320с. **10.** *Петров Э.Г., Булавин Д.А., Петров К.Э.* Использование генетических алгоритмов для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели индивидуального многофакторного оценивания //Проблемы бионики. 2004. №60. С. 17-27. **11.** *Руденко О.Г., Бодянский Е.В.* Основы теории искусственных нейронных сетей. Харьков: ТЕЛЕТЕХ, 2002. 317 с. **12.** *Петров Э.Г., Батий Л.В.* Модель выбора многокритериального решения при интервальном задании весовых коэффициентов // Вестник Херсонского государственного технического университета. 2002. № 1 (14). С. 28-31.

Поступила в редколлегию 30.06.2005

Рецензент: д-р техн.наук, проф. Петорв Э.Г.

Петров Константин Эдуардович, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики Национального университета внутренних дел. Научные интересы: многокритериальная оптимизация, методы принятия решений. Адрес: Украина, 61080, Харьков, пр. 50-летия СССР, 27, тел. (0572) 50-36-33.

Колесник Людмила Владимировна, ассистент кафедры системотехники ХНУРЭ. Научные интересы: методы принятия решений и оптимизация. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 702-10-06.

УДК 519.85

КЛАССЫ КОМПОЗИЦИОННЫХ ОБРАЗОВ КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

ГРЕБЕННИК И.В.

Рассматривается классификация специальных классов комбинаторных множеств – композиционных образов. Основой классификации служат введенные базовые комбинаторные множества. Подробно исследуется один из классов – композиции перестановок. Анализируются возможности его использования в моделях задач геометрического проектирования.

Актуальность

Для моделирования задач, имеющих сложную комбинаторную природу, необходимо использование соответствующих классов комбинаторных множеств, адекватно описывающих области допустимых решений указанных задач [1-4]. К описываемому классу относятся многие экстремальные задачи геометрического проектирования с дискретными параметрами [4]. При построении математических моделей требуется определение и конструктивное описание комбинаторных множеств, обладающих необходимыми комбинаторными свойствами. Во многих случаях для этого нужно построить комбинаторные множества, выходящие за рамки известных классов комбинаторных множеств. Следовательно, необходимо создание конструктивных средств описания комбинаторных множеств с заданными свойствами и их классификация.

Один из способов описания комбинаторных множеств, обладающих заданными свойствами, связан с понятием конфигурации, т.е. определенным образом заданного отображения, введенным в работах К.Бержа [3]. Другой способ основан на применении теории перечисления Пойа [3], в рамках которой производится формальное описание конфигураций и построение соответствующих производящих функций, результатом чего является общая комбинаторная схема. Она позволяет с единых позиций описывать многие комбинаторные множества.

Являясь универсальным средством описания широкого класса комбинаторных множеств, общая комбинаторная схема дает эффективные решения только для ряда простых классов комбинаторных множеств. Применение данной схемы для описания конфигураций, имеющих сложную комбинаторную структуру, приводит к громоздким построениям, неприменимым на практике [3].

Еще один способ построения описаний комбинаторных множеств с заданным набором свойств связан с понятием поликомбинаторного множества [5]. При описании поликомбинаторных множеств необходимо задание и учет конкретных комбинаторных свойств, которыми должно обладать множество. Для сложных комбинаторных конструкций это также приводит к громоздким результатам.

Альтернативой указанным подходам для описания и исследования достаточно широкого класса комбинаторных множеств может служить метод построения композиционных образов (k -образов) комбинаторных множеств, описанный в [6]. Идея метода состоит в следующем. Путем задания конфигураций или с помощью общей комбинаторной схемы формируется описание конечного набора базовых комбинаторных множеств. На этой основе строятся k -образы комбинаторных множеств, т.е. комбинаторные множества, порождающие элементы которых сами являются элементами других комбинаторных множеств. Это дает возможность получения приемлемых на практике описаний при построении математических моделей различных классов задач, имеющих комбинаторную структуру.

В отличие от общей комбинаторной схемы, метод построения k -образов комбинаторных множеств обладает меньшей универсальностью. Он позволяет строить классы комбинаторных множеств, определяемые заданным набором базовых комбинаторных множеств.

Целью настоящей работы является формирование набора базовых комбинаторных множеств и описание на его основе множества классов k -образов комбинаторных множеств.

