

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ БЛОКА ПОСТОЯННОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ

В. Г. Васильев

Известные исполнения блоков постоянного запаздывания в соответствии с [1] разделяются на две группы в зависимости от точности воспроизведения заданной амплитудной и фазовой частотной характеристики.

С помощью типовых решающих элементов электронных моделей легко создаются блоки запаздывания, точно воспроизводящие амплитудную частотную характеристику и приближенно — фазовую частотную характеристику [1, 2, 3].

Указанные выше методы основываются на приближенном представлении передаточной функции идеального блока запаздывания, равной, как известно,

$$W(p) = e^{-p\tau}, \quad (1)$$

где τ — время запаздывания.

Для аппроксимации (1) применяются последовательно включенные звенья, передаточная функция которых соответствует одному, двум или нескольким членам ряда Падэ [1, 2, 3]. Так как при аппроксимации (1) приходится ограничиваться конечным числом звеньев, то значения коэффициентов, соответствующих аппроксимации по Падэ, не являются оптимальными. На это обстоятельство указано в [3], однако выбор коэффициентов в этой работе, как показано ниже, произведен не наилучшим образом.

В настоящей статье приводятся расчетные графики, позволяющие выбрать такие значения коэффициентов, чтобы величина фазовой ошибки в заданном частотном диапазоне была минимальной.

Определим прежде всего оптимальные значения коэффициентов при аппроксимации (1) рядом звеньев, имеющих передаточные функции вида

$$\frac{a_0 - \frac{\tau}{n} p}{a_0 + \frac{\tau}{n} p}. \quad (2)$$

Ошибка $\Delta\varphi$ воспроизведения фазовой частотной характеристики для n последовательно включенных звеньев равна

$$\Delta\varphi_1 = -\omega\tau + 2n \arctg \frac{\omega \frac{\tau}{n}}{a_0}. \quad (3)$$

Обычно [1] принимается $a_0 = 2$. Для примера на рис. 1 приведен график зависимости ошибки $\Delta\varphi$ от частоты $\omega \left(\omega \frac{\tau}{n} \right)$ при $a_0 = 2$ и $a_0 = 1,8$. Как видно из графика, выбор значения коэффициента $a_0 = 1,8$ позволяет получить при одной и той же максимальной ошибке $\Delta\varphi_{\max}$ больший рабочий диапазон частот. Из (3) можно получить

$$\frac{\Delta\varphi_1}{n} = -\omega \frac{\tau}{n} + 2 \arctg \frac{\omega \frac{\tau}{n}}{a_0}. \quad (4)$$

Приравняв нулю производную (4), находим значения $\omega \frac{\tau_3}{n}$, соответствующие экстремуму $\frac{\Delta \varphi_1}{n}$ при выбранном значении a_0 .

$$\omega \frac{\tau_3}{n} = \sqrt{2a_0 - a_0^2}. \quad (5) \quad \frac{\Delta \varphi}{n}$$

Подставляя a_0 и $\omega \frac{\tau_3}{n}$ в (4), находим максимальную (в экстремуме) ошибку $\frac{\Delta \varphi_{1 \max}}{n}$ и определяем предельное значение $\omega \frac{\tau_{\max}}{n}$, при котором ошибка равна $-\frac{\Delta \varphi_{\max}}{n}$.

В результате численного решения получен график, изображенный на рис. 2, позволяющий определить оптимальное значение коэффициента a_0 при заданном значении максимально допустимой ошибки $\Delta \varphi_{\max}$. На том же рисунке приведена ха-

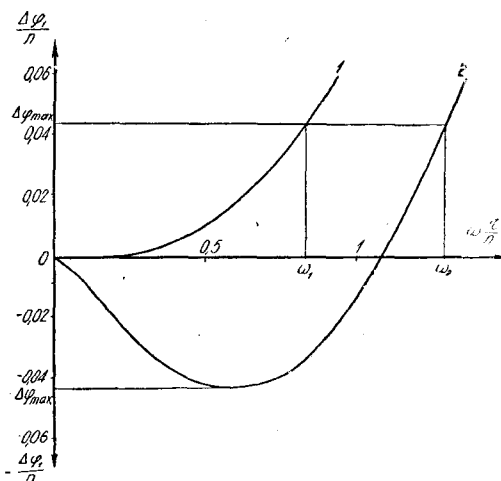


Рис. 1. График зависимости ошибки $\Delta \varphi_1$ от частоты ω при $a_0 = 2$ (кривая 1) и $a_0 = 1,8$ (кривая 2).

рактеристика, для определения предельного значения $\omega \frac{\tau_{\max}}{n}$.

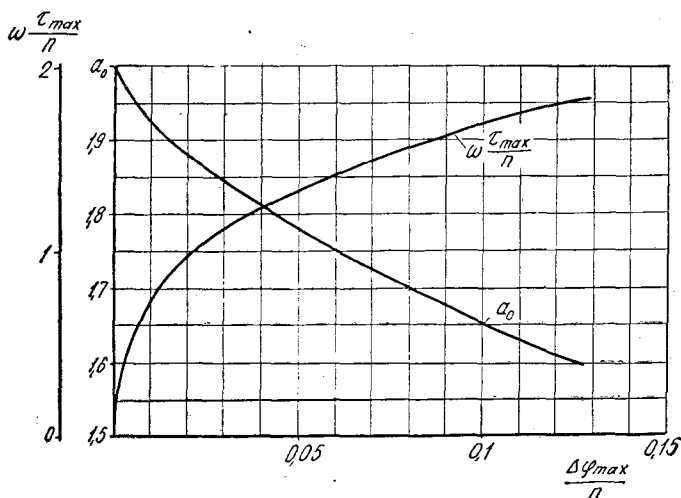


Рис. 2. График для определения оптимального значения коэффициента a_0 звена с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{a_0 - \frac{\tau}{n} p}{a_0 + \frac{\tau}{n} p}$$

