

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОПЛЕРОВСКОГО СИГНАЛА  
АВТОНОМНОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ СКОРОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА****Введение**

В современных научно-технических приложениях радиолокации важное место занимают доплеровские устройства и системы автономной навигации [1], обеспечивающие измерение путевой скорости и угла сноса летательного аппарата (ЛА).

Достижение потенциальных возможностей по точности измерения путевой скорости ЛА автономными доплеровскими измерителями скорости (ДИС) связано прежде всего с выбором и обоснованием статистических моделей доплеровского сигнала, моделей помех, а также критериев качества функционирования ДИС [2].

Специфика функционирования реальных ДИС, устанавливаемых на ЛА предопределяет радиофизическое описание модели доплеровского сигнала в виде суммы сигналов, отражаемых элементами ограниченной по геометрическим размерам площади подстилающей поверхности [3]. При этом ограниченный участок поверхности можно интерпретировать в виде протяженной радиолокационной цели, а отражающие элементы – светящимися точками, порождающими статистически независимые элементарные сигналы.

Наблюдаемый на входе приемного устройства ДИС доплеровский сигнал в большинстве случаев представляется в виде модели узкополосного случайного процесса. Для анализа основных параметров таких сигналов применяется известный аппарат Гильберта [4]. Однако аналитические выражения для огибающей, полной фазы и мгновенной частоты, получаемые в соответствии с [4], оказываются сложными для выполнения различных теоретических расчетов и их использования при синтезе оптимальных и квазиоптимальных устройств измерения доплеровской частоты.

Целью выполненных в работе исследований является синтез статистической модели доплеровского сигнала, отражаемого ограниченным участком подстилающей поверхности, пригодной для создания оптимальных и квазиоптимальных устройств измерения частоты в ДИС на основе применения математического аппарата статистической теории обработки сигналов.

**Изложение основного материала**

Дадим геометрическую интерпретацию многоточечной модели доплеровского сигнала, порождаемого совокупностью светящихся точек, расположенных на ограниченном участке протяженной поверхности, облучаемой источником непрерывных гармонических колебаний, находящимся на борту ЛА, движущегося равномерно и прямолинейно с постоянной путевой скоростью  $W_r$ . Полагаем известными размеры и форму облучаемой площадки, угол наклона диаграммы излучения зондирующего сигнала и ее угловые параметры. Рис.1 поясняет геометрическую структуру многоточечной протяженной радиолокационной цели, которой является ограниченный участок отражающей поверхности.

Здесь  $S$  – участок облучаемой поверхности; ГЦ – геометрический центр участка; СЦО – статистический центр отражения;  $\beta_0$  – угол облучения в вертикальной плоскости;  $\theta$  – угол облучения в горизонтальной плоскости;  $L$  – линейное смещение СЦО относительно ГЦ;  $\alpha$  – ширина диаграммы направленности;  $H$  – высота полета.

При наличии множества светящихся точек (рис.1, б) возникает статистический центр отражения СЦО, смещенный относительно геометрического центра (ГЦ) площадки на расстояние  $L$  [3].

Координатное положение СЦО относительно центра площадки  $S$  зависит от соотношения амплитуд и фаз сигналов, порождаемых светящимися точками.