Дадим определение понятия конфигурации, введенное К.Бержем и приведенное в [3].

Пусть $X = \{1, 2, ..., m\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ и пусть на Y задан строгий линейный порядок: $y_1 < y_2 < ... < y_n$. Отображение $\varphi : X \to Y$, удовлетворяющее заданному комплексу ограничений Λ, называется *конфигурацией*. Ограничения Λ определяют некоторый класс конфигураций, составляющих конкретное комбинаторное множество.

Постановка задачи

Основываясь на понятии конфигурации, сформируем описание набора базовых комбинаторных множеств. В этот набор включим классы конфигураций, соответствующие наиболее распространенным комбинаторным множествам, которые могут быть эффективно описаны с использованием указанных средств. Исходя из этого, рассмотрим конфигурации, соответствующие перестановкам, размещениям, сочетаниям и кортежам. Отметим, что построение данных конфигураций, включающее задание отображений φ и набора ограничений Λ, проведено, например, в [3]. Таким образом, в набор базовых классов комбинаторных конфигураций (базовых комбинаторных множеств) включим следующие множества: множество перестановок P_{nk} из n элементов, k из которых различны; общее множество размещений $\tilde{A}_n^k$ из n элементов по k; множество сочетаний $\bar{C}_n^k$ из n элементов по k; кортеж T_{nm} из n элементов, m из которых различны [4]. При этом будем считать сформированный набор базовых комбинаторных множеств открытым, допуская возможность его расширения при построении новых k - образов комбинаторных множеств.

Используя подход, описанный в [6], построим всевозможные композиционные образы базовых комбинаторных множеств. Приведем определение введенного в [6] понятия k - образа комбинаторных множеств.

Пусть $A = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Рассмотрим множество $\mathbf{X}$, состоящее из всех подмножеств множества A. Выберем $x = (x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, ..., x_{\alpha_k}) \in \mathbf{X}$. Построим базовое комбинаторное множество Y_x, порожденное набором x. Y_x представляет собой множество конфигураций, определяемое многозначным отображением $\Gamma_Y : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$, где $\mathbf{Y} = \bigcup Y_x, x \in \mathbf{X}$. Пусть базовые комбинаторные множества $Y_j^i = \Gamma_{Y^i}(z^{ij})$ порождены наборами $z^{ij} = \left(z_1^i, z_2^i, ..., z_{k_i}^i\right) \in \mathbf{Z}_i$ и построены по аналогичной схеме [6], где $\Gamma_{Y^i} : \mathbf{Z}_i \to \mathbf{Y}_i$, $\mathbf{Y}_i = \bigcup Y_j^i(z^{ij}), z^{ij} \in \mathbf{Z}_i$, $i \in J_r$. Предположим, что каждый элемент $x_i \in A$ сам представляет собой элемент некоторого базового комбинаторного множества $Y_j^{s_i} = \Gamma_{Y^{s_i}}(z^{s_i j})$. Обозначим комбинаторное множество Y_x с учетом этого через W_z. Множество W_z можно представить с помощью композиции отображений

$$W_z = \Gamma_W \circ \Gamma_Y(x), \qquad (1)$$

где $\Gamma_Y : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$, $\Gamma_W : \mathbf{Y} \to \mathbf{W}$, $\mathbf{W} = \bigcup W_z$, $z^{ij} \in \mathbf{Z}_i, x_i \in Y_j^i(z^{ij})$.

Комбинаторное множество W_z вида (1) называется композиционным образом (k – образом) комбинаторных множеств Y_x, $Y_j^{s_1}, Y_j^{s_2}, ..., Y_j^{s_k}$, порожденным множествами $z^{s_1 j}$, $z^{s_2 j}$, ..., $z^{s_m j}$.

Назовем комбинаторное множество Y_x множеством первого уровня, а $Y_j^{s_1}, Y_j^{s_2}, ..., Y_j^{s_k}$ - множествами второго уровня. Классы базовых комбинаторных множеств первого и второго уровней положим в основу классификации k - образов комбинаторных множеств.

Композиционные образы комбинаторных множеств, в которых множества второго уровня относятся к одному классу (например, перестановок), назовем основными; k - образы, в которых множества второго уровня относятся к различным классам, назовем смешанными. Если множества первого и второго уровня относятся к одному классу, то такие k - образы назовем однородными.

