; 5] как

$$P_{M-N} = I - P_N = I - \Lambda\,(\Lambda^*\,\Lambda)^{-1}\Lambda^{*T}, \qquad (3)$$

заметим, что $\Phi^{-1} = P_{M-N}$ при $h_i \to \infty$. При $h_i \neq \infty$ может быть записано приближенное равенство $\Phi^{-1} \approx P_{M-N}$. Как видно из (3), вычисление проекционной матрицы требует $N^3 + M^2N + 2MN^2$ операций комплексного умножения. В то же время обращение матрицы Φ методом Жордана—Гаусса требует M^3 операций. Выигрыш в числе производимых вычислений зависит от соотношения числа элементов АР и источников излучения.

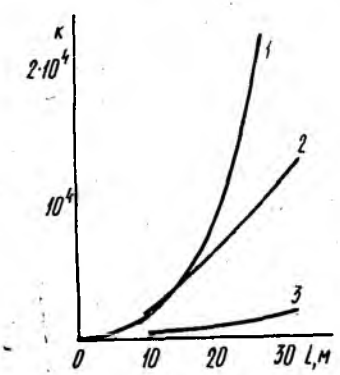

Рис. 1

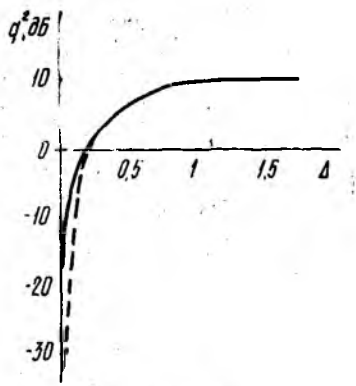

Рис. 2

Зависимость числа выполняемых комплексных умножений K от числа элементов АР M приведена на рис. 1. Здесь кривая *1* характеризует необходимое число умножений при обращении корреляционной матрицы, *2, 3* — при вычислении проекционной матрицы в случае воздействия двух и восьми источников помех соответственно. Как видно из кривых, выигрыш в числе операций возрастает с увеличением разности $M—N$.

Рассмотрим далее формирование проекционной матрицы с использованием любых N строк (или столбцов) корреляционной матрицы. Будем полагать, что внутренние шумы элементов АР значительно меньше интенсивности воздействующих источников помех. Данное допущение позволяет вместо матрицы Φ использовать матрицу $\Phi' = \Lambda H \Lambda^{*T} = \Phi — I$.

Составим $(N \times M)$ матрицу L из первых N строк матрицы Φ'. Такую матрицу L запишем в виде $L = D\Lambda^{*T}$ (4)

где
$$D = \Lambda_N H = \begin{vmatrix} X_1(\nu_1) & X_1(\nu_2) & \dots & X_1(\nu_N) \\ X_2(\nu_1) & X_2(\nu_2) & \dots & X_2(\nu_N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_N(\nu_1) & X_N(\nu_2) & \dots & X_N(\nu_N) \end{vmatrix} \begin{matrix} h_1 & & \\ & h_2 & \\ & & \dots \\ & & h_N \end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} h_1 X_1(\nu_1) & h_2 X_1(\nu_2) & \dots & h_N X_1(\nu_N) \\ h_1 X_2(\nu_1) & h_2 X_2(\nu_2) & \dots & h_N X_2(\nu_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_1 X_N(\nu_1) & h_2 X_N(\nu_2) & \dots & h_N X_N(\nu_2) \end{vmatrix}.$$

Здесь Λ_N — усеченная $(N \times N)$ матрица.

Необходимо отметить, что столбцы $(N \times N)$ матрицы D соответствуют АФР N источников на первых N элементах АР. Следовательно, столбцы матрицы L линейно независимы, матрица D — полного ранга и существует братная матрица D^{-1}.

Обозначив $Q = L^{*T}$, запишем проекционную матрицу $P_{M-N} = I — Q(Q^{*T}Q)^{-1}Q^{*T}$ (5). С учетом $Q = \Lambda\sim$ можно переписать (5) как

$$P_{M-N} = I - \Lambda D \quad (D\Lambda^{*T}\Lambda D^{*T})^{-1} D\Lambda^{*T} = I - \Lambda(\Lambda^{*}\Lambda)^{-1}\Lambda^{*T}. \quad (6)$$

Таким образом, проекционную матрицу можно получить, используя первые N строк корреляционной матрицы. Анализируя далее выражение (6), заметим, что единственным требованием, предъявляемым к матрице D, является существование D^{-1}. Учитывая, что векторы АФР N источников излучения с различными угловыми координатами на любых N элементах АР линейно независимы [4], можно сделать вывод о справедливости (6) при использовании любых N строк (или столбцов) корреляционной матрицы Φ.

Проанализируем возможные потери при замене обратной корреляционной матрицы Φ^{-1} на проекционную матрицу P_{M-N} на примере задачи обнаружения. Для этого запишем отношение сигнал-помеха на выходе устройства пространственной обработки [1]

$$q^2 = |X^{*T}(\alpha)\hat{\Phi}^{-1}X(\alpha)|^2 / X^{*T}(\alpha)\hat{\Phi}^{-1}\Phi\hat{\Phi}^{-1}X(\alpha), \quad (7)$$

где в качестве оценки $\hat{\Phi}^{-1}$ используется либо матрица обратная максимально правдоподобной оценке Ф, либо оценка проекционной матрицы (например, полученная указанным методом).