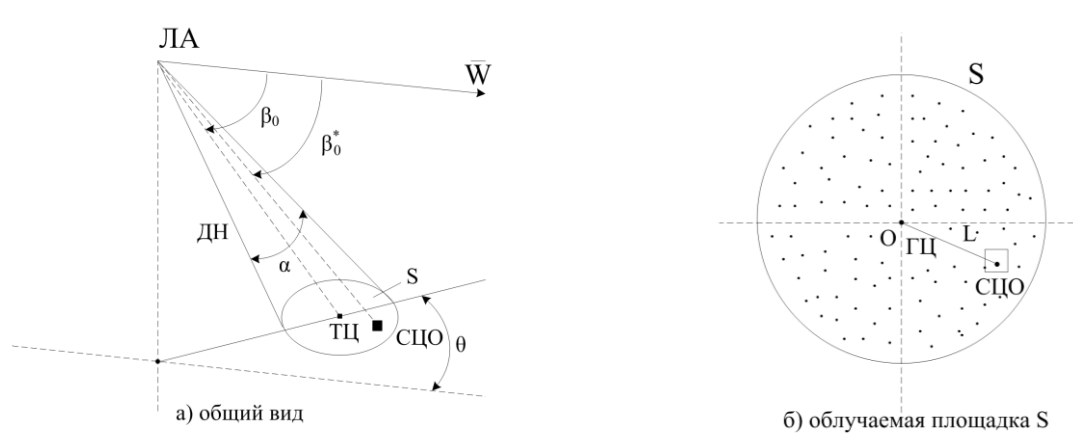


Рис. 1

При движении ЛА площадка  $S$  будет перемещаться по подстилающей поверхности также со скоростью  $\vec{W}$ . При этом будет меняться количество светящихся точек и дальности от каждой из них до ЛА случайным образом. В результате таких случайных изменений будет наблюдаться «блуждание» СЦО по освещаемой площадке  $S$ , вызывая флуктуации амплитуды и частоты суммарного сигнала, отражаемого освещенной площадкой. Эти флуктуации можно интерпретировать как сообщения  $\lambda_a(t)$  и  $\lambda_{\dot{a}}(t)$ , порождаемые источником, расположенным в точке СЦО, которые модулируют параметры источника – амплитуду и частоту, равную  $f_0 + F_{\dot{A}}$ .

При достаточно общих предположениях относительно статистических характеристик светящихся точек, отраженный сигнал и сообщения  $\lambda_a(t)$  и  $\lambda_{\dot{a}}(t)$ , все описанные выше радиофизические процессы можно представить в виде структурной схемы радиоканала передачи сообщений, как показано на рис. 2.

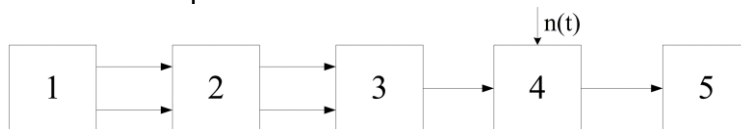


Рис. 2

Здесь 1 – источник сообщений  $\lambda_a(t)$  и  $\lambda_{\dot{a}}(t)$ ; 2 – модулятор; 3 – сигнал переносчик  $f_0 + F_{\dot{A}}$ ,  $f_0$  – зондирующий сигнал,  $F_{\dot{A}}$  – доплеровское смещение частоты зондирующего сигнала  $f_0$ ; 4 – радиоканал;  $n(t)$  – шум; 5 – приемник ДИС.

В основу последующего изложения материалов статьи положим, что объектом оптимальной обработки является аддитивная смесь сигнала – переносчика сообщения  $S[\lambda(t), t]$  и помехи  $n(t)$ .

Тремя важными примерами сигналов при непрерывном наблюдении являются

$$S[\lambda(t), t] = \lambda(t), \quad (1)$$

$$S[t, \lambda_a(t)] = \sqrt{2}U_0 [1 + M_{A\dot{I}} \lambda(t)] \sin \omega_u t, \quad (2)$$

$$S[t, \lambda_{\dot{a}}(t)] = \sqrt{2}U_0 \sin \left\{ \omega_u t + M_{\dot{a}} \int \lambda(t) dt + \varphi(t) \right\}, \quad (3)$$

где  $\sqrt{2}U_0$  и  $\omega_u$  – амплитуда и частота сигнала;  $M_{A\dot{I}}$  – коэффициент глубины амплитудной модуляции;  $M_{\dot{a}}$  – индекс частотной модуляции;  $\varphi(t)$  – начальная фаза;  $\omega_u = \omega_0 + F_{\dot{A}}$ ;  $\omega_0$  –