Далее рассмотрим классификацию основных композиционных образов комбинаторных множеств, порожденных сформированным выше набором базовых комбинаторных множеств. Классы k - образов комбинаторных множеств определим в зависимости от комбинаторных множеств первого и второго уровней. Результаты классификации занесем в таблицу.

Отметим, что комбинаторные свойства базовых комбинаторных множеств, которые являются классическими комбинаторными множествами, исследованы во многих работах, например, [1-4]. В монографиях [2,4] изучаются свойства базовых комбинаторных множеств при их отображении в евклидово пространство. Указанные комбинаторные множества рассматриваются в качестве областей допустимых решений ряда задач комбинаторной оптимизации. Методы решения этих задач во многом определяются структурой и комбинаторными свойствами их множеств допустимых решений.

Исследование приведенных выше классов k - образов комбинаторных множеств может быть проведено на основе известных свойств базовых комбинаторных множеств. На задачи, связанные с описанием и исследованием k -образов комбинаторных множеств, можно распространить значительную часть подходов, связанных с анализом задач на классических комбинаторных множествах [2,4]. Так, множества кортежей перестановок и кортежей размещений, известные как множества полиперестановок $P_{\eta k}^s(G, H)$ и полиразмещений $A_{\eta n}^{ks}(G, H)$

[4], исследованы на основе комбинаторных множеств перестановок и размещений.

Рассмотрим класс k - образов комбинаторных множеств – композицию перестановок. Пусть композиционный образ комбинаторных множеств P_{nk}, $P_{m_1k_1}$, $P_{m_2k_2}$, ... , $P_{m_nk_n}$ порожден множествами $\{a_1^1, a_2^1, ..., a_{m_1}^1\}$, $\{a_1^2, a_2^2, ..., a_{m_2}^2\}$, ..., $\{a_1^n, a_2^n, ..., a_{m_n}^n\}$. Здесь P_{nk} – множество перестановок из n элементов, k из которых являются различными, $a_i^j \in R^1$, $i \in J_{m_i}$, $j \in J_n$. Такой k-образ комбинаторных множеств назовем *композицией перестановок* и обозначим W_P. Согласно [6], мощность множества W_P составляет $\text{Card } W_P = \text{Card } P_{nk} \cdot \text{Card } P_{m_1k_1} \cdot ... \times \text{Card } P_{m_nk_n}$. При этом мощность множества перестановок зависит от кратностей порождающих элементов и определяется соотношением

$$M = \text{Card } P_{nk} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot ... \cdot n_k!},$$

где $n_1, n_2, ..., n_k$ – кратности различных порождающих элементов множества P_{nk}.

Множество W_P состоит из элементов $w \in W_P$ вида $w = (\overline{w}_1, \overline{w}_2, ..., \overline{w}_n)$, где $\overline{w}_i = (a_{s_1}^j, a_{s_2}^j, ..., a_{s_{m_j}}^j)$, $i \in J_{m_i}$, $j \in J_n$. В наборе $\overline{w}_1, \overline{w}_2, ..., \overline{w}_n$ k элементов являются различными, среди элементов $a_{s_1}^j, a_{s_2}^j, ..., a_{s_{m_j}}^j$ ровно k_j различных. Последовательность индексов $(s_1, s_2, ..., s_{m_j}) \in L_{m_j}$, где через L_k обозначим множество всевозможных перестановок элементов индексного множества J_k.

Осуществим отображение множества W_P в евклидово пространство R^N, где $N = \sum_{i=1}^{n} m_i$. Согласно [4] отображение зададим в виде:

$$f: \mathbf{W} \to R^N \quad \forall\, w = (w_1, w_2, ..., w_N),$$

$$x = f(w) = (x_1, x_2, ..., x_N) \in R^N, \; x_i = w_i, \; i \in J_N.$$

Образ множества W_P в пространстве R^N обозначим $EW_{n, m_1 m_2 ... m_n}$ или для краткости EW_N. Исследуем свойства композиции перестановок W_P при отображении f в пространство R^N: $EW_N = f(W_P)$, $EW_N \subset R^N$. Элементами множества EW_N являются векторы $x \in R^N$ вида:

$$x = (x_1, x_2, ..., x_N) = (e_{i_1}, e_{i_2}, ..., e_{i_n}), \tag{2}$$

где $(i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n$, $e_i = (a_{s_1}^i, a_{s_2}^i, ..., a_{s_{m_i}}^i)$, $(s_1, s_2, ..., s_{m_j}) \in L_{m_j}$, $i \in J_n$, $j \in J_N$. Из способа построения множества W_P следует, что его элементы являются также элементами множества перестановок P_{Nk^0}, порожденного множеством

$$G = \{a_1^1, a_2^1, ..., a_{m_1}^1, ..., a_1^n, a_2^n, ..., a_{m_n}^n\} = \{g_1, g_2, ..., g_N\},$$

содержащим k^0 различных элементов. Это значит, что справедливы соотношения $W_P \subset P_{Nk^0}$, $EW_N \subset E_{Nk^0}$, где $E_{Nk^0} = f(P_{Nk^0})$. Отсюда следует, что множество EW_N обладает рядом свойств, которые справедливы для множества E_{Nk^0} [2,4].

1. Точки множества EW_N принадлежат плоскости вида

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_j} a_j^i \tag{3}$$

в пространстве R^N.

2. Точки множества EW_N принадлежат $(N-1)$-сфере S_{N-1} вида

$$\sum_{i=1}^{N} (x_i - \tau)^2 = r^2, \tag{4}$$

где $\tau = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_j} a_j^i$, $r^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_j} (a_j^i - \tau)^2$, и $(N-2)$-сфере S_{N-2}, описываемой системой соотношений (3)-(4).

3. Точки множества EW_N принадлежат системе параллельных плоскостей вида

$$\sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} g_{j_t},$$

где $g_j \in G$, $i_t, j_t \in J_N$, $i_q \neq i_p, j_q \neq j_p$ при $q \neq p$; $q, p \in J_s$, $t \in J_N$.

4. Множество EW_N симметрично относительно плоскостей вида $x_i - x_j = 0$, $i, j \in J_{m_0}$ или $i, j \in J_N \setminus J_{N-m_0}$, $i \neq j$, $m_0 = \min_{i \in J_n} m_i$.

Основой доказательства является теорема о симметрии множества E_{Nk^0} относительно гиперплоскостей

$$x_i - x_j = 0, \; i, j \in J_N, \quad i \neq j, \tag{5}$$

доказанная в [4]. В точках множества EW_N координаты x_i, $i \in J_{m_0}$, $i \in J_N \setminus J_{N-m_0}$ принимают значения, определяемые элементами только одного множества перестановок из $P_{m_1k_1}$, $P_{m_2k_2}$, ..., $P_{m_nk_n}$. Количество координат x_i, равное наименьшей из длин кортежей, входящих в множества $P_{m_ik_i}$, $i \in J_n$, гарантированно определяется одним множеством перестановок $P_{m_i k_i}$. Это значит, что для координат x_i, x_j, где $i, j \in J_{m_0}$ или $i, j \in J_N \setminus J_{N-m_0}$, точек множества EW_N справедлива схема доказательства теоремы о симметрии множества E_{Nk^0} относительно плоскостей вида (5). Из этого следует справедливость свойства симметрии множества EW_N.

5. Рассмотрим соотношение (2). Зафиксируем последовательность индексов $(i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n$. Сформируем множества индексов вида:

$$K_{i_1} = \{1, 2, ..., m_{i_1}\}, K_{i_2} = \{m_{i_1}+1, m_{i_1}+2, ..., m_{i_1}+m_{i_2}\},$$
$$..., K_{i_n} = \{m_{i_1}+m_{i_2}+...+m_{i_{n-1}}+1, ..., m_{i_1}+m_{i_2}+$$
$$+...+m_{i_n}\}.$$

Введем множество H, состоящее из элементов вида [4]: $\pi = (\pi(1), \pi(2), ..., \pi(N)) = (\pi^1, \pi^2, ..., \pi^n)$, где π^j – произвольная перестановка элементов множества K_{i_j}, $j \in J_n$. Упорядочим элементы множества G. Определим множество

$$G(i_1, i_2, ..., i_n) = \{\tilde{g}_1, \tilde{g}_2, ..., \tilde{g}_N\} =$$
$$= \{a_1^{i_1}, a_2^{i_1}, ..., a_{m_{i_1}}^{i_1}, a_1^{i_2}, a_2^{i_2}, ..., a_{m_{i_2}}^{i_2}, ..., a_1^{i_n}, a_2^{i_n}, ..., a_{m_{i_n}}^{i_n}\}.$$

