

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ СТАТИСТИЧНОЇ ПЕРЕВІРКИ ГІПОТЕЗИ РЕТРОСПЕКТИВНОГО АНАЛІЗУ ПРОГНОЗНОЇ МОДЕЛІ БРАУНА

The meaning of retrospective analysis is based on the hypothesis that the quality of retrospective forecast estimates obtained for previous time series values tends to be maintained at subsequent instants. However, the validity and correctness of this hypothesis must be proved. The problem of statistical testing of the hypothesis: to estimate the degree of correlation between the quality indicators of successive forecast estimates obtained using the Brown's model, which was parametrically synthesized using the technology of retrospective analysis.

Налаштування параметричних прогнозних моделей, зокрема однопараметричної прогнозної моделі Брауна [1], зазвичай відбувається за технологією інверсної верифікації [2], тобто за допомогою параметричної оптимізації моделі або перевірки її якості на ретроспективних вибірках.

Модель Брауна генерує експоненційне середнє значення стаціонарного часового ряду, що використовується як прогноз:

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)A_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{n-1}A_{t-n} = \sum_{i=1}^n \alpha(1-\alpha)^{i-1}A_{t-i}, \quad (1)$$

де F_t – прогноз на момент часу t ;

$A_{t-1}, A_{t-2}, \dots, A_{t-n}$ – значення ряду у відповідні моменти часу;

n – довжина вибірки;

α – параметр (константа) згладжування.

Оскільки внутрішній параметр моделі Брауна обмежений і має класичний інтервал допустимих значень $\alpha \in [0, 1]$, пошук оптимальних значень на цьому інтервалі здійснюється або за допомогою пошукових процедур [3], або аналітично на підставі так званого ретроспективного аналізу [4].

Сенс ретроспективного аналізу ґрунтується на гіпотезі, що якість ретроспективних прогнозних оцінок, отриманих для попередніх значень часового ряду, має тенденцію до збереження в наступні моменти часу [4].

Отже, у межах цього припущення формуються ретроспективні рівняння, що мають такий вигляд:

$$\Delta_{t-1}(\alpha) = 0 \text{ або } \varepsilon_{t-1}(\alpha) = 0, \quad (2)$$

де $\Delta_{t-1}(\alpha)$ і $\varepsilon_{t-1}(\alpha)$ – аналітичні залежності, відповідно, абсолютної та відносної ретроспективних похибок прогнозу на момент часу $(t-1)$ від внутрішнього параметра моделі Брауна – константи згладжування α [4].

У явному вигляді рівняння (2) виглядає так:

$$\varepsilon_{t-1}(\alpha) = 100 \cdot \frac{\hat{y}_{t-1}(\alpha) - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{100}{y_{t-1}} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} \alpha(1-\alpha)^{i-1} y_{t-i-1} - y_{t-1} \right) = 0. \quad (3)$$

Дійсні корені рівняння (3) за умов потрапляння в межі класичного інтервалу допустимих значень параметра згладжування $\alpha \in [0, 1]$ можна вважати оптимальними за точністю інверсного прогнозу.

Однак ґрунтовність та коректність цієї гіпотези мають бути доведеними, оскільки технологія параметричного синтезу прогнозної моделі має брати до уваги як особливості часового ряду (зокрема для прогнозної моделі Брауна критичною є довжина вибірки n), так і особливості математичної моделі прогнозу (наприклад, несиметричність інтервалу допустимих значень внутрішнього параметра α).

Отже, можна сформулювати задачу статистичної перевірки гіпотези ретроспективного аналізу таким чином: *оцінити ступінь кореляційних зв'язків між показниками якості послідовних апостеріорних прогнозних оцінок, отриманих за допомогою прогнозної моделі Брауна, параметричний синтез якої відбувся за технологією ретроспективного аналізу. У цьому разі показники якості апостеріорних прогнозних оцінок, окрім власне похибки прогнозу, можуть належати до групи параметричних [5], яка характеризує стійкість точності прогнозу до відхилень внутрішнього параметра. Наприклад, у роботах [4, 5] такими показниками пропонується використання чутливості та робастності ретроспективних прогнозних оцінок. Річ у тому, що в процесі розв'язання ретроспективних рівнянь типу (3) кількість дійсних коренів на інтервалі $\alpha \in [0, 1]$ може виявитися різною. Якщо ця кількість більше ніж один, то точність ретроспективного прогнозу не може бути критерієм вибору між цими значеннями параметра згладжування, оскільки всі вони забезпечують точність абсолютну, тобто $\varepsilon_{t-1}(\alpha^*) = 0$. Саме ця обставина зумовлює використання показників [5], що характеризують не стільки власне*

вихідний показник моделі (прогноз), а саме його стійкість до коливань внутрішнього параметра α .

Вочевидь, одним із способів розв'язання поставленої задачі є реалізація технології ретроспективного аналізу на фрагментах відкритого *Data Set* із достатнім ступенем повноти даних. Важливими виглядають такі аспекти статистичного експерименту:

1) вибір довжини фрагментів, які будуть отримані з відкритого *Data Set*, має відбуватися на основі критерію, що реально використовується в прогностичній практиці щодо моделі Брауна;

2) попереднє очищення часового ряду може здійснюватися стандартними методами залежно від обраної довжини фрагменту;

3) окремим питанням є додавання до розгляду дійсних коренів з малою уявною частиною, що дасть змогу розширити статистику щодо гіпотези ретроспективного аналізу.

Розв'язання поставленої задачі допомагає систематизувати наукові та практичні результати, описані, зокрема, у роботах [2, 4, 5], та отримати статистичне підтвердження гіпотези ретроспективного аналізу або виявити пари зі стійкою чи нестійкою кореляційною залежністю. У разі, якщо такого підтвердження отримати не вдасться, необхідно буде сформулювати рекомендації щодо адаптації технології ретроспективного аналізу. За будь-яких умов результати статистичного експерименту дають змогу аналітику приймати більш обґрунтоване рішення щодо обрання критеріїв та технології параметричного синтезу прогнозової моделі.

Література

1. Romanenkov Yu. Analysis of the predictive properties of Brown's model in the extended domain of the internal parameter / Yu. Romanenkov // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. – 2015. – Vol. 17, No. 8. – P. 27–34.
2. Romanenkov Yu. Robust estimation of the area of adequacy of forecasting one-parameter model of exponential smoothing / Yu. Romanenkov, Yu. Pronchakov, T. Zieiniiev // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2020. – Vol. 3, No. 4 (105). – PP. 35–42. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.205843

3. Baki Billah, Maxwell L. King, Ralph D. Snyder, Anne B. Koehler. Exponential smoothing model selection for forecasting, *International Journal of Forecasting*, Volume 22, Issue 2, 2006, P. 239–247, ISSN 0169-2070. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2005.08.002
4. Романенков Ю.А. Технология параметрического синтеза модели Брауна по результатам ретроспективного анализа / Ю.А. Романенков, В.М. Вартамян // Проблемы информационных технологий. – 2016. – №1 (019). - С. 7–17.
5. Романенков Ю.А. Параметрические критерии качества ретроспективных прогнозных оценок // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Стратегічне управління, управління портфелями, програмами та проектами. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2015. – № 1 (1110). – С. 85–90.