частота излучаемого сигнала;  $F_{\ddot{A}}^*$  – среднее значение доплеровской частоты относительно углового направления  $\beta_0^*$  на СЦО;

$$F_{\ddot{A}}^* = \frac{2W}{\lambda} \cos \beta_0^*, \quad (4)$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения

Полагая в формуле (4) скорость  $W$  (км/ч) и длину волны  $\lambda$  (см), получаем

$$F_{\ddot{A}}^* (\ddot{A}\ddot{o}) = 55,6 \frac{W}{\lambda} \cos \beta_0^*. \quad (5)$$

Ширину спектра доплеровского сигнала можно оценить по формуле

$$\Delta F_{\ddot{A}} \simeq \frac{2W}{\lambda} \sin \beta_0 \Delta \beta_{0,5},$$

где  $\Delta \beta_{0,5}$  – ширина двухсторонней (на передачу и прием) диаграммы направленности ДИС.

Относительная ширина доплеровского спектра при типовых значениях  $\beta_0 = 70^\circ$   $\Delta \beta_{0,5} \simeq 4 \div 5^\circ$  составит

$$\frac{\Delta F_{\ddot{A}}}{F_{\ddot{A}0}} = 0,1 \div 0,15,$$

т.е. доплеровский спектр узкополосен.

Задача синтеза для (1) соответствует фильтрации или оптимальной фильтрации. Для (2) и (3) соответствуют амплитудной и частотной модуляции.

Для случая совместной амплитудно-частотной обработки, когда амплитуда и частота радиосигнала модулируются случайными процессами  $\lambda_a(t)$  и  $\lambda_{\dot{a}}(t)$ , коррелированными между собой, модель доплеровского сигнала может быть записана в аналитической форме:

$$\begin{aligned} S[(t, \lambda_a(t), \lambda_{\dot{a}}(t))] = \\ = \sqrt{2} U_0 [1 + M_a \lambda_a(t)] \sin[\omega_u t + M_{\dot{a}} \int_0^t \lambda_{\dot{a}}(\tau) d\tau + \varphi(t)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Конкретизируем математическое описание случайных процессов (сообщении)  $\lambda_a(t)$  и  $\lambda_{\dot{a}}(t)$ , опираясь на статистические характеристики данных процессов, приведенные в [7]. В частности, при равномерном распределении флуктуаций фаз светящихся точек, амплитудное распределение суммарного сигнала подчиняется релеевскому закону, а распределение флуктуации фазы подчиняется равномерному закону. Тогда поведение  $\lambda_a(t)$  и  $\lambda_{\dot{a}}(t)$  удобно описать марковскими случайными процессами в виде стохастических дифференциальных уравнений:

$$\dot{\lambda}_a = -\alpha_1 \lambda_1 + \frac{N_{01}}{4\lambda_1} + n_{01}(t), \quad (7)$$

$$\dot{\lambda}_{\dot{a}} = -\alpha_2 \lambda_2 + n_{02}(t), \quad (8)$$

$$\dot{\psi} = M_{\dot{a}} \lambda_{\dot{a}} + \dot{\varphi}(t), \quad \psi(t) = M_{\dot{a}} \int_0^t \lambda_{\dot{a}}(\tau) d\tau + \varphi(t),$$

$$\dot{\varphi} = n_{\varphi}(t).$$

Здесь  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – величины обратные интервалу корреляции амплитудных  $\tau_a$  и частотных  $\tau_f$  флуктуаций,  $n_{01}(t)$  и  $n_{02}(t)$  нормальные белые шумы с нулевым математическим ожиданием и дельта функцией корреляции;  $N_{01}(t)$  и  $N_{02}(t)$  спектральная плотность мощности.

Величина взаимной корреляции между  $n_{01}(t)$  и  $n_{02}(t)$  определяется соотношением

$$B_{n_{01}, n_{02}}(\tau) = k \frac{\sqrt{N_{01}N_{02}}}{2} \delta(\tau), \quad 0 \leq k \leq 1. \quad (9)$$

Имитационная модель доплеровского сигнала (6) представлена на рис.3.