Рассмотрим возможные потери $\gamma = \frac{q}{q_{max}}$ в случае воздействия одного источника мешающего излучения $N=1$ и известной корреляционной матрицы, определяемой в соответствии с (1). Источник полезного сигнала находится в направлении нормали к апертуре АР ($\alpha=0$). В этой ситуации отношение сигнал—помеха, рассчитанное согласно (7):

$$q^2_{опт} = \frac{M}{1+Mh}\,[1 + Mh\,(1 - \rho^2(\nu))], \qquad (8)$$

где $\rho^2(\nu) = |X^{*T}(0)\cdot X(\nu)/M|^2$ — квадрат модуля коэффициента пространственной корреляции колебаний полезного и мешающего сигналов, приходящих с направлений $\alpha=0$ и ν соответственно. Соответствующее выражение для q^2 при использовании проекционной матрицы P_{M-N} $q^2 = M\,[1-\rho^2(\nu)]$ (9). С учетом выражений (8), (9) потери γ можно рассчитать следующим образом:

$$\gamma = [1 + Mh\,(1-\rho^2)]/[(1+Mh)\,(1-\rho^2)] \geqslant 1. \qquad (10)$$

Анализ выражения (10) показывает, что квазиоптимальная обработка при точной оценке корреляционной матрице, которая использовалась при выводе (10), всегда хуже оптимальной, за исключением случаев $\rho(\nu)=0$ (т. е. $\nu=\pm 1{,}2$ ...). Максимальные потери в случае использования квазиоптимальной обработки наблюдаются при $\rho(\nu)=1$ (т. е. совмещении по направлению источников полезного и мешающего сигналов), в этом случае $\gamma\to\infty$. Существенные различия в $q^2_{опт}$ и q^2 (т. е. $\gamma>3$ дБ) появляются только при $\nu<0{,}1$. Однако при таких угловых расстояниях даже оптимальная обработка не позволяет выделять полезный сигнал на фоне мешающего ($q^2<0$) и ухудшение качества при квазиоптимальной обработке значительной роли не играет. Результаты аналитического расчета подтверждаются данными математического моделирования, приведенными на рис. 2. Здесь показаны кривые, характеризующие $q^2_{опт}$ (сплошная линия) и q^2 (штриховая линия) в зависимости от углового расстояния между источниками полезного и мешающего сигналов ($h=20$ дБ). При этом корреляционная матрица помех на выходах десяти элементной АР оценивалась по $l=80$ временным выборкам.

Кроме этого проводилось математическое моделирование с целью анализа влияния точности оценки корреляционной и проекционной матриц на качество пространственной обработки. С целью получения средних параметров значения $q^2_{опт}(l)$ и $q^2(l)$ усреднялись по 100 различным реализациям. При этом рассматривались два случая воздействия помех интенсивностью $h_i=20$ дБ, которые изображены на рис. 3. Случаю воздействия трех источников помех

по боковым лепесткам соответствуют кривые *1* (оптимальная обработка) и 2 (квазиоптимальная), а при воздействии одного из источников в пределах главного лепестка ($\nu=0{,}5$) значение отношения сигнал-помеха характеризуются кривыми *3, 4* соответственно. Из анализа этих кривых видно, что квазиоптимальная пространственная обработка по своей эффективности практически не уступает оптимальной.

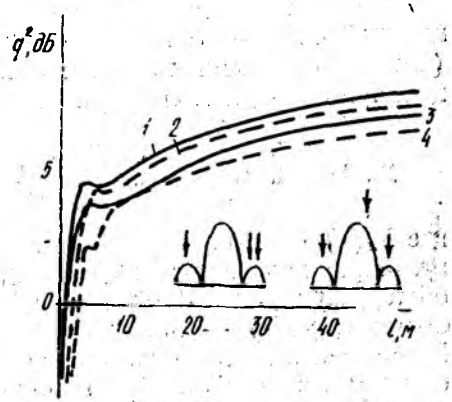

Рис. 3

Обобщая приведенные выше результаты, можно сделать следующие выводы. Возможна реализация квазиоптимальной пространственной фильтрации с использованием проекционной матрицы. Рассмотренный в статье метод вычисления проекционной матрицы требует значительно меньшее количество вычислительных затрат по сравнению с нахождением обратной корреляционной матрицы. При этом выигрыш в количестве операций растет с увеличением разности между числом элементов решетки и числом воздействующих на АР источников помех. В то же время, как показали аналитические расчеты и математическое моделирование, эффективность пространственной обработки при применении квазиоптимального метода ухудшается незначительно.

Список литературы: 1. *Монзиго Р. А., Миллер Т. У.* Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с анг. М., 1986, 448 с. 2. *Журавлев А. К., Лукошкин А. П., Поддубный С. С.* Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Л., 1983. 240 с. 3. *Chien—Chung Geh, PhD.* Simple camputation of projection matrix for bearing estimations//AEE Proceedings. 1987, April. Vol. 134, Pl. F, N 2. P 96—101. 4. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., 1981. 416. 5. *Стренг Г.* Линейная алгебра и ее применения. 1980. 454 с.

Поступила в редколлегию 24.03.89

УДК 621.372

М. А. ИВАНОВ, д-р техн. наук, *И. А. ЯКОВЛЕВ*, канд. физ.-мат. наук, *А. И. ЯКОВЛЕВА*

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫХОДНОГО ОТКЛИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Известно, что отсутствие строгой и полной теории нелинейных динамических преобразований стохастических сигналов существенно ограничивает возможности анализа, синтеза и идентификации