УДК 612.372.413

А. Ю. ПАНЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СДВИГОВ ЧАСТОТ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ ПРИ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЗМУЩЕНИИ ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ СРЕДЫ

Для повышения информационной способности измерителей различных типов успешно применяются различные виды модуляции [1, 2]. Идея применения модуляции для получения информации о тех или иных свойствах объектов возникла давно, но до настоящего времени она не исчерпала своих возможностей. Появление новых измерительных приборов, совершенствование уже известных методик открывает новые возможности для применения модуляции. Поэтому расширение сферы применения модуляционных принципов является весьма актуальной задачей.

Объемные резонаторы СВЧ-диапазона давно и успешно применяются для измерения параметров сред и объектов. Наиболее часто измерению подлежит значение диэлектрической проницаемости. Если искомая величина иная, то далее по известным зависимостям находится соответствие между ней и измеренным значением диэлектрической проницаемости. Модуляция параметров среды, например, плотности, даст возможность получить дополнительную информацию в виде зависимостей диэлектрической проницаемости от плотности, что в дальнейшем позволит получить сведения о новых параметрах объекта. Одним из основных вопросов является вопрос о чувствительности метода. Модуляционное воздействие должно быть достаточно слабым, чтобы не изменять параметров резонатора, или таким, чтобы можно было учесть изменение этих параметров. Вопрос чувствительности для оценки характеристик воздушной среды рассматривался в [3]. Показано, что современный технологический уровень может обеспечить создание устройств, обладающих практической ценностью. Но там при анализе возможностей применялся достаточно грубый метод расчета, пригодный лишь для предварительных оценок. В связи с тем, что косвенные измерения, к которым относятся и резонаторные методы ,основаны на строгом решении задачи о связи входных и искомых характеристик, возникает необходимость уточнения решения электродинамической задачи.

Построение общей теории объемных резонаторов, заполненных средой с плавным изменением параметров, является весьма сложной задачей, поэтому рассмотрим конкретный пример цилиндрического резонатора, в котором возбуждаются моды E_{01m}. Будем считать так же, что изменение диэлектрической проницаемости происходит за счет изменения плотности среды, которая модулируется акустической волной в этом же резонаторе на моде (00m). Магнитную проницаемость среды будем считать постоянной и не изменяющейся под воздействием акустической волны.

Волновое уравнение получим для напряженности магнитного поля, которое в данном случае имеет только азимутальную составляющую. При его получении оставим слагаемое, описывающее изменение тока смещения в зависимости от градиента диэлектрической проницаемости:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rH_\varphi\right)\right)+\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial z^2}-\frac{\partial \varepsilon_a}{\partial z}\left(\frac{1}{\varepsilon_a}\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\right)-\varepsilon_a\mu_0\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial t^2}=0. \qquad (1)$$

Так как рассматривается гармоническое возбуждение, то производную по времени можно представить в виде $j\omega$. Малая величина акустического возмущения исключает возможность появления новых мод.

После разделения переменных получим уравнение Бесселя для радиального распределения и линейное однородное уравнение для функции, определяющей изменение H_φ вдоль оси:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\frac{1}{\varepsilon_a}\frac{\partial \varepsilon_a}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z}+\left(\varepsilon_a\mu_0\omega^2-k_r^2\right)u=0, \qquad (2)$$

где k_r – поперечное волновое число.

Оценим величину вкладов каждого из слагаемых. Первое слагаемое имеет порядок:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\approx\frac{u}{\lambda_e^2}, \qquad (3)$$

где λ_e – длина волны электромагнитных колебаний.

Эту величину можно считать основным порядком членов данного уравнения.