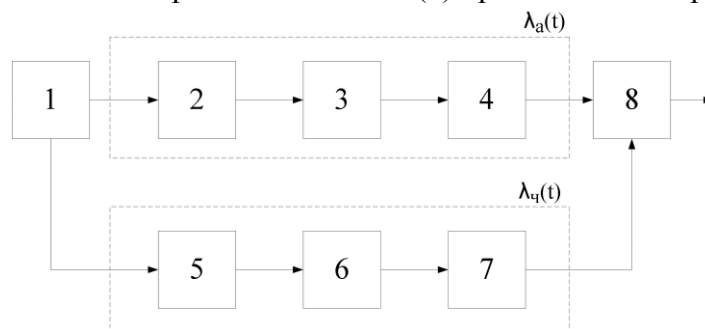


Рис. 3

В состав имитатора входят: 1 – генератор шума; 2 – резонансный контур; 3 – детектор огибающей; 4, 5 – фильтр нижних частот; 6 – частотно-модулированный генератор; 7 – резонансный фильтр; 8 – амплитудный модулятор.

Формирование сообщения  $\lambda_a(t)$ , соответствующее реллевскому распределению амплитуды осуществляется следующим образом. Шумовое напряжение с выхода 1 поступает на резонансный фильтр 2, далее осуществляется детектирование огибающей амплитудным детектором 3 и низкочастотная фильтрация 4. В результате формируется случайный процесс  $\lambda_a(t)$ , соответствующий стохастическому уравнению (7). Формирование сообщения  $\lambda_f(t)$ , соответствующее равномерному распределению фазы осуществляется следующим образом. Шумовое напряжение с выхода 1 поступает на фильтр низких частот 5, далее выходное напряжение 5 модулирует по частоте ЧМ-генератор 6 на выходе которого включен резонансный фильтр с заданной частотной характеристикой, например, прямоугольной, гауссовской или любой другой.

### Результаты компьютерного моделирования

1. Задаем плотность вероятности распределений мгновенных значений амплитуды реллевским распределением

$$P(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma^2 = \frac{N_0}{4\alpha_1},$$

где  $A$  – амплитуда;  $\alpha_1$  – затухание;  $N_0$  – спектральная плотность мощности «белого» шума.

Исходные данные:

- генератор шума  $N_0 = 10^{-9}, 10^{-12}$ ,  $A = 1$  В;
- параметры резонансного контура (рис. 3)  $f_0 = 5$  кГц,  $\alpha_1 = 0,01; 0,02$ ;
- полоса пропускания  $\Delta f_{0,7} = 50 \text{ Å}, 100 \text{ Å}$ ;
- параметры ФНЧ1: частота среза  $f_c = 100 \text{ Å}, 200 \text{ Å}$ .

2. Формируем спектр доплеровского сигнала с частотной характеристикой, соответствующей гауссовской (аналогично реализованной в приборе ГЧ-53):

$$F^2(f) = A^2 e^{[-(f-f_0)^2 / \Delta f^2]},$$

где  $f_0$  – средняя частота контура, или ЧМ генератора;  $\Delta f$  – полоса пропускания или девиация частоты ЧМ генератора;  $A^2$  – квадрат амплитуды.

Среднеквадратическая частота этого спектра

$$f_{CK}^2 = \int_0^\infty f^2 F^2(f) df / \int_0^\infty F^2(f) df.$$

Исходные данные:

- параметры ФНЧ2: Частота среза  $f_c = 500 \text{ } \tilde{\text{Ä}}\ddot{\text{o}}, 1 \text{ } \hat{\text{e}}\tilde{\text{Ä}}\ddot{\text{o}}$ ;
- средняя частота ЧМ генератора  $f_0 = 5 \text{ } \hat{\text{e}}\tilde{\text{Ä}}\ddot{\text{o}}$ ;
- девиация частоты  $\beta = \frac{\Delta f}{f_0} = 0,1; 0,2$ ;
- резонансный фильтр  $f_0 = 5 \text{ } \hat{\text{e}}\tilde{\text{Ä}}\ddot{\text{o}}$ ;
- полоса  $\Delta f = 500 \text{ } \tilde{\text{Ä}}\ddot{\text{o}}, 1 \text{ } \hat{\text{e}}\tilde{\text{Ä}}\ddot{\text{o}}$ ;
- огибающая амплитудно-частотной характеристики  $\sqrt{F^2(f)}$ .