Рассмотрим множество $EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H) \subset EW_N$ вида:

$$EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H) =$$
$$= \{\tilde{g}_{\pi(1)}, \tilde{g}_{\pi(2)}, ..., \tilde{g}_{\pi(N)} \mid \forall \pi \in H\}. \quad (6)$$

Множество $EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$ включает в себя все элементы множества EW_N, соответствующие порядку $(i_1, i_2, ..., i_n)$ следования множеств $P_{m_{i_1} k_{i_1}}$, $P_{m_{i_2} k_{i_2}}$, ..., $P_{m_{i_n} k_{i_n}}$ при построении композиции перестановок W_P. Как следует из [4], множество $EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$ вида (6) представляет собой евклидово множество полиперестановок $E_{Nk}^n(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$, структура и комбинаторные свойства которого исследованы.

Выбирая различные последовательности индексов $(i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n$, можно построить всевозможные подмножества $EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H) \subset EW_N$, количество которых равно $M = \text{Card}\, P_{nk}$. Таким образом, справедливы следующие соотношения:

$$EW_N = \bigcup_{i=1}^{M} EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H) =$$
$$= \bigcup EP_i(G(i_1, i_2, ..., i_n), H), \ (i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n, \quad (7)$$

$$EW_N = \bigcup E_{Nk}^n(G(i_1, i_2, ..., i_n), H), (i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n. \quad (8)$$

Следовательно, множество EW_N можно рассматривать как объединение M евклидовых множеств полиперестановок, соответствующих различным последовательностям $(i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n$. Соотношения (7)-(8) позволяют использовать свойства евклидова множества полиперестановок для исследования множества EW_N.

В монографии [4] описан многогранник полиперестановок $\Pi(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$, который представляет собой выпуклую оболочку множества $E_{Nk}^n(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$, и исследованы некоторые его свойства. На основании доказанных в [4] утверждений сформулируем свойства множества EW_N.

Классы композиционных образов комбинаторных множеств

Множества второго уровня	Множества первого уровня			
	Перестановки P_{nk}	Размещения $\tilde{A}_n^k$	Сочетания $\bar{C}_n^k$	Кортеж T_{nm}
Перестановки P_{nk}	Композиция перестановок W_P	Размещения перестановок $AP(n,k,N,K)$	Сочетания перестановок $CP(n,k,N,K)$	Кортеж перестановок (полиперестановки) $P_{\eta k}^s(G,H)$
Размещения $\tilde{A}_n^k$	Перестановки размещений $PA(n,k,N,K)$	Композиция размещений W_A	Сочетания размещений $CA(n,k,N,K)$	Кортеж размещений (полиразмещения) $A_{\eta n}^{ks}(G,H)$
Сочетания $\bar{C}_n^k$	Перестановки сочетаний $PC(n,k,N,K)$	Размещения сочетаний $AC(n,k,N,K)$	Композиция сочетаний W_C	Кортеж сочетаний (полисочетания) $TC(n,k,N,K)$
Кортежи T_{nm}	Перестановки кортежей PT_{nk}^m	Размещения кортежей AT_{nk}^m	Сочетания кортежей CT_{nk}^m	-
Кортежи из двух элементов T_2	Парные перестановки PI_{nk}^m	Парные сочетания AI_{nk}^m	Парные размещения CI_{nk}^m	-

6. Точки множества EW_N и только они являются вершинами многогранников полиперестановок $\Pi(G(i_1, i_2, ..., i_n), H) \quad \forall (i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n$.

Справедливость этого утверждения следует из соотношения (8) и из того, что точки множества $E^n_{Nk}(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$ совпадают с множеством вершин многогранника полиперестановок $\Pi(G(i_1, i_2, ..., i_n), H)$.