Диэлектрическую проницаемость можно представить в виде суммы постоянной составляющей ε_{a0} и составляющей обусловленной акустическим воздействием $\Delta\varepsilon_a$, амплитуду которой обозначим $\Delta\varepsilon_{a0}$. Тогда порядок величины второго слагаемого будет составлять:

$$\frac{1}{\varepsilon_a}\frac{\partial\varepsilon_a}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z} \approx \frac{\left(1-\frac{\Delta\varepsilon_{a0}}{\varepsilon_a}\right)}{\varepsilon_a}\frac{\Delta\varepsilon_{a0}}{\lambda_a}\frac{u}{\lambda_e}. \tag{4}$$

Возбуждение акустических и электромагнитных волн происходит в одном резонаторе, поэтому длины волн электромагнитных и акустических колебаний λ_e и λ_a соизмеримы. Второе слагаемое в скобках можно опустить, так как при акустическом возмущении $\Delta\varepsilon_{a0}/\varepsilon_a \ll 1$.

Третье слагаемое в (2) имеет порядок:

$$\left(\varepsilon\mu\omega^2 - k_r^2\right)\cdot u \approx \frac{4\pi^2}{\lambda_e^2}\left(1+\frac{\Delta\varepsilon_{a0}}{\varepsilon_a}\right)\cdot u - k_r^2 u. \tag{5}$$

Регулярная часть, определяющая колебания в невозмущенном резонаторе, соответствует слагаемым $\left(4\pi^2/\lambda_e^2 - k_r^2\right)\cdot u$ в правой части. Изменения при акустическом возмущении определяются слагаемым, пропорциональным $\left(4\pi^2\Delta\varepsilon_{a0}/\varepsilon_a\lambda_e^2\right)\cdot u$. Можно отметить, что это слагаемое имеет тот же порядок величины, что и (4). Поэтому исключение второго слагаемого в (2) из анализа приводит к существенным ошибкам. Допустимые упрощения приводят к уравнению вида:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{\varepsilon_{a0}}\frac{\partial\Delta\varepsilon_a}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z} + \left(\varepsilon_{a0}\left(1+\frac{\Delta\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}}\right)\mu_0\omega^2 - k_r^2\right)\cdot u = 0. \tag{6}$$

Изменение резонансной частоты, вызванное акустическим возмущением, мало, поэтому при расчете взаимодействия электромагнитного поля с акустическим можно считать, что частота электромагнитных колебаний постоянна. Такое приближение позволит решать прямую задачу, в которой изменяется длина волны. В реальном резонаторе это потребовало бы изменения размеров, величина которого соответствовала бы отношению $\Delta\varepsilon_{a0}/\varepsilon_a$. Таким образом, можно с высокой степенью точности считать, что картина поля в резонаторе не меняется и решать прямую задачу изменения длины волны при постоянной частоте, а относительное изменение резонансной частоты определить как величину, обратную изменению λ_e относительно своего начального значения λ_{e0} .В этом случае расстояние в (6) можно нормировать введя переменную

$$x = \frac{z}{\lambda_{e0}}. \tag{7}$$

Тогда уравнение (6) можно преобразовать к виду:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{\varepsilon_{a0}}\frac{\partial\Delta\varepsilon_a}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} + \left(1+\frac{\Delta\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}} - \frac{k_r^2}{k_{e0}^2}\right)u = 0, \tag{8}$$

где k_{e0}^2 – начальное значение продольного волнового числа.

Таким образом, для определения поля в возмущенном резонаторе необходимо решить линейное однородное уравнение второго порядка, у которого оба коэффициента являются функциями. Такое решение требует применения наиболее универсальных подходов. В качестве такого можно предложить разложение в степенные ряды. Такое предложение для расчета резонаторов допустимо, поскольку в резонаторах, как правило, используются низшие типы волн, и число осцилляций как для акустической составляющей, так и для электромагнитной, ограничено.

Относительное изменение диэлектрической проницаемости запишем в виде ряда с действительными постоянными коэффициентами:

$$\frac{\Delta\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n . \tag{9}$$

Аналогично для искомой функции $u(z)$ можно записать:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n . \tag{10}$$

Подставляя (9) и (10) в (8), получим:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) b_n z^{n-2} - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n z^{n-1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z^{n-1} + \left(1 - \frac{k_r^2}{k_{e0}^2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n\right) \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n = 0 . \tag{11}$$

Тогда искомые коэффициенты b_n можно определить на основании рекуррентных соотношений:

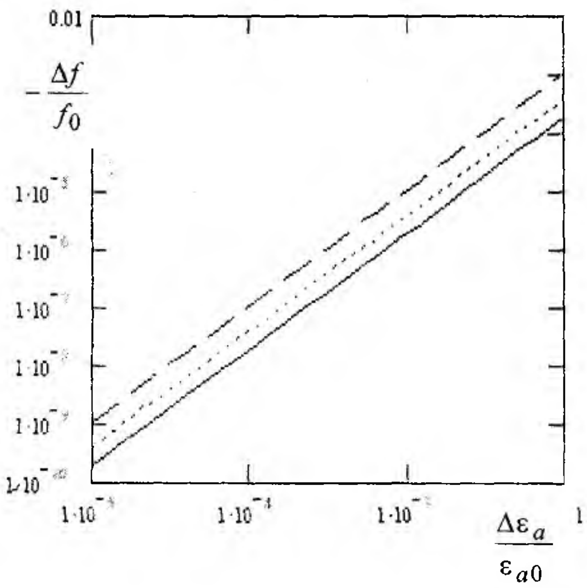
$$b_n = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{m=1}^{n-1} m(n-m-1) b_m a_{n-m-1} - \sum_{m=0}^{n-2} b_m a_{n-m-2} \right). \tag{10}$$

Коэффициенты b_0 и b_1 могут выбираться произвольно. Комбинация $b_0 = 1$, $b_1 = 0$ соответствует косинусоидальному решению для невозмущенного резонатора, комбинация $b_0 = 0$, $b_1 = 1$ – синусоидальному.

В качестве примера рассмотрим воздействие акустического возмущения на низший тип волны в резонаторе – E_{011}. Для акустического возмущения также выберем низший тип – (001). На рис.1 представлены результаты расчета изменения относительного значения резонансной частоты в зависимости от амплитуды отношения $\Delta\varepsilon_a / \varepsilon_{a0}$, которое определяется интенсивностью акустического воздействия. Расчеты проводились для трех значений k_r^2 / k_{e0}^2: сплошная линия – $k_r^2 / k_{e0}^2 = 0{,}2$, пунктирная – 0.4, штриховая – 0.6. Чтобы представить результаты в логарифмическом масштабе и для обеспечения нормальной работы математического программного пакета, результаты расчета взяты со знаком минус. Использование квадрата отношения радиальной постоянной распространения к длине волны в свободном пространстве удобнее для представления графического материала.

Для графиков на рис. 1 расчет проводился без учета второго слагаемого в (2). Зависимости имеют практически квадратичный характер, поскольку учитывается только воздействие от приращения диэлектрической проницаемости, а для моды (001) увеличение $\Delta\varepsilon_a$ в одной половине резонатора компенсируется таким же по величине уменьшением в другой. Эти графики по сути представляют воздействие величин второго порядка малости. Аналогичные зависимости, но с учетом второго слагаемого, представлены на рис. 2. Здесь величина изменения результирующего воздействия существенно выше, и зависимости имеют линейный характер. Объяснить такое поведение резонансной частоты можно отражением электромагнитной волны от перепада диэлектрической проницаемости, который для (001) моды расположен посередине резонатора. Это явление аналогично тому, которое возникнет при помещении в центр резонатора полупрозрачного экрана.

На рис. 3 и рис. 4 представлены расчеты изменения относительного значения частоты резонанса в зависимости от отношения k_r^2 / k_{e0}^2 для трех значений $\Delta\varepsilon_a / \varepsilon_{a0}$: сплошная линия для $\Delta\varepsilon_a / \varepsilon_{a0} = 0.001$, пунктирная – 0.0015, штриховая – 0.002. Так же, как и ранее, расчеты, представленные на рис. 3, проводились без учета второго слагаемого в (2), а для рис. 4 – оно учтено.