Графические зависимости результатов моделирования схемы 3 изображены на рис.4.

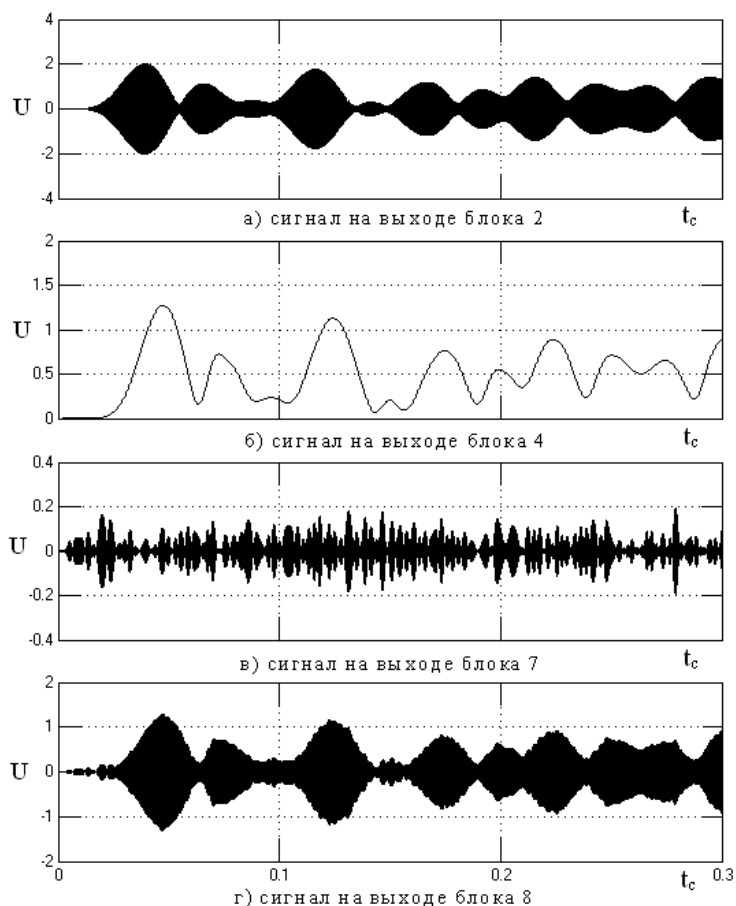


Рис. 4

На рис. 5 – 7 представлены частотная характеристика низкочастотного фильтра модели (фильтр Баттерворда), аналитический спектр выходного сигнала модели и аналитический спектр на выходе амплитудного модулятора. Спектральный анализ проводился на основе быстрого преобразования Фурье.

