

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ОБ'ЄКТІВ У ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ ГІДРОДИНАМІКИ ЗГЛАДЖЕНИХ ЧАСТИНОК

Литвин І.Р.

Науковий керівник – к. ф.-м. н., доц. Артюх А.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. прикладної математики,
тел. (057) 702-14-36)

e-mail: ihor.lytvyn@nure.ua

One of the most interesting problems in computer graphics is computational fluid dynamics. In many engineering software packages there are ready-made solutions for hydrodynamic simulations. In the scientific community it is accepted to use the system of Navier-Stokes equations for modeling the motion of liquids. Using the Smoothed Particle Hydrodynamics method, we have implemented a stable particle-based approach to solve the motion of interactive fluids. With focus on the simulation part we provide a thorough insight of the mathematical theory of particle-based fluids.

На сьогоднішній день одним з передових засобів вивчення і представлення явищ є математичне моделювання. Найчастіше воно зводиться до отримання розв'язків сформульованої задачі на основі аналітичних розв'язків або за допомогою чисельних методів. Одним із найпростіших та найзручніших чисельних методів розв'язання задач моделювання динамічних об'єктів вважається метод гідродинаміки згладжених частинок.

Моделлю роботи є нестационарні гідродинамічні процеси у в'язкій нестисливій рідині. Основне рівняння, яке описує модель системи, є система рівнянь Нав'є-Стокса:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

де $\mathbf{u} : \Omega \times [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^3$ – швидкість, $\rho = \text{const}$ – густина рідини, μ – динамічна в'язкість рідини, $p : \Omega \times [0, t] \rightarrow \mathbb{R}$ – гідродинамічний тиск рідини, $\mathbf{f}$ – вектор зовнішньої сили, ∇ – оператор набла.

В основі методу гідродинаміки згладжених частинок лежить інтерполяція за допомогою функції ядра, загалом за функцію ядра прийнято брати Гаусове ядро, проте для збільшення продуктивності його замінюють сплайном. Відповідний сплайн шостого ступеня приймає вигляд:

$$W(\mathbf{r}, h) = \frac{315}{64\pi h^9} \begin{cases} \left(h^2 - \|\mathbf{r}\|^2 \right)^3, & 0 \leq \|\mathbf{r}\| \leq h, \\ 0, & \|\mathbf{r}\| > h. \end{cases}$$

Основними задачами роботи є:

– провести обчислювальні експерименти для різних початкових положень часток та параметрів суцільного середовища;

– показати результати моделювання руху частинок за допомогою методу гідродинаміки згладжених частинок.

Обчислювальний експеримент був проведений у кубічній області розмірами 1 кубічна умовна одиниця. Кількість модельованих частинок сягнула 6000, для кожної з яких було задано значення фізичного параметра, що відповідає характеристиці води. У таблиці 1 наведені відповідні параметри.

Таблиця 1 – Набір значень фізичних параметрів для моделювання води

Опис	Символ	Значення	Одиниці
Густина	ρ	998.29	$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
Маса	m	0.02	кг
В'язкість	μ	3.5	Па · с
Поверхневий натяг	σ	0.0728	$\frac{\text{Н}}{\text{м}}$
Порогова товщина	l	7.065	—
Коефіцієнт пружності	k	3.0	$\frac{\text{Н}}{\text{м}}$
Коефіцієнт повернення	c_R	0	—
Радіус згладжування	h	0.0457	м

В результаті було побудовано робочу математичну систему, частки і їх взаємодія візуально мають природний характер – плавну зміну швидкостей та геометрично збалансований перерахунок кутів відскоку частинок. Завдяки безсітковій природі, метод гідродинаміки згладжених частинок може з легкістю застосовуватися при складних геометричних налаштуваннях і великих ділянках простору, на яких повністю відсутні частинки.

Проте основним недоліком даного методу є його обмежена точність у багатовимірних потоках. Як наслідок, спостерігалось деяке «тремтіння» у русі частинок, що при пересуванні швидко розростається у загальний шум.

Список джерел

1. Kelager M. Lagrangian fluid dynamics using smoothed particle hydrodynamics / M. Kelager. – University of Copenhagen, 2006. – 88 p.
2. Hoover W. Smooth Particle Applied Mechanics / W. Hoover – World Scientific, 2006. – 300 p.
3. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В.Л. Рвачев. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.