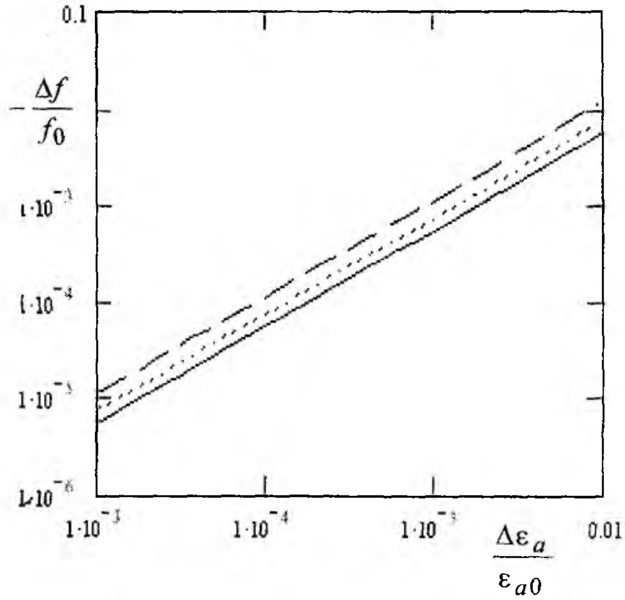
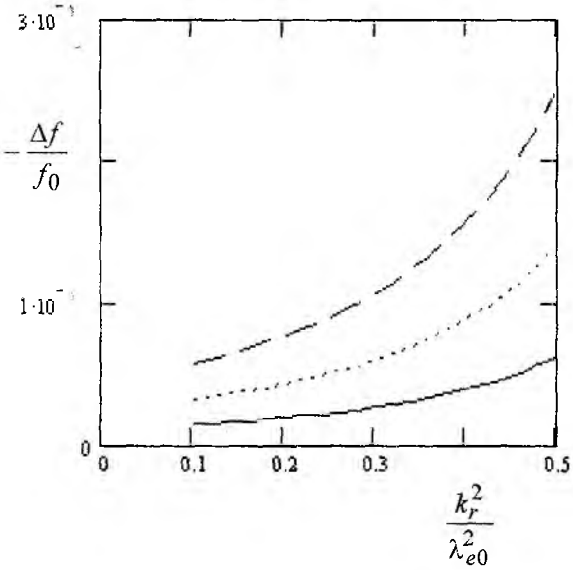


Рис. 1

Рис. 2



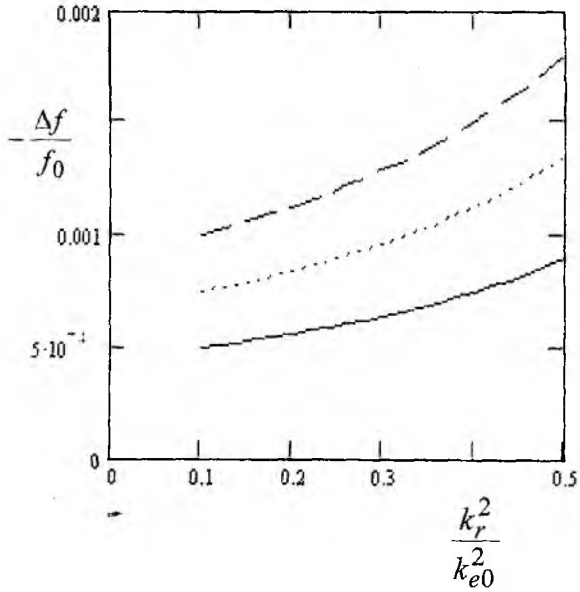


Рис. 3

Рис. 4

Увеличение сдвига частоты при увеличении отношения k_r^2 / k_{e0}^2 происходит вследствие увеличения длины волны по оси резонатора и, соответственно, длины взаимодействия между акустическим и электромагнитным полем.

Список литературы: 1. *Скрипник Ю.А.* Модуляционные измерения параметров сигналов и цепей. М.: Сов. радио, 1975. 320 с. 2. *Кардона М.* Модуляционная спектроскопия. М. Мир, 1972. 416с. 3. *Панченко А.Ю.* Оценка возможности комплексного использования акустических и электромагнитных волн для определения параметров веществ в закрытых объемах // Радиоэлектроника и информатика: Науч. техн. журн. 1997. №1. С.19-20.

Харьковский технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 19.03.2001