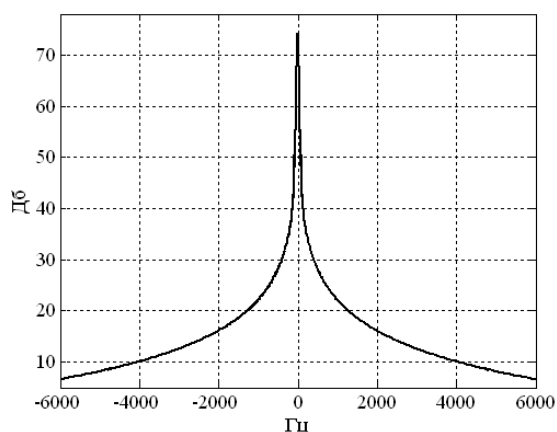


Рис. 5

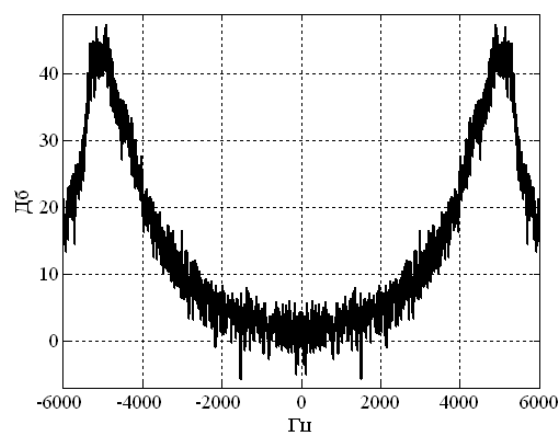


Рис. 6

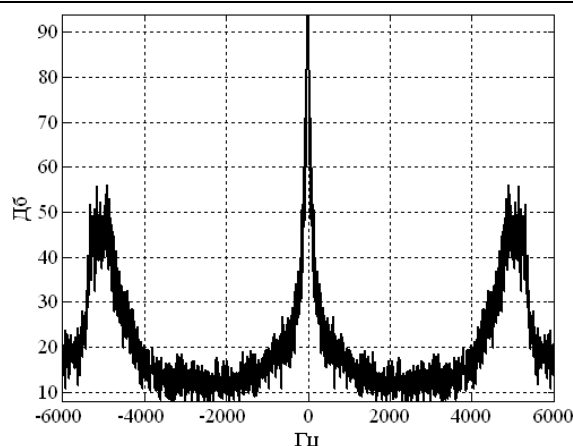


Рис. 7

## Выводы

1. На базе радиофизического представления доплеровского сигнала создаваемого подстилающей поверхностью при ее зондировании с борта ЛА синтезирована математическая модель отраженного сигнала, которая представляет собой случайный процесс с амплитудной модуляцией огибающей и частотной модуляцией несущей.

2. Разработана имитационная модель синтезированного сигнала, в которой учтены статистические свойства огибающей в виде релейевского сигнала и статистические свойства частотно-модулированного колебания соответствующего узкополосному процессу с равномерно распределенной фазой.

3. Выполнено компьютерное моделирование в соответствии с выбранными исходными данными и их статистическими характеристиками соответствующими п. 2.

4. Синтезированная модель зондирующего сигнала позволяет использовать методы оптимальной обработки хорошо разработанной статистической теории радиотехнических систем и на ее основе синтезировать оптимальную структуру обработки отраженного доплеровского сигнала.

5. Из компьютерного моделирования следует, что результирующий доплеровский сигнал модулирован по амплитуде, а спектр соответствует выбранным параметрам формируемого частотно-модулированного сигнала заданного параметрами его моделирования.

**Список литературы:** 1. Колчинский, В.Е. Доплеровские устройства и системы навигации / В.Е. Колчинский, И.А. Мандуровский, М.И. Константиновский. – М. : Сов. радио, 1975. – 432 с.  
2. Фалькович, С.Е. Основы статистической теории радиотехнических систем / С.Е. Фалькович,

П.Ю. Костенко : учеб.пособие. – Х. : ХАИ, 2005. – 390 с. 3.Островитянов, Р.В. Статистическая теория радиолокации протяженных целей / Р.В. Островитянов, Ф.А. Басалов. – М. : Радио и связь, 1982. – 232 с. 4.Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М. : Высш. шк., 1988. – 448 с. 5. Фомин, А.Ф. Аналоговые и цифровые синхронно-фазовые измерители и демодуляторы / А.Ф. Фомин, А.И. Шелухин. – М. : Радио и связь, 1987. – 248 с. 6.Кулемин, Г.П. Статистические характеристики радиолокационных целей / Г.П. Кулемин, В.Б. Разсковский. 7.Тихонов, В.И. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов / В.И. Тихонов, Н.К. Кульман. – М. : Сов. радио, 1975. – 704 с.

*Национальный аэрокосмический университет  
имени Н.Е. Жуковского «ХАИ»,  
Житомирский военный институт  
Национального авиационного университета*

*Поступила в редколлегию 13.04.2014*