В том случае, когда для аппроксимации (1) используются звенья с передаточными функциями второго порядка

$$W(p) = \frac{a_0 - a_1 \frac{\tau}{n} p + \frac{\tau^2}{n^2} p^2}{a_0 + a_1 \frac{\tau}{n} p + \frac{\tau^2}{n^2} p^2}, \quad (6)$$

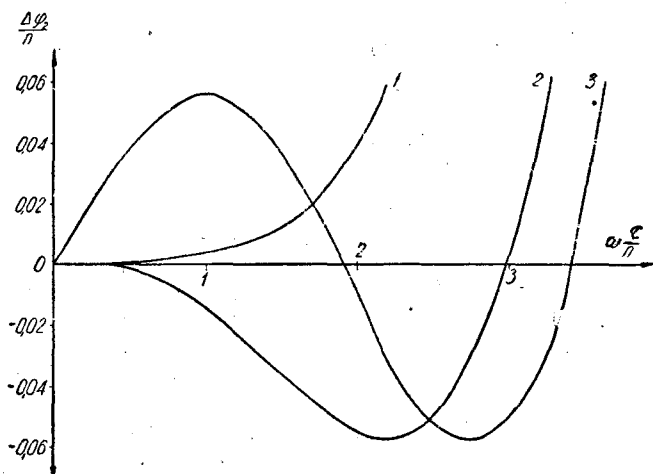


Рис. 3. График зависимости ошибки $\Delta\varphi_2$ от частоты при трех способах аппроксимации: 1 — по Падэ [1]; 2 — по [3]; 3 — предлагаемый метод.

обычно [1, 2] в соответствии с разложением Падэ принимается $a_0 = 12$, $a_1 = 6$. В [3] предлагается изменить эти значения коэффициентов для расширения частотного диапазона, в котором аппроксимация допустима. Однако этот способ не является наилучшим (в смысле П. Л. Чебышева).

Ошибка в воспроизведении фазовой характеристики $\Delta\varphi_2$ при последовательном соединении n звеньев с передаточной функцией (6) в рассматриваемом случае имеет вид

$$\Delta\varphi_2 = -\omega\tau + 2n \operatorname{arctg} \frac{a_1 \omega \frac{\tau}{n}}{a_0 - \omega^2 \frac{\tau^2}{n^2}}. \quad (7)$$

Из (7) получим

$$\frac{\Delta\varphi_2}{n} = -\omega \frac{\tau}{n} + 2 \operatorname{arctg} \frac{a_1 \omega \frac{\tau}{n}}{a_0 - \omega^2 \frac{\tau^2}{n^2}}. \quad (8)$$

Приравняв нулю производную (8), находим экстремальные значения $\omega \frac{\tau}{n}$:

$$\omega \frac{\tau}{n} = \sqrt{a_1 + a_0 - \frac{a_1^2}{2}} \pm \sqrt{\left(a_1 + a_0 - \frac{a_1^2}{2}\right)^2 - a_0 + 2a_1 a_0}. \quad (9)$$

Очевидно, что при надлежащем выборе коэффициентов a_0 , a_1 характеристика $\Delta\varphi_2$ (при $0 < \omega < \infty$) имеет два экстремума. Добиваясь равенства по величине и противоположности по знаку у функции $\Delta\varphi_2$ в экс-

тремальных точках получаем наилучшее (по П. Л. Чебышеву) приближение фазо-частотной характеристики. Для примера на рис. 3 приведены три характеристики, соответствующие значениям коэффициентов a_0 и a_1 , выбранным по Падэ [1], по [3] и по предлагаемому методу.

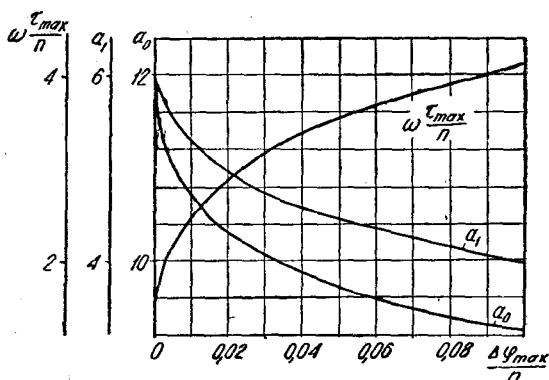


Рис. 4. График для определения оптимального значения коэффициентов a_0 и a_1 звена с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{a_0 - a_1 \frac{\tau}{n} p + \frac{\tau^2}{n^2} p^2}{a_0 + a_1 \frac{\tau}{n} p + \frac{\tau^2}{n^2} p^2}.$$

Предлагаемый метод обеспечивает наибольший рабочий диапазон частот при заданном значении максимально допустимой ошибки. Для практического применения на рис. 4 путем численного решения построен график, позволяющий при заданной величине $\Delta\varphi_{2\max}$ определить оптимальные значения коэффициентов a_0 и a_1 и определить число звеньев, при котором обеспечивается нужный частотный диапазон.

Для практической реализации цепочки звеньев с данной передаточной функцией может быть использована схема включения операционных усилителей, которая предложена, например, в [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. Физматгиз, 1963.
2. С. О. Morrill. Sub-audio time delay circuit. Trans. IRE., June, 1954. в. ЕС-3, № 2.
3. Я. И. Гриня. К вопросу о воспроизведении запаздывания с помощью решающих усилителей. Известия АН СССР, ОТН, «Энергетика и автоматика», № 3, 1962.