7. Для множества EW_N справедливы соотношения:

$$EW_N \subset \operatorname{conv}(\bigcup \Pi(G(i_1, i_2, ..., i_n), H), (i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n),$$

$$EW_N = (\bigcup \Pi(G(i_1, i_2, ..., i_n), H), (i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n) \bigcap$$

$$\bigcap S_{N-2},$$

где S_{N-2} – сфера, определяемая соотношениями (3)-(4).

Доказательство этих соотношений непосредственно вытекает из выражений (3), (4) и (8).

Выводы

Таким образом, получены *новые теоретические результаты*, касающиеся свойств композиционных образов комбинаторных множеств.

В работе введены классы композиционных образов комбинаторных множеств, построенные с помощью конструктивных средств, описанных в [6]. Описание и исследование свойств сформированных классов k - образов комбинаторных множеств в рамках предложенного подхода позволяет получать результаты, менее громоздкие и более удобные для применения в математических моделях задач, чем результаты, получаемые в соответствии с общей комбинаторной схемой. Исследован класс k - образов комбинаторных множеств – композиции перестановок. На основе отображения в евклидово пространство сформулированы свойства композиции перестановок, касающиеся распределений по плоскостям, симметрии, представления в виде объединения множеств с известными свойствами.

Научная ценность полученных результатов состоит в построении классификации k - образов комбинаторных множеств и формировании основы для разработки математических моделей многих задач, имеющих сложную комбинаторную природу.

Практическая значимость заключается в том, что результаты могут быть использованы при моделировании и решении дискретных оптимизационных задач геометрического проектирования.

Дальнейшие исследования в данном направлении могут быть связаны с постановкой и решением на основе описанных результатов классов задач оптимизации на композиционных образах комбинаторных множеств.

Литература: **1.** *Сергиенко И.В.* Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. К.: Наук. думка, 1988. 472 с. **2.** *Стоян Ю.Г., Яковлев С.В.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. К.: Наук. думка, 1986. 268 с. **3.** *Сачков В.Н.* Комбинаторные методы дискретной математики. М.: Наука, 1977. 320 с. **4.** *Стоян Ю.Г., Ємець О.О.* Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. К.: Інститут системних досліджень освіти, 1993. 188 с. **5.** *Емец О.А., Роскладка А.А., Роскладка Е.В.* Применение евклидовых поликомбинаторных множеств к построению моделей оптимизационных задач // Abstracts Second International School on Actuarial and Financial Mathematics (June, 8-12, 1999, Kyiv). Kyiv, 1999. P 20. **6.** *Стоян Ю.Г., Гребенник И.В.* Специальные классы комбинаторных множеств в геометрическом проектировании. // В кн.: Сборник тезисов докладов по материалам 10-й юбилейной междунар. конф. "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". Харьков-Туапсе, 2004. С. 253-254.

Поступила в редколлегию 12.07.2005

Рецензент: д-р техн. наук, с.н.с. Романова Т.Е.

Гребенник Игорь Валериевич, канд. физ.-мат. наук, доцент, докторант кафедры системотехники ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057)702-10-06.

УДК 681.3 + 519.65

ПОЛИГОНАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ГРАНИЦ НЕВЫПУКЛЫХ ОБЛАСТЕЙ

ЛЕСНАЯ Н.С., СМЕЛЯКОВА А.С.

Предлагается метод полигональной аппроксимации границ звездчатых областей с заданной точностью, определяемой среднеквадратичным отклонением или метрикой Чебышева. Даются оценки трудоемкости метода.

1. Введение

Актуальную проблему в области обработки данных [husdal.com/index.htm] и решения задач распознавания и классификации в диапазоне от медицины до наук о земле [1, 2, 3] представляет векторизация границ объектов по их цифровым снимкам. Ее возникновение связано с тем, что использование растровых изображений, занимающих до 12 МБ, снижает эффективность как самого анализа, так и хранения и использования его результатов. Поэтому после сегментации изображений земной поверхности, облачности, солнечных пятен, радужки и иных объектов образы анализируемых объектов представляют в виде замкнутых контуров или линий [1]. Однако их попиксельное описание также обладает чрезмерной избыточностью, в связи с чем возникает задача их аппроксимации ломаными [4] и реже, из-за сложности их использования, – гладкими кривыми. Выдвигаемое при этом требование оперативной автоматизации обусловлено ограниченной возможностью привлечения специалистов для оперативного анализа больших объе-